

T.C.
İSTANBUL 29 MAYIS ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE ANABİLİM DALI

PLATON METAFİZİĞİ EKSENİNDE ÇAĞDAŞ MATEMATİK
FELSEFESİ TARTIŞMALARININ DEĞERLENDİRİLMESİ
VE
GÖDEL'İN TAMAMLANAMAZLIK TEOREMLERİNİN
YORUMLANMASI

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

Sinan TANRIKULU

Danışman:
Prof. Dr. Ahmet Ayhan ÇİTİL

İSTANBUL
2022

**T.C.
İSTANBUL 29 MAYIS ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE ANABİLİM DALI**

**PLATON METAFİZİĞİ EKSENİNDE ÇAĞDAŞ
MATEMATİK FELSEFESİ TARTIŞMALARININ
DEĞERLENDİRİLMESİ
VE
GÖDEL'İN TAMAMLANAMAZLIK TEOREMLERİNİN
YORUMLANMASI**

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

Sinan TANRIKULU

Danışman:

Prof. Dr. Ahmet Ayhan ÇİTİL

**İSTANBUL
2022**

TEZ ONAY SAYFASI
T. C.
İSTANBUL 29 MAYIS ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Felsefe Anabilim Dalı'nda 010218YL11 numaralı Sinan TANRIKULU'nun hazırladığı *“Platon Metafiziği Ekseninde Çağdaş Matematik Felsefesi Tartışmalarının Değerlendirilmesi ve Gödel'in Tamamlanamazlık Teoremlerinin Yorumlanması”* konulu yüksek lisans tezi ile ilgili tez savunma sınavı, 21/06/2022 günü 11:00–13:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin başarılı olduğuna oy birliği ile karar verilmiştir.

Prof. Dr. Ahmet Ayhan ÇİTİL
İstanbul 29 Mayıs Üniversitesi
(Tez Danışmanı ve Sınav Komisyonu Başkanı)

Dr. Öğr. Üyesi Esat Burak ŞAMAN
İstanbul 29 Mayıs Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Zehra BİLGİN
İstanbul Medeniyet Üniversitesi

BEYAN

Bu tezin yazılmasında bilimsel ahlâk kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

Sinan TANRIKULU

İstanbul 2022

ÖZ

Çağdaş felsefede ontoloji, bir açıklama dilinde nelerin “var” kabul edileceğine ilişkin bir araştırma, metafizik ise şeylerin ve gerçekliğin bizzat kendisine ilişkin bir araştırma olarak anlaşılmaktadır. Çağdaş matematik felsefesinde yapılan tartışmalar, daha çok sayı ve küme gibi matematiksel nesnelerin var olup olmadığına ilişkin olarak ontolojik bir boyutta ilerlemekte, ancak bu nesnelerin metafiziksel zemini ihmâl edilmektedir. Matematiksel nesnelerin varlığını kabul eden “Platoncular”, aslında belli bir dil çerçevesinde matematiksel nesnelerin var olduğunu “varsaymakta”, ancak bu nesnelerin metafiziksel doğasına ilişkin bir araştırmaya girişmemektedir. Platonculuğun adını aldığı Platon’a göre, kendinde varlıklar olarak İdealar, tüm matematiksel ve fiziksel entitelerin ve inşaların zemininde yer almaktadır. Ruh, bu İdealarla önsel olarak tanışık olduğu için, bu inşaları gerçekleştirerek matematiksel nesneleri tecrübe edebilmekte ve onlar hakkında yargılar verebilmekte ve matematik yapabilmektedir. Platon’a göre ruhun İdealarla olan bu tanışıklığı, ruhun İdealarla benzer bir yapıda olmasının ve bu sayede ölümsüz olmasının da bir delilidir. Çağdaş matematik felsefesinde matematiğin temellerine ilişkin ileri sürülen görüşler, kavramların kapsamı, biçimsel tamdeyimler ve görüsel inşalar gibi çeşitli matematiksel nesnelerden bahsetmekte, ancak bunların metafiziksel zeminini sorgulamaya girişmemektedir. Tezimizde ortaya koymaya çalıştığımız gibi, Platon metafiziğine göre, ruhun kendinde varlıklar olarak İdealarla olan tanışıklığı sayesinde, çağdaş dönemde temel matematiksel nesneler olan kümeleri inşa edip matematik yapmasının mümkün olduğu öne sürülebilir. Kurt Gödel’in biçimsel dizgelerin özsel olarak tamamlanamaz olduğunu ve kendi tutarlılıklarını ispatlayamayacağını ileri süren “tamamlanamazlık teoremleri” de bu Platoncu metafizik anlayışına bir destek sunabilir ve bu anlayış ekseninde değerlendirilebilir.

Anahtar Kelimeler: Platon, Platonculuk, matematik felsefesi, ontoloji, metafizik, matematiksel nesne, sayı, küme, mantıkçılık, biçimselcilik, görüselcilik, doğalcılık, Gödel, tamamlanamazlık teoremleri.

ABSTRACT

In contemporary philosophy, ontology is understood as a research on what things will be accepted to “exist”, and metaphysics is understood as a research on reality as it is. The ongoing debates in the contemporary philosophy of mathematics, mostly develop around the question whether mathematical objects, such as numbers and sets, exist or not whereas the metaphysical ground of these objects are ignored. “The Platonists” who accept the existence of mathematical objects, actually “presuppose” the existence of mathematical objects in a certain framework of language, but they don’t go into an inquiry concerning the metaphysical nature of these objects. According to Plato, whom the Platonists took their name from, the Ideas, as beings in themselves are the ground of all mathematical and physical entities and constructions. Since the soul is acquainted with these Ideas prior to sensible experience, she can give judgments about these mathematical objects and do mathematics by carrying out mathematical constructions and entertaining an experience of them. For Plato this acquaintance of the soul with Ideas is taken as evidence to the result that the soul is similar in nature with these Ideas and so is immortal. In contemporary philosophy of mathematics, the views presented about the foundations of mathematics suppose some mathematical objects such as extensions of concepts, formal formulas and intuitional constructions are mentioned, but the metaphysical ground of these objects are not questioned. According to Plato’s metaphysics, as we have tried to show in our thesis, thanks to the acquaintance of the soul with Ideas themselves, the soul can construct the sets, which are foundational mathematical objects, and therefore it can do mathematics. Kurt Gödel’s “incompleteness theorems” which claim that formal systems are essentially incomplete and that they can’t prove their consistency can be considered to support the tenets of Platonic metaphysics and they can be evaluated in terms of this metaphysics.

Key Words: Plato, Platonism, philosophy of mathematics, ontology, metaphysics, mathematical object, number, set, logicism, formalism, intuitionism, naturalism, Gödel, incompleteness theorems.

ÖNSÖZ

Tarih boyunca matematik, diğer bilimlerin aksine, en kesin ve değişmez bilim olarak görülmüştür. Bu kesinlik filozofların da ilgisini çekmiş, özellikle çağdaş dönemde, matematiğin temeli ve mahiyetine ilişkin çok canlı bir matematik felsefesi literatürü ortaya çıkmıştır. Gerçekten de sürekli değişim hâlinde olan ve deney ve gözlemle test edilmeye muhtaç olan doğa bilimlerinin aksine, “ $2+2=4$ ” gibi bir önermenin mutlak surette kesin ve değişmez olması ve bunun doğayla kusursuz bir şekilde uyumlu olması ilginçtir. Dolayısıyla burada, felsefeyle ilgilenen birisinin bu kesinliğin doğasını merak etmesi ve konuyla ilgili sorular sorup akıl yürütmesi kaçınılmazdır. Sayı nedir? Matematiksel nesne nedir? Matematiksel önermelerin kesinliğinin kaynağı nedir? Bu önermelerin doğruluğunu nasıl biliyoruz? Bu gibi sorular, matematikle felsefî olarak ilgilenen herkesin soracağı en genel sorulardır. Biz de bu çalışmada, bu konuya ilişkin bir inceleme yapmak istedik. Bu çalışmamızı gerçekleştirmedeki iki temel motivasyonumuzdan birincisi, böylesine kesin bir bilim olan matematiğe insan ve dil dışında nesnel bir temel bulmaktır. İkinci motivasyonumuz ise insanın bu nesnel matematik alanıyla özünde irtibatlı olduğunu göstermektir. Çağdaş matematik felsefesinde, matematiksel nesnelerin insandan bağımsız bir varoluşa sahip olduğunu ileri süren “Platoncuların” fikirlerini, bu amaçlarımızı gerçekleştirmek için yeterli görmedik. Zira bu fikirler, matematiği aslında “nesnel” olduğunu söyleyemeyeceğimiz bir biçimsel dil veya pragmatik bir düşünceyle bir bilim dili içinde kabul ediyordu. Bu nedenle, kendinde nesneler olan “İdealar kuramı” ile bu İdealarla özsel olarak tanışık olan bir ruh fikri üzerinden felsefesini ortaya koymuş olan ve Platonculara da adını vermiş olan Platon’un felsefesini merkeze alarak, bu amaçlarımızı gerçekleştirmeye ve çağdaş matematik felsefesindeki bazı görüşlere eleştirel bir bakış geliştirmeye ve Kurt Gödel’in tamamlanamazlık teoremlerine bir yorum getirmeye çalıştık.

Bana felsefeyi sevdirmiş olan ve çalışmam boyunca önce konu seçimime yardımcı olan, ardından tüm yazım süreci boyunca benden bilgilerini, tavsiyelerini ve yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Prof. Dr. Ahmet Ayhan Çitil hocama sayısız teşekkürlerimi sunarım. Tez savunmamda jüri üyesi olarak bulunup soru, yorum ve tavsiyeleriyle çalışmama katkıda bulunan Dr. Öğr. Üyesi Esat Burak Şaman ve Dr. Öğr.

Üyesi Zehra Bilgin hocalarıma da ayrıca teşekkür ederim. Yine çalışmam boyunca bana her türlü desteği sağlayan annem Ayşe, babam Mehmet, kardeşim Esmâ'ya ve manevî desteğini benden asla esirgemeyen nişanlım Zeynep Boylu'ya teşekkürü borç bilirim. Yüksek lisans sürecime “2210-A Genel Yurt İçi Yüksek Lisans Burs Programı” ile maddî olarak büyük destek sağlamış Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumuna (TÜBİTAK) ve sağladığı imkânlar ve çalışma ortamıyla İslam Araştırmaları Merkezine (İSAM) teşekkürlerimi sunarım.

İstanbul, 2022

Sinan TANRIKULU



İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI.....	ii
BEYAN.....	iii
ÖZ	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	viii
KISALTMALAR.....	xi
GİRİŞ	1
BİRİNCİ BÖLÜM	
PLATONCU ONTOLOJİ VE PLATON’UN METAFİZİĞİ.....	8
1.1. Çağdaş Felsefede Ontoloji-Metafizik Ayrımı.....	8
1.2. Platon’da Ontoloji	13
1.3. Platon’un Metafiziği	17
1.3.1. Görünen Dünya ve Kavranan Dünya.....	17
1.3.2. Bölünmüş Çizgi	21
1.3.2.1. Muhakeme (<i>Dianoia</i>).....	24
1.3.2.2. Kavrayış (<i>Noesis</i>).....	28
1.3.3. <i>Kratylos</i> : Nesne ve Ad.....	35
1.4. Platon’un Matematik Anlayışı	39
1.4.1. Geometrinin Nesneleri	40
1.4.2. Aritmetiğin Nesneleri	44
1.5. Ruhun Merkezî Konumu, Hatırlama (<i>Anamnesis</i>) Kuramı ve Ruhun Ölümsüzlüğü.....	53
1.5.1. <i>Anamnesis</i> : Phaidon’da Ruhun Ölümsüzlüğünün Birinci Kanıtı	57

1.5.2. <i>Phaidon</i> 'da Ruhun Ölümsüzlüğünün İkinci Kanıtı	62
1.5.3. <i>Phaidon</i> 'da Ruhun Ölümsüzlüğünün Son Kanıtı	64
İKİNCİ BÖLÜM	
ÇAĞDAŞ MATEMATİK FELSEFESİ TARTIŞMALARI VE KÜMELERİN METAFİZİKSEL ZEMİNİ	76
2.1. Yirminci Yüzyılın İlk Yarısında Matematiğin Temellerine İlişkin Akımlar.....	77
2.1.1. Mantıkçılık.....	77
2.1.2. Biçimselcilik	92
2.1.3. Görüselcilik (İnşacılık)	109
2.2. Matematiksel Nesnelerin Varlıksal Statüsü	119
2.2.1. Gödel'in Platonculuğu	120
2.2.2. Doğalcı Platonculuk: Quine-Putnam Vazgeçilmezlik Argümanı	125
2.2.3. Benacerraf'ın Platonculuğa Yönelttiği İtirazlar.....	129
2.2.4. Maddy: Küme Kuramsal Realizm	131
2.2.5. Saf-Kan Platonculuk	136
2.2.6. Field'ın Nominalist Bilimi.....	140
2.2.7. Soyut Yapı Bilimi Olarak Matematik: Yapısalcılık	145
2.3. Platoncu Metafizik Açısından Matematiksel Nesneler Olarak Kümeler.....	152
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	
KURT GÖDEL'İN TAMAMLANAMAZLIK TEOREMLERİNİN PLATONCU METAFİZİK AÇISINDAN DEĞERLENDİRİLMESİ	158
3.1. Biçimsel Dizge Nedir?.....	158
3.2. Gödel'in Tamamlanamazlık Teoremleri.....	162
3.3. Tamamlanamazlık Teoremleri ve Platoncu Metafizik.....	171
SONUÇ.....	176
KAYNAKLAR	181

ÖZGEÇMİŞ	190
----------------	-----



KISALTMALAR

çev.
ed.
s.
vs.

çeviren
editör
sayfa
vesaire



GİRİŞ

Felsefe tarihi boyunca matematik bilimi ve matematiksel önermeler, geniş çevrelerce, doğruluk ve kesinliği asla kuşku götürmeyen a priori bir bilim ve önermeler sistemi olarak görülmüştür. Örneğin, sürekli değişip yenilenen ve deney ve gözlemle test edilmeye muhtaç olan fiziksel bilimlerin önermelerinin aksine, matematiksel bir önerme olan “ $2+2=4$ ” önermesinin doğruluğundan kimsenin şüphesi yoktur ve bu önermenin deneysel olarak test edilmesine de gerek yoktur. Peki bu derece kesin bir bilimin mahiyeti nedir? Matematiğin bu kesinliğinin kaynağı nedir? Bu kesinlikteki matematiksel önermelerin nesneleri olan “2”, “4” gibi nesneler ne ifade etmektedir? Bu nesneler tıpkı fiziksel nesneler gibi kendi başlarına var olan nesneler midir, yoksa bunlar aslında kendi başlarına bir anlam ifade etmeyen dilsel uzlaşımlardan mı ibarettir? Eğer bunlar anlamsız dilsel uzlaşımlarsa matematik nasıl başarılı bir şekilde doğaya uygulanmakta ve doğayı açıklamayan çalışan fizik biliminde kullanılabilmektedir? Bunlar ve benzeri sorular, “matematik felsefesi” dediğimiz felsefe alanındaki bazı temel sorular olmaktadır ve bu alanda bu sorular tartışılmakta ve bu sorulara cevap aranmaktadır.

Matematik felsefesindeki tartışmaların özellikle, 19. yüzyıl sonu ve 20. yüzyıl başlarında canlandığını görmekteyiz. Bu durumun arkasındaki sebeplerin, Gür ve Yıldırım’ın da belirtmiş olduğu üzere, 2000 yıldır kullanılan Öklid geometrisinden farklı geometrilerin ortaya çıkması ve matematiğin temelleri olarak görülen küme kuramındaki bazı paradoksların görülmesiyle matematiği temellendirme ihtiyacının ortaya çıkması olduğunu söyleyebiliriz.¹ Yine aynı dönemde, felsefede, Richard Rorty’nin ifadesiyle bir “dile dönüş” hareketi gerçekleştiğini görmekteyiz. Bu hareket, felsefî problemlerin dilin doğasını yanlış anlamaktan kaynaklandığını ve dolayısıyla bu problemlerin dilin doğru anlaşılması veya yeniden formüle edilmesiyle

¹ Bekir S. Gür, “Matematik Felsefesine Giriş”, *Matematik Felsefesi*, ed. Bekir S. Gür, Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 35-39; Cemal Yıldırım, *Matematiksel Düşünme*, 15. baskı, İstanbul: Remzi Kitabevi, 2019, s. 111, 123.

çözölebileceğini ileri süren felsefî bir akım olmaktadır.² Çitil'in ifadesiyle bu akımda, nelerin var olup olmadığına veya neleri bilebileceğimize yönelik sorulardan önce, “neyi ne ölçüde ifade edebileceğimiz sorusu”, yani bir anlamda “neler hakkında nasıl anlamlı bir şekilde konuşabiliriz” şeklindeki soru felsefenin odağına yerleşmiştir.³ Bu akımın oluşmasının arka plan fikrinde ise, Glock'un da belirttiği gibi, bir “metafizik” veya bir “mutlak” veya “kendinde şey” gibi fikirlerin elenmesi isteğı söz konusudur.⁴ Bu durumda sadece dilde hakkında anlamlı bir şekilde konuşabildiğimiz veya dilde inşa edip temsil edebildiğimiz soru, nesne ve meseleler anlamlı olmakta, dilin ötesine geçen “kendinelik”, “mutlak” gibi fikirler anlamsız ve bunlara ilişkin sorular “sahte-soru” kabul edilmektedir.⁵ İşte bu dönemdeki matematik felsefesi tartışmalarının da bu “dile dönüş” atmosferi içinde gerçekleştiğini görüyoruz. Örneğın çalışmamızda ele alacağımız ve görüşleriyle çağdaş matematik felsefesini derinden etkilemiş olan Gottlob Frege, sözcüklerin anlam ve gönderimlerin içinde bulundukları cümle bağlamında ele alınmaları gerektiğini söylemiş ve dolayısıyla “sayıyı” da aynı şekilde içinde anlam kazandığı “yargı” bağlamında ele almıştır.⁶

Peki bütün felsefî sorunların bir dil içerisinde anlamlandırıldığı ve tüm anlam ve nesnelerin dil içerisinde tanımlandığı bir anlayışta, matematiksel nesnelerin durumu ne olmaktadır? Bu durumda “2” ve “4” gibi matematiksel nesneler ile “2+2=4” gibi matematiksel önermeler nasıl anlaşılmalıdır? Bu matematiksel nesneler kendi başlarına, insandan ve dilsel inşalardan bağımsız olarak var mıdır, yoksa bunlar da dilsel üretimler içinde mi var olmaktadır? Eğer bu sayılar dilde varlık kazanıyorsa, “2+2=4” önermesinin kesin ve “nesnel” bir şekilde doğru olduğunu söyleyebilir miyiz? Yani matematik inşa edilen bir bilimse, o zaman matematiğın nesnelliğının zemini nedir, veya böyle bir nesnellik var mıdır? Nesnelliğı, Cevizci, bir varlığın, insanın her türlü zihinsel tasarımıından ve dünya görüşünden, bilen öznenen mutlak bir şekilde

² Richard Rorty, “Introduction - Metaphilosophical Difficulties of Liguistic Philosophy”, *The Linguistic Turn*, ed. Richard Rorty, Chicago ve Londra: The University of Chicago Press, 1992, s. 3.

³ Ahmet Ayhan Çitil, *Çağdaş Felsefe I*, ed. Semiha Akıncı, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları, 2018, s. 49.

⁴ Hans-Johann Glock, *Analitik Felsefe Nedir?*, çev. Osman Baran Kaplan, İstanbul: Albaraka Yayınları, 2021, s. 186, 187.

⁵ Rorty, “Linguistic Philosophy”, s. 4, 5.

⁶ Gottlob Frege, *Aritmetiğın Temelleri*, çev. H. Bülent Gözkân, İstanbul: Yapı Kredi Yayınları, 2007, s. 85, 142.

bağımsız olarak “her ne ise o” olması şeklinde tanımlamıştır.⁷ Bu tanımlı izleyecek olursak, nesnellik, her türlü inşadan bağımsız bir “kendinde var olma” durumu olarak anlaşılmaktadır. Dolayısıyla “nesnelliğin” bir “nesne olma” hâli olduğunu ve nesnellik için bir “nesne” olması gerektiğini söyleyebiliriz. Bu nesnenin, sürekli değişim hâlinde olan fiziksel nesneler olamayacağı açıktır, zira “ $2+2=4$ ” gibi temel matematiksel önermeler, bir değişime tâbî değildir. O hâlde matematiğin “nesnel” olabilmesi için de fiziksel ve dilsel inşalardan bağımsız “matematiksel nesnelerin” gerekli olduğu görülmektedir. Peki matematik dil içinde inşa ediliyorsa o zaman matematiksel nesneler nasıl var olabilecektir? Dilden bağımsız bir nesne mümkün müdür? Bu soru, çalışmamız boyunca takip edeceğimiz temel problematik olacaktır. Biz bu çalışmamızda, bir yandan bu soruya, antik Yunan filozofu Platon’un görüşlerini takip ederek “evet” yanıtını vermeye, yani dili “aşan” aşkın nesnelerin varlığının imkânını ortaya koymaya çalışacağız; diğer yandan da Platon’un fikirlerinden hareketle, çağdaş matematik felsefesinde ortaya konan görüşlerin ve çağdaş matematik felsefesinde çok etkili olan “Gödel tamamlanamazlık teoremlerinin” bir değerlendirmesini yapmaya çalışacağız.

Çağdaş matematik felsefesi literatüründe matematiksel nesnelerin insandan, zihinden ve dilden bağımsız olduğunu ileri süren çok sayıda görüş ve argüman görmektedir. Bu görüşlerin savunucuları kendi içlerinde farklılaşmakla beraber, matematiğin nesnelerinin tıpkı fiziksel nesneler gibi bir varlığının olduğunu ileri süren genel görüş literatürde “Platonculuk”, “matematiksel Platonculuk”, “realizm”, “matematiksel realizm” şeklinde adlandırılmaktadır. Ancak bu Platonculuk görüşlerini incelediğimiz zaman, bu görüşlerin de “kendinde nesne” fikrinden ziyade dilde tesis edilebilen nesneleri “var” kabul ettiklerini görmekteyizdir. Basit bir örnek verecek olursak, çağdaş matematiksel bir Platoncunun ileri süreceği “100’den büyük asal sayılar vardır” şeklindeki bir önerme matematiksel olarak doğrudur ve “100’den büyük asal sayı” diye tanımlanan nesnelerin “var olduğunu” söylemektedir. Platoncu bu önermeden hareketle sayıların var olduğunu iddia edebilir. Ancak böyle bir tanım esasında “nesnel” bir sayı nesnesinden söz etmemiş, doğal sayı aritmetiği dili “çerçevesinde” bir sayı tanımını inşa etmiş ve bu inşayla elde edilen nesnelere varlık atfetmiştir. Bu “dilsel çerçeve” fikrini, 20. yüzyılda yaşamış, meşhur mantıkçı pozitivist filozof Rudolf

⁷ Ahmet Cevizci, *Felsefe Sözlüğü*, 3. baskı, İstanbul: Paradigma Yayınları, 1999, s. 622.

Carnap'ın, "içsel" ve "dışsal" felsefî sorular şeklinde ifade ettiği fikirde açık bir şekilde görmekteyiz. Carnap'a göre kabul edilen bir fiziksel veya matematiksel dil çerçevesi "içerisinde", dış nesnelerin veya sayıların var olup olmadığı sorusu anlamlı olmaktadır. Mesela aritmetik dili çerçevesinde, "beş bir sayıdır", "18 ile 22 arasında bir asal sayı 'vardır'" gibi önermeler anlamlı ve doğru olmaktadır. Buna karşın Carnap'a göre bu dilsel çerçevelere öncel olarak, yani herhangi bir çerçeve kabul etmeksizin sorulan "dış dünya var mıdır?" veya "sayı var mıdır?" şeklindeki sorular, metafiziksel sorular olmaktadır ki bu tarz sorular için filozoflar henüz bir dilsel veya bilişsel doğrulama metotları vermediği için, bu sorular anlamsız veya "sahte" sorular olmaktadır. Ancak fiziğin veya matematiğin dilsel çerçevesi içerisinde bu sorular anlamlıdır ve fizik için deney ve gözlem, matematik için de mantıksal analiz olmak üzere doğrulama yöntemlerine de sahiptir.⁸ Carnap'ın bu fikirleri aynı zamanda "dile dönüş" hareketinde ortaya çıkan dil merkezli felsefe anlayışının da açık bir tezahürü olmaktadır.

Benzer şekilde, 20. yüzyılda, matematiksel Platonculuk lehine verilen bir diğer meşhur argüman, ileride de göreceğimiz üzere, doğa bilimlerinin dünyayı en iyi açıklama yöntemimiz olduğu fikrinden ve matematik de doğa bilimlerinde vazgeçilemez bir şekilde kullanılmakta olduğu için, matematiğin nesnelerinin varlığının varsayılması gerektiğini ileri süren "vazgeçilmezlik argümanıdır". Ancak bu argüman da matematiği bu kez mantıksal bir dil değil, bilim dili içinde anlamlı saymakta ve kabul etmektedir. Dolayısıyla bu argümanda da "nesnel" bir matematik nesnesinden söz edilememektedir. Bu argüman, Platonculuğun "doğalcı" bir versiyonu olmaktadır.

Bu noktada, çalışmamızın ilk bölümünün ilk kısmında ele alacağımız, 20. yüzyılın meşhur doğalcı filozofu Willard V. O. Quine'in "ontolojik bağlanma" fikrinden söz edebiliriz. Bu fikre göre, bir biçimsel dilde " $\exists$ " şeklinde yazılan ve "en az bir tane ... vardır" anlamına gelen tikel niceleyici sembolünün kapsamına giren değişkenler, o dilde var kabul edilmekte, yani bu nesnelere "ontolojik bağlanma" gerçekleştirilmektedir.⁹ Dolayısıyla dil içinde "varsayılan" nesneler "var" kabul edilmiş

⁸ Rudolf Carnap, "Empiricism, Semantics and Ontology", *Philosophy of Mathematics*, 2. baskı, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 242-245.

⁹ Willard V. O. Quine, "On What There Is", *From a Logical Point of View*, ed. Willard V. O. Quine, 2. baskı, New York, Hagerstown, San Francisco, London: Harper Torchbooks, 1961, s. 12.

olmaktadır ki çağdaş Platonculuğun kabul ettiği matematiksel nesneler de aslında biçimsel bir dilde veya bilim dilinde “var” kabul edilen nesneler olmaktadır.

Çalışmamızın temel problematiği olan “dilden bağımsız matematiksel nesneden söz edilebilir mi?” sorumuza geri dönersek, çağdaş matematik felsefesinde ortaya konan Platoncu fikirlerin bu soruya “evet” yanıtını veremediklerini görmekteyiz. İşte biz bu nedenle, çalışmamızda, bu fikirlerin ismini ve köklerini aldığı filozof Platon’a müracaat edecek ve öncelikle Platon’un fikirleri içinde, muhakeme dilini aşan “kendinde matematiksel nesne” fikrinin nasıl mümkün olduğunu göstermeye çalışacağız. Burada “muhakeme dilinden” kastımız, belli “varsayımlar” tanımlayıp çıkarımlarla ilerleyen ancak varsayımların zeminini sorgulamayan biçimsel nitelikteki bir dil olmaktadır. Bu kast ettiğimiz varsayımlar, Quine’ın “ontolojik bağlanma” fikriyle aynı düzeyde olmakta, yani belli önermelerden hareketle nesneler tanımlanarak bu nesneler “var” kabul edilmekte, ancak dilin ötesinde nesnelerin var olup olmadığı araştırılmamaktadır. Bu “dilini ötesindeki nesne” fikri, çağdaş dönemde dile dönüş hareketiyle dışlanan, Carnap’ın da “anlamsız” olarak nitelediği “metafizik” olmaktadır. Dolayısıyla çalışmamızın ilk bölümünün ilk kısmında, bu anlamdaki bir metafiziği, çağdaş dönemde “ontolojik bağlanma” fikrinden hareketle anlaşılmış olan ve “ne vardır?” sorusuyla ilgilenen “ontolojiden” ayırmaya çalışacağız. Burada ontolojinin dile dönük bir inceleme, metafiziğin ise “nesneye” dönük bir inceleme olduğunu ileri süreceğiz.

Çalışmamızın ilk bölümünün daha sonraki kısımlarında, Platon’un felsefesini inceleyecek ve önce Platon’da, ilk başta tanımladığımız anlamda bir “ontoloji” fikrinin nasıl var olduğunu gösterecek, ardından Platon’un asıl görüşlerini teşkil eden, ilk bölümde tanımladığımız anlamda bir “metafizik” olan Platon metafiziğini inceleyeceğiz. Burada özellikle Platon’un *Devlet* diyalogundaki Bölünmüş Çizgi analogisinden ve *Kratylos* diyalogundaki ad-nesne ayırımından hareket ederek, Platon’un nasıl bir “kendindelik” fikrini temellendirdiğini ve bu “kendindeliğin” nasıl hem dilsel çerçeveleri aştığını ve aynı zamanda bu çerçeveleri mümkün kıldığını söyleyecek ve Platon’da “dilini” varlığını “nesneye” borçlu olduğunu göstermeye çalışacağız. Sonrasında bu fikir üzerinden Platon’un matematikle ilgili görüşlerini inceleyecek onda her türlü fiziksel ve zihinsel (dilsel) inşaları aşan ve bu inşaları mümkün kılan asıl kendinde matematiksel nesne alanı fikrini göstereceğiz. İlk bölümünün son kısmında ise, Platon’da bütün bu biliş faaliyetlerinin zemini olan ruh fikrini ve ruhun bu

kendineliklerle olan özsel tanışıklığını inceleyeceğiz. Bu incelemede Platon'un bilgi felsefesinin temeli olan, ruhun hatırlaması (*anamnesis*) kuramını inceleyecek ve özellikle *Phaidon* diyalogunda ortaya konan ruhun ölümsüzlüğüne ilişkin argümanları da yine Platon metafiziğinde ruhun aslılığı ve asıl nesnelerle olan irtibatı zemininde inceleyerek göstermeye çalışacağız. İlk bölümümüzün sonunda, Platon'un felsefesinde, ruhun asıl kendinelik olan İdealarla özsel tanışıklığı sayesinde her türlü matematiksel inşaların ve matematiksel nesnelerin bilgisinin mümkün olduğunu söylemiş olacağız.

Çalışmamızın ikinci bölümünde ise, çağdaş matematik felsefesinde ortaya çıkan temel görüşleri inceleyecek, tartışmaların ne yönde seyrettiğini gösterecek ve bu görüş ve tartışmaları ilk bölümde ortaya koyduğumuz Platon metafiziği ekseninde değerlendirmeye çalışacağız. Bu bölümde göstereceğiz ki, çağdaş matematik felsefesinde ortaya konan mantıkçılık, biçimselcilik, görüselcilik gibi matematiğin temellerine ilişkin görüşlerle; Platonculuk, doğalcılık ve yapısalcılık gibi görüşlerin hepsi açık veya örtük bir şekilde bir “nesne” veya “nesneler çokluğu” varsayımına dayanmaktadır. Biz bu nesneleri, günümüz matematiğinin temel nesneleri olan “kümeler” fikri üzerinden değerlendireceğiz ve bu kümelerin, özellikle de küme-eleman bağıntısının zeminine ilişkin Platoncu metafizik ekseninde bir açıklama getirmeye çalışacağız.

Çalışmamızın son bölümünde ise, Kurt Gödel'in yirminci yüzyılın ilk yarısında ortaya koyduğu ve biçimsel bir matematik sisteminin içinde, sistemin kurallarınca ispatlanamayan doğru önermelerin bulunduğu ve aynı zamanda sistemin kendi kendisinin tutarlılığını ortaya koyamayacağını ispatlayan “tamamlanamazlık teoremlerini” inceleyeceğiz. Bu incelemenin ardından, bu teoremleri de Platoncu metafizik ekseninde değerlendirerek, hem savunduğumuz Platoncu metafiziğe bir destek sağlamaya çalışacağız, hem de teoremleri bu metafizik ekseninde anlamlandırmaya çalışacağız.

Yaptığımız bu çalışmada ele almış olduğumuz, “dil ve muhakemeyi aşan bir nesne mümkün müdür?” sorusu, kanaatimizce “nesnellik” fikri açısından önemlidir. Zira dediğimiz üzere, çağdaş dönemdeki matematik anlayışı, belli dilsel varsayımlar ve aksiyomlar üzerinden ilerlemektedir. Ancak bu varsayımların metafiziksel zemini sorgulanmadığı için, bu varsayımlar “nesnel” boyuta ulaşamamakta ve belli uzlaşımlardan ibaret kalmaktadır. İşte bu metafiziksel sorgulamanın, matematiğin

nesnelliğini ortaya koyma yönünde önemli olacağını düşünüyoruz. Dolayısıyla bu çalışmamız da bu konuda bir çaba girişimi olmakta ve alana bu yönde bir katkı sağlamayı amaçlamaktadır.

Çalışmamızın ilk bölümünde, Platon'un başta *Devlet*, *Kratylos*, *Sofist* ve *Phaidon* diyalogları olmak üzere çeşitli diyaloglarından yararlanmış bulunuyoruz. İkincil kaynak olarak ise başlıca Ahmet Arslan'ın *İlkçağ Felsefe Tarihi – Sofistlerden Platon'a* adlı eseri, Anders Wedberg'in *Plato's Philosophy of Mathematics* adlı eseri, Ahmet Cevizci'nin "Platon'un Devlet'teki Bölünmüş Çizgi Analogisi" adlı makalesi, Taylor'un Oğuz Haşlakoğlu'nun "Politeia Diyalogunda Epistêmê Tasnifi ve Dialektikê Methodos'un Anlamı" makalesi, A. E. Taylor'un *Plato* adlı eseri olmak üzere Platon üzerine yazılmış çeşitli kitap ve makalelerden yararlandık. Çalışmamızın ikinci bölümünde, birincil kaynaklar olarak incelediğimiz filozoflar olan Gottlob Frege, Bertrand Russell, David Hilbert, Haskell Curry, L. E. J. Brouwer, Arend Heyting, Kurt Gödel, Willard V. O. Quine, Paul Benacerraf, Penelope Maddy, Bernard Linsky ve Edward Zalta, Hartry Field ve Stewart Shapiro'un kendi kitap ve makalelerinden; ikincil kaynak olarak ise daha çok Stewart Shapiro'nun *Thinking About Mathematics* ve Øystein Linnebo'nun *Philosophy of Mathematics* adlı eserlerinden yararlandık. Çalışmamızın üçüncü bölümünde ise Ernest Nagel ve James Newman'ın *Gödel Kanıtlanması* adlı eserinden, Jaakko Hintikka'nın *On Gödel* adlı eserinden, Rebecca Goldstein'in *Gödel'in Tamamlanmamışlık Kuramı* adlı eserinden ve John L. Casti ile Werner DePauli'nin *Gödel* adlı eserinden yararlandık.

BİRİNCİ BÖLÜM

PLATONCU ONTOLOJİ VE PLATON'UN METAFİZİĞİ

1.1. Çağdaş Felsefede Ontoloji-Metafizik Ayrımı

Felsefe tarihi açısından, “ontoloji” ile “metafizik” terimleri arasında keskin bir ayrım yapmanın oldukça zor olduğu görülmektedir. Berto ve Plebani’nin de belirttiği üzere iki terim arasındaki sınır oldukça bulanıktır.¹⁰ Gabriel’in belirttiğine göre de “ontoloji” ve “metafizik” terimleri sık sık birbirinin yerine geçebilir bir biçimde ve kimi zaman aynı anlamda kullanılmıştır.¹¹ Cevizci de “ontoloji” ve “metafizik” terimlerinin kimi zaman aynı anlamlarda kullanıldığını, kimi zaman da ontolojinin metafiziğin bir alt dalı olarak görüldüğünü belirtmiştir.¹²

Van Inwagen’in belirttiği üzere ontoloji çok eski bir felsefe konusu olmasına rağmen “ontoloji” terimi nispeten yeni olup on yedinci yüzyılda literatüre girmiştir.¹³ Berto ve Plebani’ye göre bir disiplin olarak ontoloji, Aristoteles’in “varlık olmak bakımından varlığın bilimi” fikrine kadar geri gider.¹⁴ Bununla beraber van Inwagen’e göre “ontoloji”, yirminci yüzyılda özellikle Quine ile analitik felsefe geleneğinde, Heidegger ile de kıta felsefesi geleneğinde oldukça önem kazanmıştır.¹⁵ Burada Quine, ontolojinin neyin “var” kabul edilip, neyin “yok” kabul edileceği sorunuyla ilgili olduğunu belirtmiştir.¹⁶ Bu açıdan ontoloji, somut nesneler, soyut nesneler, nitelikler, ilişkiler, sayılar, kümeler, bilinç, mümkün dünyalar, kurgusal nesneler vs. gibi şeylerin hangilerine “var”, hangilerine “yok” diyeceğimize dair bir araştırma; neyin “var” ve neyin “yok” olduğuna dair bir liste çıkarımından ibaret olmaktadır.¹⁷ Cevizci de çağdaş analitik felsefe açısından ontolojinin neyin var olduğuyla ilgili genel bir teoriden ibaret

¹⁰ Francesco Berto ve Matteo Plebani, *Ontology and Metaontology*, London ve New York: Bloomsbury Academic, 2015 s. 3.

¹¹ Markus Gabriel, *Fields of Sense*, Edinburgh: Edinburgh University Press, 2015, s. 1.

¹² Cevizci, *Felsefe Sözlüğü*, s. 644.

¹³ Peter van Inwagen, “Being, Existence and Ontological Commitment”, *Metametaphysics*, ed. David J. Chalmers, David Manley ve Ryan Wasserman, Oxford: Clarendon Press, 2009, s. 472.

¹⁴ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 1.

¹⁵ Van Inwagen, “Ontological Commitment”, s. 472.

¹⁶ Quine, “On What There Is”, s. 1, 2.

¹⁷ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 1.

olduğunu söylemiştir.¹⁸ Heidegger'e göre ise felsefe tarihinde varlık sorusu unutulmuştur ve bunun için ontolojik bir araştırma gerekmektedir.¹⁹ Dolayısıyla van Inwagen'in de belirttiği üzere Quine açısından ontoloji “ne vardır?” sorusuna odaklanırken Heidegger açısından ontoloji “varlığın anlamı nedir?” sorusuna odaklanmaktadır.²⁰ Bu çalışmada ontoloji Quine'in anladığı anlamda ele alınacaktır.

“Ne vardır?” anlamındaki ontolojik soru hususunda, “ontolojik bağlanma” kuramını geliştiren Quine'a göre biz kendimizi, belli bir dilde, bağlı değişken içeren önermeler vasıtasıyla, bu önermelerde nicelenen bağlı değişkenlere ontolojik olarak bağlamış, yani bu şeyleri “var” kabul etmiş oluruz. Mesela “bir milyondan büyük en az bir asal sayı vardır” şeklindeki bir önerme, kendisini bir milyondan büyük bir asal sayının varlığına ontolojik olarak bağlamaktadır. Dolayısıyla bir önerme, biçimsel dile dönüştürüldüğünde, bu önermedeki “ $\exists$ ” tikel niceleyici sembolünün kapsamındaki bağlı değişkenler, ontolojik bağlanmaya konu olmaktadır.²¹ Yani Quine'a göre var olmak, bir dilde tikel niceleyici tarafından bağlanmış olmaktır. “ $\exists xFx$ ”, F türünde şeylerin var olduğunu ifade etmektedir. Bir önerme “ $\exists xFx$ ” ifadesini içeriyorsa o önerme kendini F'lere ontolojik olarak bağlamaktadır.²² Bu şekilde ontoloji, bir dil içinde hangi varlıkların tanımlanıp “var” kabul edileceğine ilişkin bir araştırma olarak karşımıza çıkmaktadır.

“Metafizik” disiplininin ise, Cevizci'den hareketle, şu araştırmaları kapsadığını söyleyebiliriz: Var olana ilişkin genel bir araştırma, varlığa ilişkin genel bir araştırma, görünüşe karşıt olarak asıl gerçeği araştırma, her şeyin varoluşunun kendisine bağlı olduğu esas varlığı araştırma, bir bütün olarak gerçekliği araştırma, ilk ilkeleri araştırma, şeylerin nihai doğalarını ele alma. Bu açıdan Tanrı'nın varoluşu, formlar, kategoriler, tümeller, tikeller, ruh-beden ilişkisi, maddî şeylerin gerçekliği, zaman-mekân ve nedensellik gibi konular metafiziğin konuları arasına girmiş olmaktadır.²³ Aristoteles de “ilk felsefe” adını verdiği metafiziğe dair çalışmalarında varlığa,

¹⁸ Cevizci, *Felsefe Sözlüğü*, s. 644.

¹⁹ Martin Heidegger, *Varlık ve Zaman*, çev. Kaan H. Ökten, İstanbul: Agora Kitaplığı, 2008, s. 11, 12.

²⁰ Van Inwagen, “Ontological Commitment”, s. 472, 473.

²¹ Quine, “On What There Is”, s. 12.

²² Willard V. O. Quine, “Existence and Quantification”, *Ontological Relativity*, ed. Willard V. O. Quine, New York: Columbia University Press, 1969, s. 97; Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 28, 29.

²³ Cevizci, *Felsefe Sözlüğü*, s. 591, 592.

nedenselliğe, Tanrı'ya vs. dair temel konuları ele almıştır.²⁴ Aristoteles her ne kadar “metafizik” ifadesini doğrudan kullanmamış olsa da, varlığı kısmî olarak inceleyen diğer bilimlerin aksine, var olmak bakımından var olanı ve ona kendi başına ait olanları inceleyen bir bilimin bulunduğunu söylemiştir ki bu bilim ilkeleri ve en yüksek sebepleri araştırmaktadır.²⁵ Smith'in belirttiği üzere Aristoteles'in “ilk felsefe” veya “asıl felsefe” dediği daha sonra “metafizik” olarak adlandırılacak bu disiplin, bütün bilimlerin dayandığı ilkelerin araştırması olmaktadır. Bu açıdan metafizik tümel bir araştırma olmaktadır.²⁶ Yine Gabriel'e göre metafizik, görünüş ile gerçeklik karşıtlığına dair bir açıklama girişiyle, bütünlüğün teorisinin yani dünyayı “dünya” olarak ele almanın bir kombinasyonu olmaktadır. Bu açıdan metafizik, varlığın ve gerçekliğin bizzat kendisiyle, bunların esas doğasıyla ilgilenmektedir. Metafizik, gerçekliğin mutlak olarak kavranması çabasıdır.²⁷

Berto ve Plebani'ye göre çağdaş anlamda ontoloji ile metafizik arasındaki ayrım hâlâ net değildir. Mesela kimi filozoflara göre, Quine'ın ortaya koyduğu, neyin var neyin yok olduğuna dair bir liste anlamındaki bir ontoloji için öncelikle gerçekliğin nasıl bir yapısı olduğuna dair bir inceleme, yani metafizik yapmamız gerekmektedir. Ancak kimilerine göre de ontoloji, metafiziği incelemektedir. Mesela Quineci yolu takip edersek, önce gerçekliğimizde neleri “var” kabul edeceğimize dair tam bir liste çıkarıp ardından doğaya ve bu varlıkların yapısına dair araştırma yapmamız gerekebilir.²⁸

Van Inwagen de, dünyaya ve her şeye dair nihai hakikatin incelenmesi girişimi şeklinde ele aldığı metafiziğin dünyanın en genel özelliklerini, dünyanın niçin var olup niçin bu şekilde olduğunu ve insanın dünyadaki yerinin ne olduğunu incelediğini söylemiş ve bu anlamda, “ne vardır?” sorusunu soran ontolojinin alanına kimi zaman metafiziksel soruların da dahil olduğunu belirtmiştir. Mesela ona göre doğada bir düzen olup olmadığı, özgür iradenin olup olmadığı, nesnel bir hakikatin olup olmadığına dair

²⁴ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 3, 4.

²⁵ Aristoteles, *Metafizik*, çev. Y. Gurur Sev, 5. baskı, İstanbul: Pinhan Yayıncılık, 2019, s. 101, 1003a20-32.

²⁶ Barry Smith, “Ontology”, *A Companion to Metaphysics*, 2. baskı, ed. Jaegwon Kim, Ernest Sosa ve Gary S. Rosenkrantz, Oxford: Blackwell Publishing, 2009, s. 463; Aristoteles, *Metafizik*, s. 193, 1026a26-32.

²⁷ Gabriel, *Fields of Sense*, s. 1, 2, 5, 6.

²⁸ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 3, 4.

sorunlar metafizik sorunlardır. Dolayısıyla metafizik de “ne vardır?” sorusunu sormak durumunda kalabilmektedir. Ontolojinin sorduğu sorular ise daha çok “F’ler var mıdır?” şeklindedir.²⁹

Varzi de Quine tarafından gündeme getirildiği anlamda ontolojinin nelerin var olduğu sorusuyla ilgilendiğini ve bu anlamda evrendeki şeylerin tam bir listesini çıkarmayı amaçladığını; buna karşılık metafiziğin bu şeylerin ne olduğunu, onların esas doğasını açıklamaya çalıştığını belirtmiştir. Bu şekilde genel anlamda ontoloji “ne vardır?” sorusunu sorarken, metafizik “nedir?” sorusunu sormaktadır. Bu açıdan Varzi’nin yorumuna göre ontoloji, metafiziğe göre öncelikli olmaktadır. Çünkü ona göre önce nelerin var olduğu ortaya konmalı, ardından onların doğalarına dair daha ileri sorular sorulmalıdır ki ona göre birçok filozof bu yolu izlemiştir. Mesela kendisinin verdiği örneklerden birine göre Aquinas önce Tanrı’nın var olup olmadığını ortaya koymak ve bunun ardından onun doğasını incelemek istemiştir. Yine Varzi, ontoloji ile metafiziğin çok farklı şekilde anlaşılmasının mümkün olduğunu da belirtmiştir.³⁰ İşte Varzi’nin de belirttiği üzere matematikçiler, giriş bölümünde de söylediğimiz üzere, üzerinde çalıştıkları sayıların varlığına kendilerini bağlayabilirken bunların doğaları hakkında metafiziksel sorular sormayı gereksiz bulabilmektedirler. Aynı şey başka bilimler için de geçerlidir. Dolayısıyla Varzi, bilimde önemli olanın üzerinde çalışacağımız ve teoremlerimizi kendilerine dayandıracağımız varlıkların neler olduğunu kabul etmek olduğunu ve bunların doğasına dair daha öte metafiziksel sorular sormayı gereksiz görmemizin mümkün olduğunu belirtmiştir.³¹ İkinci bölümde de göreceğimiz üzere, çağdaş matematik felsefesi alanında yürütülen tartışmalar tam da bu ekseninde ilerlemektedir. Yani tartışmalar sayı, küme gibi matematiksel nesnelerin “var” kabul edilip edilmeyeceği meselesi üzerinden yürümektedir, ancak bu sayıların asıl doğası ve nasıl var olduklarına ilişkin bir tartışmaya girilmemektedir.

Çağdaş dönemde ontoloji ile metafizik arasında yapılan ayrımlar hakkında söylenenlerin bu kadarını vermekle yetiniyoruz. Diyebiliriz ki ontoloji ile metafizik arasında keskin bir ayrım yapmak oldukça zordur. Yine de özellikle çağdaş dönemde filozoflar, metafizikten bağımsız ontolojiler yapmaya çalışmaktadır ki matematik

²⁹ Peter van Inwagen, *Metaphysics*, 3. baskı, Boulder: Westview Press, 2009, s. 1, 4, 6, 289, 290.

³⁰ Achille C. Varzi, “On Doing Ontology Without Metaphysics”, *Philosophical Perspectives* 25 (2011): 407, 408.

³¹ Varzi, “Ontology Without Metaphysics”, s. 412, 413.

felsefesi alanında da bu durum göze çarpmaktadır. Biz çalışmamızda, ontoloji terimini, “belli bir dilde nelerin ‘var’ kabul edileceğine ilişkin açıklama”, metafizik terimini ise “şeylerin her türlü dilsel ve zihinsel faaliyetten bağımsız asıl nesnel doğasını, asıl ‘kendineliklerini’ araştırma” anlamına gelecek şekilde tanımlayacağız. Böyle bir ayrımı Aristoteles’in “ilk felsefesinde” görmemiz de mümkündür. Aristoteles bir yandan “[v]arolan olarak varolanı ve ona *kendi başına* ait olanları temaşa eden bir bilim” olduğunu söylemiş ve burada ilkeler ve en yüksek nedenlerin “kendi başına” bir doğaya ait olduğunu söylemiş; diğer yandan “varolanın” farklı anlamlara geleceğini, ve varolanlar hakkında onların halleri, oluş-bozuluş cihetleri, nitelikleri, yapıcıları vs. yönünden farklı şekillerde konuşulabileceğini belirtmiştir.³² Burada “varolan olarak varolanı kendi başına” inceleyen bilim, bizim tanımladığımız anlamda “metafizik” ifade ederken, varolan hakkında nasıl “konuşabileceğimizi” inceleyen bilim bizim tanımladığımız anlamda “ontoloji” olmaktadır. Dolayısıyla ontolojinin bir dil içinde nelerin kabul edileceği ve neler hakkında konuşulabileceği yönünde bir araştırma olması hasebiyle, “dile yönelik” bir araştırma olduğunu; metafiziğin ise nesnelerin asıl doğasına yönelik bir araştırma olması hasebiyle “nesneye yönelik” bir araştırma olduğunu söyleyebiliriz.

Çağdaş dönemdeki matematik felsefesi tartışmaları da bu anlamdaki bir “ontoloji” çalışması olmaktadır. Sayı, küme gibi matematiksel dilin kullandığı nesnelerin gerçekten var olup olmadığı veya bunların yine matematik dilinin ontolojik olarak bağlandığı başka nesnelere indirgenip indirgenemeyeceği meselesi, bu tartışmaların ana sorunları olmaktadır. Bu açıdan matematiksel Platoncular, matematiksel nesnelere ontolojik bağlanma gerçekleştirerek onları “var” kabul eden düşünürler olmaktadır. Ancak “matematiksel nesnelerin gerçek doğası nedir?”, “bu nesneleri ‘var’ kabul ettiğimiz matematiksel dil nasıl inşa ediliyor?”, “matematiksel dilin ötesinde matematiksel nesnelerden söz edebilir miyiz?” şeklindeki “metafiziksel” sorular, Platoncular tarafından dikkate alınmamaktadır. Bu noktada sayıları var kabul eden Platoncular ile, örneğin ileride göreceğimiz, sayıları biçimsel matematik dilinin işaretleri olarak kabul eden biçimselciler arasında bir fark görünmemektedir. Zira

³² Aristoteles, *Metafizik*, s. 101, 1003a20-1003b18.

Platoncular, dilde, sayıların ontolojik varlığına bağlanma gerçekleştirirken, biçimselciler işaret dizilerinin varlığına ontolojik bağlanma gerçekleştirmektedir.

Matematik dilinden bağımsız, bu dile “aşkın” olan matematiksel nesnelerden söz edebilir miyiz? Şimdi bu konuyu, çağdaş Platoncuların adını aldığı filozof Platon’un felsefesinde ele alacağız. Önce Platon’da bizim tanımladığımız anlamda nasıl bir “ontoloji” fikrinin olduğunu gösterecek, sonrasında Platon bizim tanımladığımız anlamda nesneye dönük felsefesi olan “metafiziğini” inceleyeceğiz. Platon’da metafiziğin ontolojiyi, yani nesnenin dili nasıl önelediğini göstermeye çalışacağız.

1.2. Platon’da Ontoloji

Belirttiğimiz üzere, bu çalışmada Platon’un ontoloji ve metafiziğine yoğunlaşacağız. Ancak Arslan’ın da belirttiği üzere, Platon’un felsefesindeki temel kaygı, siyasete ilişkindir.³³ Buna göre Platon’u felsefeye yönlendiren asıl sebep, onun içinde yaşadığı Yunan site devletlerinin durumundan memnun olmamasıdır.³⁴ Ona göre devletlerdeki bu bozulma, sadece siyasî sebeplerden değil, siyasî sebeplerin gerisinde yatan entelektüel ve ahlakî alanda ortaya çıkan kaostan kaynaklanmaktadır ki bu kargaşanın da sebebi sofistlerdir. Zira sofistler, insanı var olan ve olmayan her şeyin ölçüsü kabul ettikleri için, evrensel ve kendinde bir hakikatin imkânını ortadan kaldırmış ve onun yerine herkesin kendi hakikatini geçirmişlerdi. Bu da entelektüel bir kaos ortamına sebebiyet vermişti.³⁵ Arslan’ın belirttiği üzere, bu duruma karşı ilk hamleyi Sokrates gerçekleştirmiştir. Sokrates, özellikle ahlâk ve değerlerle ilgili evrensel ve akılla bilinebilecek bir hakikatin imkânını ortaya koymaya çalışmıştır. İşte Platon da hocası Sokrates’in izinden gitmiş ve onun ahlâkî alandaki bu hamlesini siyaset, ontoloji ve epistemoloji boyutuna taşımıştır. Böylece Platon sabit, değişmez ve kendinde bir varlık, bir gerçeklik alanını ortaya koymaya ve bu alanın akılla bilinebileceğini temellendirmeye çalışmıştır. Bu şekilde insanlardan bağımsız bir hakikat alanını ortaya koymaya çalışan Platon, yine bu çerçevede evrensel ahlâkî hakikatleri de ispatlamaya

³³ Ahmet Arslan, *İlkçağ Felsefe Tarihi 2 – Sofistlerden Platon’a*, İstanbul: İstanbul Bilgi Üniversitesi Yayınları, 2006, s. 203.

³⁴ Arslan, *Sofistlerden Platon’a*, s. 208.

³⁵ Arslan, *Sofistlerden Platon’a*, s. 210, 211.

çalışmış ve buradan hareketle ideal bir devlet düzeninin mahiyetini ortaya koymaya çalışmıştır. Bu şekilde Platon kapsamlı bir ontoloji, epistemoloji, etik ve siyaset felsefesi kurmaya çalışmıştır ve Arslan'ın da belirttiği üzere Platon, bu kendinde evrensel hakikat alanını, İdealar teorisi üzerinde geliştirmiştir.³⁶

Dürüşken'e göre, Platon'un bu felsefesinde bilgi kuramı merkezi bir konumdadır. Burada "bilgi" ile kast edilen, farklı biliş türleri arasındaki en üst düzey bilgi olan ve asıl bilgi olan "*episteme*"dir.³⁷ Platon'a göre bu, öğrenilmesi gereken bir şeyin kendi başına bilgisini yani kendi öz bilgisini elde etmektir.³⁸ Bu nedenle Platon, sürekli değişim hâlinde olan bu dünyadaki şeylerin, değişmez özleri olduğunu savunduğu İdealar kuramını ortaya atmıştır.³⁹ Platon, konuyla ilgili olarak *Parmenides* diyalogunda, Parmenides'e şunları söyletmiştir:

[...] eğer biri şimdi söylediklerimize ve buna benzer başka şeylere bakarak, var olanların ideaları olduğunu kabul etmezse ve tek tek her bir nesnenin ideasını belirlemeyecek olursa, var olanların her biri için hep aynı kalan bir idea olduğunu kabul etmediğinden, düşüncesini ne yöne çevireceğini bilemeyecektir; bu şekilde de tartışma olanağını bütünüyle ortadan kaldıracaktır.⁴⁰

Görüldüğü üzere Platon, en azından düşünme ve tartışmanın imkânı için şeylerin İdealarının en azından varsayılması gerektiğini ileri sürmüştür. Benzer şekilde Platon, *Kratylos* diyalogunda, Sokrates'e, insanın her şeyin ölçüsü olduğunu ve bu nedenle nesnelerin bir hakikatinin olmadığını savunan Protagoras'a karşıt olarak, bizden bağımsız dış nesnelerin değişmez özleri olduğunu şu sözlerle söyletmiştir:

Her şey herkesçe hep doğru olmuyorsa, her nesne her bir kimsenin değilse, nesnelerin bize görece, bize bağlı olmayan, kendilerinin değişmez varlıkları olduğu açıktır. Nesneler imgelemimizin dileğince oradan oraya sürüklenmezler, kendi kendilerinin yaratılışları gereğince bir varlıkları olur.⁴¹

³⁶ Arslan, *Sofistlerden Platon'a*, s. 212, 213.

³⁷ Çiğdem Dürüşken, *Antikçağ Felsefesi*, İstanbul: Alfa Yayınları, 2014, s. 177.

³⁸ Platon, *Devlet*, çev. Sabahattin Eyüboğlu ve M. Ali Cimgöz, 20. baskı, İstanbul: Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, 2010, s. 139, 438c.

³⁹ Platon, *Devlet*, s. 222, 507b.

⁴⁰ Platon, *Parmenides*, çev. Saffet Babür, 5. baskı, İstanbul: İmge Kitabevi, 2018, s. 45, 46, 135c.

⁴¹ Platon, "Kratylos", Diyaloglar, 7. baskı, ed. Mustafa Bayka, çev. Teoman Aktürel, İstanbul: Remzi Kitabevi, 2010, s. 198, 386e.

Platon, *Kratylos* diyalogunda her şeyin değişip, hiçbir şeyin olduğu gibi durmaması hâlinde, bilgiden söz edilemeyeceğini ileri sürmüştür. Zira bu durumda bilgi de sürekli değişir ve bilen özne imkânı da bilinen nesne imkânı da ortadan kalkar. Hatta Platon'a göre, hiçbir zaman aynı durumda bulunmayan bir şeye varoluş dahi bağlanamaz.⁴² Ancak kendinde bir bilen özne ve kendinde bilinen değişmez bir nesne varsa bilginin de imkânı olur.⁴³

Yine Platon'un ruhun ölümsüzlüğünü ispatlamaya çalıştığı *Phaidon* diyalogunda Sokrates, bu ispat için, önce oluş ve bozuluşun sebebini bilmek gerektiğini söylemiş, bu konuda kendinden önceki Anaksagoras gibi filozofların doğayı yine doğayla ve maddesel sebeplerle açıklamalarını yetersiz bulmuş ve uygun açıklama için başka bir yöntem arayışına başlamıştır.⁴⁴ Nihayetinde Sokrates, Cevizci ve Arslan'ın da belirttiği üzere, varsayıma dayalı bir yöntem benimsemiştir.⁴⁵ Böylece kendinde iyi, güzel, büyüklük vs. gibi İdeaları postüle ederek bu varsayımdan hareketle görüşlerini kanıtlamaya çalışmıştır.⁴⁶

Platon, “doğruluk”, “bilgelik”, “güzellik” gibi sıfatların da kendinde bir gerçekliğinin olduğunu ileri sürmüştür. Mesela *Büyük Hippias* diyalogunda belirttiği üzere, doğru kişiler, doğru davrandıkları için “doğru” sıfatını almaktadırlar. Yani onların bu sıfatı almaları, “doğruluğun” bir sonucudur ki bu nedende “doğruluk” gerçek bir şeydir. Aynı şey “bilgelik” ve “güzellik” için de geçerlidir. Zira bunlar gerçek olmasalardı, bilge insanların bilgeliğinden veya güzel şeylerin güzelliğinden söz edemezdik.⁴⁷ Yani Aristoteles'in de dediği gibi Platon ve takipçileri, “tümellere” birer İdea olarak bağımsız varlık vermişlerdir.⁴⁸

Bu şekilde Platon, Quineci bir tabirle, görünüşte değişmekte olan şeylerin ve niteliklerin değişmez bir özleri olduğuna dair bir ontolojik bağlanma gerçekleştirmekte,

⁴² Platon, “Kratylos”, s. 258, 439a.

⁴³ Platon, “Kratylos”, s. 259, 440a-d.

⁴⁴ Platon, *Phaidon*, çev. Suut K. Yetkin ve Hamdi R. Atademir, İstanbul: Millî Eğitim Basımevi, 1989, s. 86-93, 96a-100a.

⁴⁵ Ahmet Cevizci, “Platon'un Devlet'teki Bölünmüş Çizgi Analojisi”, *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Felsefe Bölümü Dergisi* 15 (1994): 119-123; Arslan, *Sofistlerden Platon'a*, s. 230-232.

⁴⁶ Platon, *Phaidon*, s. 93, 94, 100b-c.

⁴⁷ Platon, *Büyük Hippias*, çev. Furkan Akderin, İstanbul: Say Yayınları, 2016, s. 35, 287.

⁴⁸ Aristoteles, *Metafizik*, s. 411, 1078b29-34.

İdeaları varsaymaktadır. Bu söylenenlerden hareketle, Cevizci'nin de dediği gibi, Platon'un realist bir ontolojiye sahip olduğunu söyleyebiliriz.⁴⁹ Platon, *Philebos* diyalogunda bu ontolojiyi varlık ve oluş ayrımı üzerinden açıklamıştır. Buna göre oluş âlemi sürekli bir sebebe bağlı olarak değişim halindeyken varlık âlemi kendinde ve değişmezdir.⁵⁰

Wedberg ve Arslan'ın belirttiği üzere Platon'un çeşitli diyaloglarında ortaya koyduğu İdea türleri şunlardır: Adalet, cesaret, dindarlık vs. gibi ahlâkî değerler; güzellik gibi estetik değerler; varlık, aynılık, başkalık, hareket, sükunet, bir ve çok gibi varlığın genel cinsleri; daire, çap, ikilik, üçlük vs. gibi matematiksel ve geometrik nesne ve oranlar; insan, at, taş gibi doğal türler; masa, koltuk gibi insan elinden çıkma nesneler.⁵¹

Platon'da İdealar aynı zamanda duyuşsal alandaki çoklukların hepsini kapsayan formlar olmaktadır. Kendi ifadesiyle, “aynı adı verdiğimiz değişik nesneleri hep birden içine alan bir idea, bir kalıp alıyoruz”.⁵² Mesela dünyada birden çok sedir ve masa vardır, ama bunların hepsini içine alan tek bir sedir İdeası ve tek bir masa İdeası vardır. Bunları yapan işçiler de, yaptıklarını ilgili İdeaya uydururlar.⁵³

Özetleyecek olursak, Platon bilgi, bilim, ahlâk ve doğru bir devlet yönetimi için, nesnelerin kendinde bir gerçekliği ve özleri olduğunun varsayılması gerektiğini ileri sürmüştür ki böylece İdealar kuramını ortaya atmıştır. İdealar kurama göre matematiksel ve geometrik nesnelerin de kağıda ve çeşitli yüzeylere çizilen şekillerinden başka, soyut bir gerçeklikleri olmak durumundadır.⁵⁴

İşte, çalışmamızın ikinci bölümünde inceleyeceğimiz çağdaş matematik felsefesinde “Platonculuk” adı verilen ve matematiksel nesnelerin insan zihninden bağımsız bir gerçekliği olduğunu ileri süren; bir başka deyişle matematiksel nesnelere ontolojik bağlanma yapan görüş de adını Platon'un bu düşüncesinden almaktadır. Dummett'in tanımıyla, “Platonculuk, matematiksel teorilerin, bizden bağımsız, soyut

⁴⁹ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analogisi”, s. 40.

⁵⁰ Platon, *Philebos*, çev. Sabri Esat Siyavuşgil, İstanbul: Çağdaş Matbaacılık Yayıncılık Ltd. Şti., 1998, s. 99, 100.

⁵¹ Anders Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, Stockholm: Almqvist & Wiksell, 1955, s. 32, 33; Arslan, *Sofistlerden Platon'a*, s. 249-252.

⁵² Platon, *Devlet*, s. 336, 596a.

⁵³ Platon, *Devlet*, s. 336, 596a-b.

⁵⁴ Platon, *Devlet*, s. 227, 510c-e.

nesneler sistemiyle ilişkili olduğu, ve bu teorilerin cümlelerinin bizim bilgimizden bağımsız olarak belirli bir şekilde doğru veya yanlış olduğu doktrindir”.⁵⁵ Yani çağdaş matematiksel Platonculuk, kendini sayı, küme, fonksiyon gibi soyut matematiksel nesnelerin varlığına ontolojik olarak bağlamakta, konuşmalarında bu nesneleri varsaymaktadır.

İlk kısımda yaptığımız ontoloji tanımı ve Quine’in ontolojik bağlanma fikrinden hareket edecek olursak, gerek Platon için yukarıda söylediklerimiz, gerekse bu çağdaş Platonculuk, dil içerisinde tanımlanan bazı nesnelere kendini varsayımsal olarak bağlamaktadır. Peki Platon’un tüm görüşü bundan mı ibarettir? Yani Platon sadece bir bilgi ve ahlâk imkânı için kendinde nesnelerin varsayılması gerektiğini mi söylemektedir? Sorumuzu tekrar edecek olursak, gerçeklik sadece dilsel varsayımlardan mı ibarettir, yoksa dilin ötesinde bir nesne fikrinden söz edebilir miyiz? Yani ontolojiyi kendisine dayandıracağımız bir metafizik düşünebilir miyiz? İşte Platon’un asıl düşüncesi de birazdan göreceğimiz üzere, ontolojiyi mümkün kılan, önceki bölümde tanımladığımız anlamda bir metafizik zemin öngörmektedir. Şimdi Platon’un bu metafiziğini inceleyelim.

1.3. Platon’un Metafiziği

Platon’un bilgi, ahlâk ve siyasetin imkânı için İdealar ontolojisini ortaya attığını söylemiştik. Ancak Platon’un felsefesi, sadece nesnelerin kendinde bir gerçekliği olduğu varsayımından ibaret değildir. Platon, özellikle orta ve geç dönem diyaloglarında, İdealar kuramı üzerinden ilk bölümde açıkladığımız tarzda bir metafizik tasavvur etmeye de çalışmaktadır. Şimdi bu metafiziği inceleyelim.

1.3.1. Görünen Dünya ve Kavranan Dünya

Platon’un *Parmenides* diyalogunda düşüncenin doğru bir şekilde yönlendirilmesi için İdeaların varsayılması gerektiğini ortaya koyduğunu belirtmiştik.⁵⁶ Yine Platon’un

⁵⁵ Michael Dummett, *Frege – Philosophy of Mathematics*, Londra: Duckworth, 1991, s. 301.

⁵⁶ Platon, *Parmenides*, s. 45, 46, 135c.

Phaidon diyalogunda da, ruhun ölümsüzlüğünü ispat etmek için önce oluş ve bozuluşun nedenini açıklamak istediğini ve bu hususta İdeaları bir varsayım olarak ortaya koyduğunu söylemiştik. Platon burada İdealar ile bu dünya arasında bir nedensellik, bir “pay alma” ilişkisi kurmuştur. Buna göre mesela bir şeydeki güzellik, onun renginden veya şeklinden değil; Güzellik İdeasının kendisinden kaynaklanmaktadır. “Güzel”, bütün güzel şeyleri güzel yapan şeydir.⁵⁷ Yani doğada birden çok güzel şey vardır, ama bunların güzel olmasını sağlayan şey, hepsinin kendisinden pay aldığı tek bir Güzellik İdeasıdır.⁵⁸ Güzellik İdeası, duyuşal şeylerden farklıdır ve şeylere katılarak onları güzel yapar.⁵⁹ Bu pay alma ilişkisini inceleyelim.

Arslan’ın da ifade ettiği üzere Platon, *Phaidon*’da ortaya koyduğu İdealar varsayımını *Devlet* diyalogundaki İyi İdeası ve Bölünmüş Çizgi analogisiyle temellendirmeye çalışmaktadır.⁶⁰ Platon, *Devlet* diyalogunda “birçok şeyler görülür, kavranamaz. İdealarsa kavranır, görünmez” diyerek duyuşal nesnelerin beş duyuya konu olabileceğini; İdealarınsa sadece akılla kavranabileceğini ifade etmiştir.⁶¹ Böylece Platon, evreni, “görünen dünya” ve “kavranan dünya” olmak üzere ikiye ayırmıştır.⁶² Dürüşken’in de belirttiği üzere, görünen dünyadaki nesneler, İdeaların “sılık birer kopyaları” olup sürekli bir oluş ve bozuluş hâlinde dirler. Buna karşın İdealar âlemi tam, değişmez, mükemmel bir âlemdir ve yalnızca düşünceyle kavranır. İdealar gerçek anlamda varlığa sahiptir ve ezeli-ebedî olarak vardır.⁶³ Platon’un *Phaidon* diyalogunda da dediği üzere, duyularla algıladığımız çokluklar sürekli değişim halindeyken, bu varlıkların özleri, yani İdeaları, özdeşliklerini muhafaza ederler.⁶⁴

Kenny, Platon’un İdealar dünyasıyla görünen dünya arasında kurduğu ilişkiyi şu ilkeler üzerinden özetlemiştir: (1) Ortaklık ilkesi: Eğer görünen dünyada birden fazla şey F ise, bu onları F İdeasından pay alması veya onu taklit etmesi sayesinde. Aristoteles’in de belirttiği üzere bu şekilde İdealar “çokluğun üzerindeki bir”

⁵⁷ Platon, *Phaidon*, s. 94, 100d.

⁵⁸ Platon, *Şölen*, çev. Eyüp Çoraklı, İstanbul: Alfa Yayınları, 2014, s. 145, 211b. Platon, *Devlet*, s. 222, 507b.

⁵⁹ Platon, *Devlet*, s. 186, 476c.

⁶⁰ Arslan, *Sofistlerden Platon’a*, s. 233, 234.

⁶¹ Platon, *Devlet*, s. 223, 507c.

⁶² Platon, *Devlet*, s. 226, 509d.

⁶³ Dürüşken, *Antikçağ Felsefesi*, s. 183.

⁶⁴ Platon, *Phaidon*, s. 48, 49, 78d-e.

olmaktadır.⁶⁵ (2) Ayrım ilkesi: F İdeası, F olan her şeyden farklıdır. (3) Öz-yüklemleme ilkesi: F İdeasının kendisi F'dir. (4) Saflık ilkesi: F İdeası F'den başka bir şey değildir. (5) Biriciklik ilkesi: F'den başka hiçbir şey tam olarak F değildir. (6) Yücelik ilkesi: İdealar sonsuzdur, parçaları yoktur, ezeli ve ebedidir, değişime ve duyu organlarına konu olmazlar.⁶⁶ Bu şekilde Platon, görünüşün arkasındaki İdeaların asıl gerçeklik olduğunu belirtmiş olmaktadır. Bu İdealar, her şeyin kendilerine dayandığı “kendinde asıl nesneler” olmaktadır.

Platon bu görünüş-gerçeklik ayrımını, bilgi kuramına da uyarlamıştır. Buna göre gerçek bilgi sadece İdealar âlemine yöneliktir. Görünüşler âlemindeki şeyler ise bilginin değil, sanının (*doksa*) konusu olurlar. Bu açıdan Platon görünüşler dünyasında kalıp asıl gerçeklik olan İdealar dünyasını kavrayamayan kişilerin, mesela duysal güzel şeyleri sevip Güzel'in kendisini düşünmeyenlerin rüyada gibi olduklarını söyler. Buna karşın Güzel'in kendi varlığına inanan, hem onu hem de ondan pay alan şeyleri gören ve Güzel'i güzel şeylerle karıştırmayan bir insan ise asıl gerçek içinde yaşamaktadır.⁶⁷

Platon'a göre sanının konusu olan görünüşler, gelip geçici ve değişkendir. Mesela bir açıdan güzel bir şey, başka bir açıdan çirkin olabilir. Yarım bir şey, duruma göre yarım da olabilir, iki kat da olabilir. Büyük bir şey, duruma göre küçük; küçük bir şey yerine göre büyük olabilir. İşte bütün bunlar bilginin değil, sanının konusu olmaktadır. Platon'a göre bunlarla yetinenler, bunların arkasındaki gerçeği bilemezler. Buna karşın hep kendinin aynı kalan, ezeli-ebedî öz İdeaları kavrayanlar ise gerçek bilgiye ulaşanlardır ki bunlar da filozoflardır.⁶⁸

Bununla beraber Platon, *Devlet* diyalogunda İdeaları da bir hiyerarşiye tâbi tutmuştur. Ona göre bütün İdealardan üstün bir şey daha vardır ki bu hem varlığın hem de bilginin zirvesidir. İşte bu İyi İdeasıdır.⁶⁹ Platon, bilginin en yüksek noktasının İyi İdeası olduğunu şu sözlerle anlatmıştır:

En yüksek bilimin konusu, iyyinin ta kendisi, ideasıdır. Doğruluk ve bütün öteki değerler, insanı iyiye götürürlerse, yararlı olabilirler. [...] Yalnız

⁶⁵ Aristoteles, *Metafizik*, s. 411, 1079a1-4; Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 31, 32.

⁶⁶ Anthony Kenny, *Ancient Philosophy*, Oxford: Clarendon Press, 2006, s. 51, 52; Dürüşken, *Antikçağ Felsefesi*, s. 183, 184.

⁶⁷ Platon, *Devlet*, s. 185, 186, 476c-e.

⁶⁸ Platon, *Devlet*, s. 189, 190; 479a-480a.

⁶⁹ Platon, *Devlet*, s. 218, 219, 504c-505a.

şunu ekleyeceğim ki, bu iyi dediğimiz şeyin ne olduğunu kesin olarak bilmiyoruz. Bunu bilmeyince de, onun dışındaki her şeyi, ne kadar bilirsek bilelim, bir işe yaramaz. Nasıl ki iyiye varmadıkça, varacağımız her şey boşunadır. Sence, iyi olmayan bir şeyi elde etmekte, iyiyi bilmeden her şeyi bilmekte, iyi ve güzel hiçbir şey bilmemekte bir fayda var mıdır?⁷⁰

Devlet diyalogunda Platon, İyi'nin kendisini tanımlamaya güç yetiremeyeceğini, İyi'nin çok yükseklerde bir şey olduğunu söylemiştir. Bunun yerine İyi'yi bir benzetme üzerinden açıklamaya çalışmıştır. Buna göre çevremizde güzel ve iyi şeyleri görmekte ve bunları dilde ifade etmekteyizdir. Kendinde Güzel veya İyi'nin ise değişmez bir İdeaları vardır. Görünür dünyadaki nesneler görülür; İdealar ise kavranır demiştik. İşte Platon'a göre görünen şeyleri gözümüzle, görme gücümüzle görürüz. Ama bunun için görme gücü tek başına yeterli değildir. Bizim görmemiz için üçüncü bir şey daha gerekmektedir ki bu ışıktır. Işığın kaynağı da Güneş'tir. Gözdeki görme yetisi, ona Güneş'ten gelen bir güç gibidir. Görmenin sebebi olan Güneş de görünen bir şeydir. İşte Platon kavranır dünyanın kavranır olmasını mümkün kılan İyi İdeasını, görünen dünyanın görünür olmasını mümkün kılan Güneş'e benzetmiştir.⁷¹

Şimdi şunu iyi belle, iyinin doğurduğunu söylediğim varlık güneştir. İyi, onu kendine eş olarak yaratmıştır. Görünen dünyada, göz ve görünen nesneler için güneş neyse, kavranan dünyada da iyi düşünce ve düşünülen şeyler için odur. [...] Ruh için de şöyle düşün: Ruh, bakışlarını gerçeğin ve varlığın aydınlattığı bir nesneye çevirdiği zaman onu kavrar, bilir ve tam bir anlayışa varır. Ama, karanlıkla karışık doğan ve ölen geçici şeylere çevrildi mi, yarım yamalak, bulanık görür onları. Bir görünüşten ötekine, bir uçtan öbür uca atlar; aklını işletemez olur. [...] İşte nesnelere gerçekliğini, kafaya da bilme gücünü veren iyi ideasıdır. Bunu iyi bil. Bilinen şeyler olarak gerçeğin ve bilimin kaynağı odur. Ama bilim ve gerçek ne kadar güzel olursa olsunlar, şuna inan ki, iyi ideası onlardan ayrı, onların çok üstündedir.⁷²

⁷⁰ Platon, *Devlet*, s. 219, 220, 505a.

⁷¹ Platon, *Devlet*, s. 222-224, 506d-508b.

⁷² Platon, *Devlet*, s. 224, 225, 508b-509a.

Platon, İyi İdeasının sadece bilgi açısından değil olarak değil, varlık açısından da İdealara kaynak olduğunu belirtmiştir. Buna göre bilinen şeyler, sadece bilinme özelliklerini değil, “iç ve dış varlıklarını da ona borçludurlar”.⁷³

Platon’un “kendinde nesneler” olarak İdealardan ve İyi İdeasından bu şekilde söz ederek, var olan ve bilinen her şeyin kaynağını bu kendindeliklere dayandırması, onun önceki alt bölümde tanımladığımız anlamda, ontolojinin ötesinde bir metafizik kurmaya çalışması yönünde değerlendirilebilir. Peki İdealar ve İyi İdeası da nihayetinde varsayımsal, yani birinci kısımda söylediğimiz anlamda ontolojik birer ilke değiller midir? Yani İyi İdeası ve diğer İdealar da tıpkı görünür dünyadaki nesneler gibi, dilde ifade edilen bir nesne değil midir? Bu noktada, metafiziksel bir açıklama yapmak için, dilde ifade edilen nesne ile nesnenin kendisi arasında bir ayrım yapmamız gerekmektedir. Bu noktada Platon metafiziğinin temel şeması olarak yorumlayabileceğimiz Bölünmüş Çizgi benzetmesine bakmamız gerekmektedir.

1.3.2. Bölünmüş Çizgi

Bölünmüş Çizgi, Platon’un varlık tiplerini ve bunlara karşılık gelen biliş düzeylerini ifade etmek için ortaya koyduğu bir şemadır. Platon, eşit olmayan bir oranda ikiye bölünmüş bir çizgi hayal eder. Çizginin parçalarından biri görünen dünyayı, öteki kavranan dünyayı temsil eder. Görünen dünya, kavranan dünyanın bir yansımasıdır. Platon bu parçaların nesnelerin aydınlık ve karanlık derecelerine göre bölünmesi gerektiğini söylemiştir.⁷⁴ Burada Haşlakoğlu ve Cevizci’nin de belirttiği üzere, daha aydınlık parçanın daha uzun, daha karanlık parçanın daha kısa olması gerektiği yorumunu kabul edeceğiz. Zira Haşlakoğlu’nun belirttiği üzere nihâî hakikat olan İyi İdeası, Bölünmüş Çizgi’nin temeli olmakta ve bütün çizgiyi (varoluşu) mümkün kılmaktadır ve bu nedenle çizgide İyi İdeasına yaklaşıldıkça hakikatten alınan pay da artacağı için aydınlık ve açıklık da artacaktır. Zira Platon’a göre bir şey gerçeğe ne

⁷³ Platon, *Devlet*, s. 225, 509b.

⁷⁴ Platon, *Devlet*, s. 226, 509d.

kadar yakınsa o kadar aydınlık olur.⁷⁵ Bu nedenle çizginin kavranan dünyaya ait kısmı daha uzun olan parça olmalıdır.⁷⁶

Platon bu iki parçanın her birini de aynı oranda ikiye bölmüştür. Haşlakoğlu'nun da belirttiği üzere, her iki durumda da, çizginin genelinde olduğu gibi, alt bölmedekiler üst bölmedekilerin yansımalarıdır.⁷⁷ Bu son bölünmeden sonra çizginin de en alt kısmı olan, görünen dünyanın ikinci kısmı, yansımalar parçası olmaktadır. Platon bu parçanın gölgeler, suda ve parlak yüzeylerde görülen şekiller ve bunlara benzeyen başka görüntüler olduğunu söylemiştir.⁷⁸ Cevizci'ye göre Platon, “bunlara benzeyen başka görüntüler” derken şiir ve resim gibi taklide dayanan sanatları kast etmiştir.⁷⁹ Görünen dünyanın diğer yarısında ise Platon, canlı varlıkların, bitkilerin ve insan yapımı tüm nesnelerin bulunduğunu belirtmiştir. One göre görünen dünyadaki bu ayırım, tüm biliş sürecindeki bilgi ile sanı arasındaki ayrıma paraleldir.⁸⁰ Platon, ruhun bu iki bölüme ilişkin biliş türlerinin ise, yansımalar için “*eikasia*” (tahmin), fiziksel nesneler için ise “*pistis*” (inanç) olduğunu söylemiştir.⁸¹

Platon, kavranan dünyayı temsil eden parçanın bölmeleri hakkında ise Sokrates'e şunları söyletmiştir:

Böldüğümüz çizginin ilk parçasında ruh, deminki parçaya asıllarını koyduğumuz nesneleri birer yansı olarak ele aldığı için, araştırmalarına varsayımlardan gitmek zorunda kalır; ilkeye değil, sonuca götüren bir yola girer. İkinci parçada ruh, yansılara başvurmadan varsayımdan ilkeye gider; araştırmalarını yalnız kavramlarla yapar.⁸²

Platon, kavranan dünyada için de ikinci kısmın birincisinin yansıması olduğunu ileri sürmektedir. Sadece belli varsayımlardan sonuca ilerleyen kavranan dünyanın bu ikinci kısmı, matematik bilimlerin uğraş alanıdır:

⁷⁵ Platon, *Devlet*, s. 227, 228, 511e.

⁷⁶ Oğuz Haşlakoğlu, “Politeia Diyalogunda Epistêmê Tasnifi ve Dialektikê Methodos'un Anlamı”, *Felsefe Tartışmaları* 34 (2005): 72, 73; Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analogisi”, s. 39, 40.

⁷⁷ Haşlakoğlu, “Epistêmê Tasnifi”, s. 72.

⁷⁸ Platon, *Devlet*, s. 226, 509d-510a.

⁷⁹ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analogisi”, s. 50-55.

⁸⁰ Platon, *Devlet*, s. 226, 227, 510a.

⁸¹ Platon, *Devlet*, s. 227, 510b.

⁸² Platon, *Devlet*, s. 228, 511e.

Bilirsin ki geometri, aritmetik, onlara benzer bilimlerle uğraşanlar tek, çift diye, üçgen, dörtgen diye, üç çeşit açı diye birçok şeyi varsayalar. Bunları bilinen şeyler gibi ele alırlar. Bunlardan ne kendilerine, ne de başkalarına hesap vermeyi gerekli bulurlar artık. Sonra, bu varsayımlardan kalkıp basamak basamak yükselir, bir sonuçtan ötekine geçerek, önceden kafalarına koyduklarını ispat ederler [...] Şunu da bilirsin ki, bu adamlar görünen şekilleri ele alıp bunlar üzerinde fikir yürütürken asıl düşündükleri bu şekiller değil, bunların benzediği başka şekillerdir. Asıl düşündükleri soyut dörtgen, soyut köşegendir, kendi çizdikleri köşegenler değil. Kendi çizdikleri şekilleri -ki ayrıca bunların da gölgeleri ve suda görüntüleri vardır- birer yansı olarak kullanır, yalnız düşüncenin görebildiği üstün şekillere varırlar. [...] İşte kavramlar bölümü derken bunları anlıyordum. Düşünce bunları ararken, ilkeye gitmeden varsayımlar kullanmak zorundadır; çünkü, varsayımların üstüne yükselemez. Öbür bölümdeki gölgeleri doğuran nesneleri birer yansı olarak ele alır. Bunları gölgelerden daha ışıkl, daha değerli sayarlar.⁸³

Çizginin bu bölümündeki biliş durumu için Platon, “*dianoia*” (çıkarış/muhakeme) ifadesini kullanmıştır.⁸⁴ Platon, *dianoia*’nın uğraş alanının matematik bilimleri olduğunu söylemiş olsa da, bu bölümün nesneleriyle ilgili olarak hangi türden nesneleri kast etmiş olduğu belirsizdir. Cevizci’nin aktardığı üzere konuyla ilgili çeşitli yorumlar yapılmıştır.⁸⁵ Bu nesnelerin neler olduğuyla ilgili tartışmaya burada girmeyeceğiz. Ancak yukarıda alıntılادیğimiz pasajda söylenenler ve buna cevap olarak Glaukon’un “geometride ve ona benzer bilimlerde yapılanı söylemek istiyorsun”

⁸³ Platon, *Devlet*, s. 227, 228, 510c-511a.

⁸⁴ Platon, *Devlet*, s. 228, 511e.

⁸⁵ Cevizci bu yorumları şöyle sıralamıştır: “*Dianoia* için farklı nesneler öne süren yorumcuları şöyle sıralayabiliriz: N. Cooper, S. Morrison ve N.P. White’in *dianoianın* nesnelerinin *pistis*’te aracısız olarak kavranan duysal şekiller, diyagramlar olduğunu öne süren yorumu, H. Jackson’un *dianoianın* nesnelerinin matematikçinin İdealara ilişkin genel fikirleri, tam olmayan, yanlış tasarımları olduğunu savunan yorumu, I.M. Crombie’nin *dianoianın* nesnelerinin tek, çift, kare gibi Platon tarafından aklın saf ilkelerinin suretleri olarak görülen matematiksel entiteler olduğunu savlayan yorumu, R. S. Bluck ve R. M. Hare’in *dianoianın* nesnelerinin, matematikçinin, Platon tarafından İdealara ilişkin incelenmemiş fikir ya da kavramlar olarak görülen varsayımları olduğunu öne süren yorumu, R. G. Tanner’in *dianoianın* nesnelerinin matematikçinin, Platon tarafından İdealara ilişkin bellek-ımgeleri olarak görülen varsayımları olduğunu öne süren yorumu, A. J. Boyle ve D. Gallop’un *dianoianın* nesnelerinin, matematiksel İdealara ya da daha doğru bir deyişle ideal sayı ya da şekillere ilişkin doğru kabul edilmiş, sorguya çekilmemiş önermeler olduklarını savunan yorumu. Bunlara, onunki de bir yorum olarak görülebilirse eğer, *dianoianın* nesnelerinin ne olduklarını belirleme probleminin bütünüyle çözümsüz olduğunu savunan J. Annas’ın yorumunu da ekleyebiliriz.” Cevizci bu yorumların Platon’un *dianoianın* nesneleri için ortaya koyduğu çeşitli şartları taşımadığı ve Platon’un diyaloglarıyla genel anlamda uyuma içinde olmadıkları için kabul edilemeyeceğini ileri sürmüş ve geriye tek kalan ihtimalin Aristoteles’in ileri sürdüğü “matemtiksel ara nesneler” olduğunu belirtmiştir (Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analjisi”, s. 65, 66).

dediği dikkate alınırsa, çizginin bu bölümünün nesnelerinin matematik bilimlerde ele alınan nesneler olduğu yorumu akla yatkındır.⁸⁶ Cevizci'nin yorumuna göre bu nesneler, ileride de göreceğimiz üzere, İdealar ile duyusal nesneler arasında yer alan matematiksel ara nesnelerdir.⁸⁷

Platon, Cevizci'nin de belirttiği üzere, *dianoia* hususunda matematikçileri iki yönden eleştirmektedir: Bunlardan birincisi, matematikçilerin sorgusuz sualsiz kabul ettikleri varsayımlardan yola çıkarak tümdengelimlerle sonuçlara ulaşip sadece tutarlılıkla yetinmeleri; ikincisi ise çıkarımlarında duyusal şekiller kullanmalarındır.⁸⁸ Burada Platon'un *dianoia*'ya yönelttiği eleştirinin, ilk bölümde tanımladığımız anlamdaki bir "ontoloji" fikrine yönelik bir eleştiri olduğunu söyleyebiliriz. Şimdi bu eleştiriye yakından inceleyelim.

1.3.2.1. Muhakeme (*Dianoia*)

Platon, *dianoia* bölümündeki nesneler için "varsayım" anlamında düşünebileceğimiz (*hupothesis*) terimini kullanmaktadır. Platon, Haşlakoğlu'nun da belirttiği üzere, varsayımın esas alınmasının ruhun asıl araştırılması gereken ilkeye yönelmesini imkânsız kılacağını düşünmektedir. Zira burada ruh, sorgulamaksızın ileri sürdüğü varsayımları mutlak kabul ederek sadece ondan türeyen sonuçların sınırları içinde kalacak ve varsayımın da gerisinde yatan asıl ilkeye veya ilkelere yönelemeyecektir. Buna göre matematikçiler sayı, üçgen, kare gibi varsayımlarını, yani araştırmalarında başlangıç noktası aldıkları nesneleri apaçık kabul etmekte ancak bu varsayımların gerisinde yatan ve varsayımları mümkün kılan zeminin kendisini araştırmayı ihmal etmektedirler. Aynı zamanda burada, varsayımın kendisi sorgulanmadığı için ve ondan türetilen sonuçlar da zaten bu varsayımda içerildiği için bir döngüsellik de söz konusu olmaktadır.⁸⁹ Yine Cornford'a göre *dianoia*'nın sorgulanmayan varsayımlardan sonuçlara doğru ilerleyen hareketi, aşağı doğru bir harekettir ki bu nedenle yukarıdaki ilkelere çıkılmamaktadır. Böyle olunca da, baştaki varsayım kanıtlanmadığı için, bütün

⁸⁶ Platon, *Devlet*, s. 228, 511b.

⁸⁷ Cevizci, "Bölünmüş Çizgi Analjisi", s. 66, 67.

⁸⁸ Cevizci, "Bölünmüş Çizgi Analjisi", s. 94.

⁸⁹ Haşlakoğlu, "Epistêmê Tasnifi", s. 74-76.

kanıtlama tutarlı bir şekilde “havada kalmış” gibi olur.⁹⁰ Bu nedenle Platon, Cornford’un da belirttiği gibi, varsayımların sorgulanmaksızın apaçık kabul edilmesini eleştirmiş ve bu varsayımları mümkün kılan daha üst ilkelere çıkmayı gerekli görmüştür. Ancak nihai ilkeye ulaşıldıktan sonra buradan bütün bilginin eksiksiz ve bu kez sağlam bir şekilde muhakeme yoluyla çıkarsanması mümkün hale gelecektir. İşte nihai ilkeye “yükselme” hareketini ise birazdan göreceğimiz diyalektiğin işidir.⁹¹ Bu açıdan Platon, *dianoia* sınırları içinde kalan bilimlerle uğraşanların gerçeğin kendisine ulaşamadığını ve sadece bir düş gördüklerini ileri sürmektedir:

Bilimlense, dediğimiz gibi, gerçek varlığın bir yanını yakalarlar sadece, geometri ve benzerleri gibi. Onların edindiği varlık bilgisi, bir düşe benzer. Varlığı bütün aydınlığı içinde göremezler, birtakım varsayımlara dayanır ve kanıtlayamadıkları için dokunmazlar onlara. Oysa ki, bilmediğimiz bir şeyi ilke olarak aldığımız zaman, ondan çıkaracağımız sonuçlar, yargılar, bilinmeyenlerle örülü olacak. Bunları ne kadar düzene soksak, hiçbir zaman tam bir bilime varmış olamayız.⁹²

Burada Platon, Cevizci ve Ceylan’ın da belirttiği üzere, matematikçilerin yanlış varsayımda bulunduklarını düşünmemekte ve varsayımda bulunmalarını değil, varsayımlarını mutlak ilkeler ve apaçık doğrular olarak kabul etmelerini eleştirmektedir. Zira onlar, bu ilkelerini temellendirmeksizin sadece tutarlılık üzerinden kendi düşüncelerini ispat etmeye çalışmakta ve gerçek bilgi düzeyine ulaşamamaktadır. Bir başka deyişle onlar, çıkarımlarının başına koydukları varsayımları aslında “bilmemektedir”. Platon’a göreyse bu varsayımlar sadece daha yüksek bir ilkeden, varsayımsal olmayan bir ilk ilkeden çıkarılması hâlinde doğruluğa kavuşur. Yani Platon, muhakemeye dayalı bir matematiğin yanlış olduğunu iddia etmemekte, sadece eksik ve sınırlı olduğunu iddia etmektedir. Ona göre matematiğin varsayımlarının kendileri de bir incelemeye tâbî tutulup daha üst ilkeler üzerinden temellendirilmelidir. İşte bu, filozofun, yani diyalektikçinin işidir.⁹³ Platon’a göre her şeyin kendisine dayanacağı nihai ilke de varsayımsal olmayan ilk ilke olan İyi İdeasıdır. Cevizci’nin de

⁹⁰ F. M. Cornford, “Mathematics and Dialectic in the Republic VI.-VII. (I.)”, *Mind* 41/161 (1932): 39, 41.

⁹¹ Cornford, “Mathematics and Dialectic”, s. 42.

⁹² Platon, *Devlet*, s. 255, 533b-c.

⁹³ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analogisi”, s. 101-103; Tuncay Ceylan, “İdealar Kuramında Matematik ve Matematiksel Yöntemin Ontolojik ve Epistemolojik Değeri”, *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi* 23 (2019): 1970.

belirttiği üzere, “en azından *Devlet*’i yazdığı sıralarda, Platon’a göre hiçbir şey, İyi İdeasından çıkarsanmadıkça, gerçekten bilinemez.”⁹⁴

Platon’un muhakemeye dayalı bilgiyi kast eden *dianoia* bilgisine yaptığı eleştirinin, bu bilgi düzeyinde yer alan matematikçilerin duyusal şekillerden yararlanması olduğunu söylemiştik. Ancak Platon, Cevizci’nin de belirttiği üzere, matematikçinin geometrik kanıtlama yaparken veya problem çözerken duyusal şekillere başvurmasını, bunların aklın ilerleyişini kolaylaştırması açısından önemli bulmaktadır. Önemli olan nokta, bunların matematiğin asıl konusu olmamasıdır. Bunlar, üçgenin, karenin vs. kendisine, yani İdeasına işaret eden örneklerdir sadece. Bu asıl kendinde üçgen, kare vs. ise akılla anlaşılan gerçekliklerdir ve matematiğin asıl konusunu oluşturmaktadır.⁹⁵ Ancak bunların temellendirilmesi matematiksel düzeyde değil, felsefi düzeyde yapılacaktır.

Platon’un kendisi de yukarıda bahsettiğimiz gibi *Phaidon* ve *Menon* diyaloglarında varsayım yöntemini kullanmıştır. Hatta *Menon* diyalogunda Sokrates, tartışılan konu olarak erdemın sonradan edinilip edinilemeyeceği meselesiyle ilgili olarak, varsayım yöntemini kullanırken, bunu geometri bilginlerinin kullandığı anlamıyla kullandığını söylemiştir.⁹⁶ Cevizci, Platon’un bu diyaloglarda kullandığı varsayım yöntemini şöyle özetlemiştir:

Phaidon’da ortaya konan versiyonuyla yöntem, bir konuda en güçlü, reddedilemez, çürütülemez ve apaçık görünen bir kuram ya da daha çok bir önermeyi, onu herkesçe bilinen apaçık ve mutlak bir doğru olarak değil de, geçici bir süre için, doğruluğu kanıtlanıncaya kadar, doğru bir önerme olarak görür ve onu iki yönlü bir sınamaya tabi tutar. O, önce önermeden mantıksal olarak çıkan sonuçların ya da başka önermelerin birbirleriyle çelişip çelişmediklerine, bir çelişki içerip içermediklerine bakılmak suretiyle test edilir. Bir çelişkiye rastlanmamışsa eğer, başlangıçta geçici bir süre için doğru kabul edilmiş olan önerme, bu kez kendisini içeren daha yüksek önermelerden çıkarsanmak suretiyle test edilir. Onun doğruluğu, önerme bu iki sınamadan da başarıyla çıktığı zaman, kesinlik kazanır. Buradan da anlaşılacağı gibi, yöntem tüm

⁹⁴ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analjisi”, s. 103.

⁹⁵ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analjisi”, s. 103, 104.

⁹⁶ Platon, “Menon”, Diyaloglar, 7. baskı, ed. Mustafa Bayka, çev. Adnan Cemgil, İstanbul: Remzi Kitabevi, 2010, s. 172, 86e-87c; Platon, *Phaidon*, s. 93, 99e-100b.

önermelere, herkesçe bilinen apaçık doğrulara bile, eleştirel bir gözle, yanlış olabilecek önermeler olarak bakılmasını gerektirmektedir.⁹⁷

İşte matematikçilerin varsayım yöntemini, Platon'un varsayım yönteminden ayıran şey, onların varsayımlarını geçici doğrular olarak değil, mutlak doğrular olarak kabul etmeleridir. Dolayısıyla Platon'un buradaki eleştirisi, Cevizci'nin de belirttiği üzere, onların varsayım yöntemini eksik ve keyfi olarak kullanmalarıdır. Böyle olunca da matematikçiler, varsayımlarının doğruluğunu temellendiremedikleri için onlardan çıkarsadıkları diğer bilgilerin doğruluğu da belirsiz hâle gelecek ve matematik sadece tutarlılıktan ibaret bir sistem haline gelecektir. Ancak varsayımlarını daha üst ilkelerden ve nihai olarak varsayımsal olmayan İyi İdeasından çıkarsayarak temellendirdikleri takdirde matematik bir “düş” olmaktan çıkacak ve gerçek bir bilgi düzeyine ulaşacaktır. Yani Platon, muhakemeye dayalı bilgiyi tamamen reddetmemekte, sadece bunu Cevizci'nin de belirttiği üzere genişletmek istemektedir.⁹⁸ Platon'a göre hali hazırdaki matematik, sanıdan daha aydınlık ama hakiki bilgidен daha karanlık bir durumda bulunmaktadır.⁹⁹ Haşlakoğlu'nun da belirttiği üzere, Bölünmüş Çizgi'deki her kısım, bir üsttekinin bir yansıması olduğu için, *dianoia*'nın varsayımları, sırf kendi içinde değerlendirilirse döngüsel kalacaktır. Zira varsayımlar, bir üst kısımdaki İdeaların bir yansımasıdır ve varlıklarını bu İdealara borçludur. Dolayısıyla *dianoia*, ancak bu İdealara tâbî olması halinde bilgi düzeyine ulaşır.¹⁰⁰

Diyebiliriz ki *dianoia* düzeyinde kalan bir ruh, belli bir dil içinde yapılan varsayımlardan hareket etmekte ve yine bu dil içinde ulaştığı sonuçlarla yetinmektedir. Bu dilin en bilindik örneği ise matematiktir. Bu dediğimizi birinci bölümde tanımladığımız “ontoloji” için de söyleyebiliriz. Zira ontoloji, nelerin “varsayılacağının” bir soruşturması olmaktadır ki bu aslında *dianoia* düzeyindeki bir biliş durumunun ta kendisi olmaktadır. Platon'a bu biliş durumu olan muhakeme, kendinde gerçekliği olan İdealara, yani hakiki nesnelere dayanmalıdır. Diğer bir ifadeyle, dilde açıklanan bilgi, *ancak* “nesneye” dayanırsa hakiki bilgi ifade eder.

⁹⁷ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analajisi”, s. 105, 106.

⁹⁸ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analajisi”, s. 106, 107.

⁹⁹ Platon, *Devlet*, s. 256, 533d.

¹⁰⁰ Haşlakoğlu, “Epistêmê Tasnifi”, s. 82.

1.3.2.2. Kavrayış (Noesis)

Platon, muhakemeye dayalı matematiksel akıl yürütmenin nesnelerinin tâbî olmasının gerektiği kendinde asıl nesnelere, yani İdealara, Bölünmüş Çizginin en üst kısmında yer vermiştir. Platon, çizginin en üst kısmıyla ilgili olarak Sokrates’e şunları söyletmiştir:

Burada aklın kendiliğinden dialektika gücüyle kavradığı şeyler vardır. Burada akıl, varsayımları birer ilke diye değil, sadece varsayım olarak, birer basamak, dayanak olarak alır. Bütün varsayımların üstündeki bütünün ilkesine yükselir. Bu ilkeye yükselince, ondan çıkan bütün sonuçlara dayanarak varacağı son yere varır. Bu arada görülen, duyulan hiçbir şeye başvurmaz. Kavramdan kavrama geçerek, sonunda gene bir kavrama varır.¹⁰¹

Bu sözlerin Glauon, Sokrates’e şunları söylemiştir:

Bana öyle geliyor ki, senin ortaya koymak istediğin şu: Dialektika yoluyla ulaşılan varlık ve kavram bilgisi, varsayımlara dayanan bilimler yoluyla elde edilen bilgidен daha açıktır. Şüphesiz bilim konularını inceleyenler, duyularını değil, düşüncelerini kullanmak zorundadırlar. Ama onları ilkeye çıkmadan varsayımlara dayanarak inceledikleri için, sence ancak bir ilkeyle anlaşılabilen olan bu nesneleri anlayamazlar. Anladığıma göre sen, geometri ve ona benzer bilimlere kavrama değil, çıkarma bilgi diyorsun. Çünkü çıkarma bilgi, sanıyla kavrama bilgi arasında ortalama bir şeydir.¹⁰²

Bu sözleri onaylayan Sokrates (Platon), diyaletik yoluyla elde edilen İdeaların bilgisi için “noesis” (kavrayış) adını vermiştir.¹⁰³

Bu sözlerden ve Sokrates’in daha ileriki kısımlarda da söylediklerinden anlaşıldığı üzere, ruhun “diyaletik yürüyüşünde” hiçbir duyu verisine başvurulmaz. Burada ruh sadece kavramlar düzeyinde hareket ederek her şeyin ve İyi’nin özüne varır. Platon bunu, gözün görülen dünyanın nihai yeri olan Güneş’i seyretmesine benzetir. Bu şekilde ruh, varlığın en üst ilkesini seyretmiş olur.¹⁰⁴ Şunu da belirtelim ki, Baltzly’nin yorumuna göre, burada “varsayıma konu olmayan en üst ilkenin”, genel görüşün aksine

¹⁰¹ Platon, *Devlet*, s. 228, 511b-c.

¹⁰² Platon, *Devlet*, s. 228, 511c-d.

¹⁰³ Platon, *Devlet*, s. 228, 511e.

¹⁰⁴ Platon, *Devlet*, s. 254, 532a.

İyi İdeası olarak yorumlanmaması da mümkündür. Ona göre Platon'un burada başlangıç noktası olarak kabul edilen varsayımların çelişkiye sebep olduklarının gösterilip, varsayımsal olmayan bir üst ilkeye varmayı kast etmiş olması mümkündür.¹⁰⁵ Burada önemli olan, varsayımların sadece birer “varsayım” olduğunun bilincinde olarak asıl “kendindelik” alanını seyretmektir.

Yalnız dialektika metodu, varsayımları birer birer atarak, ilkenin ta kendisine yükselir. Orada da kendini sağlama bağlar. Yalnız o, ruhun gözünü, gömülü olduğu dünyanın çamurundan kurtarır ve saydığımız bilimleri kullanarak yüceltir onu.¹⁰⁶

Philebos diyalogunda da Platon, filozofların bilimi olan diyalektiğin, hiçbir şekilde kaniya yer vermediği için en saf ve gerçeğe en yakın bilim olduğunu söylemiş; diyalektiğin gerçek varlığın ve özü değişmeyen şeyin bilgisi olduğunu ileri sürmüştür. Buna karşın diğer bilimler, sanıya bağlı kaldıkları ve değişen varlıkları ele aldıkları için doğruluktan uzaklaşmaktadırlar. Dolayısıyla diğer bilimler, “olmuş, olan ve olacak” şeyleri araştırırken, diyalektik “var olan” şeyi araştırmaktadır.¹⁰⁷

Cevizci, *noesis* ile *dianoia* arasındaki farkları şu 5 maddede özetlemiştir: (1) *Noesis* sadece İdealar düzeyinde gerçekleşir; (2) *Noesis*'te hiçbir duyu verisi kullanılmaz; (3) Ruh burada varsayımlara karşı hem olumlu hem de olumsuz bir tavır alır ki buna göre ruh, varsayımları ilk ilkeye yükselmek için bir sıçrama tahtası olarak alırken diğer yandan onlara karşı eleştirel bir tavır geliştirir; (4) Ruh burada varsayımsal olmayan ve varsayımları mümkün kılan ilk ilkeye (İyi İdeası) doğru, “yukarı” doğru bir hareket gerçekleştirir; (5) Ruh bu ilk ilkeye ulaştıktan sonra da buradan matematiksel bilimlerde olduğu gibi tümdengelimsel sonuçlar çıkarır.¹⁰⁸

Platon'a göre, Haşlakoğlu'nun yorumuna göre, *noesis*'te İdeaları “kendilerinde nasılsa öyle” anlamaya çalışan bir yöntem söz konusudur.¹⁰⁹ Yine onun belirttiğine göre, Bölünmüş Çizgi'de *noesis* dışındaki kısımların hiçbirinin nesnesi salt kendi içinde gerçek değildir ve bu nedenle hiçbirisi gerçek bilgi arz edemez. Dolayısıyla gerçek bilgi

¹⁰⁵ Dirk C. Baltzly, “‘To an Unhypothetical First Principle’ in Plato’s ‘Republic’”, *History of Philosophy Quarterly* 13/2 (1996): 157, 158.

¹⁰⁶ Platon, *Devlet*, s. 255, 256, 533c-d.

¹⁰⁷ Platon, *Philebos*, s. 110, 111.

¹⁰⁸ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analjisi”, s. 112.

¹⁰⁹ Haşlakoğlu, “Epistêmê Tasnifi”, s. 75.

(*episteme*), ancak *noesis* ile mümkündür. Çizgideki her bölme, bir üsttekine tâbî olduğu için, *dianoia* da ancak *noesis* ile gerçeklik kazanır ve döngüsellikten çıkar. Aynı şekilde *eikasia*, *pistis*'te zemin bulur; *pistis* de *noesis* sayesinde içinde bulunduğu sanıya dayalı şüpheli durumdan kurtulur.¹¹⁰ *Dianoia*'nın kendi içindeki görevi, ruhun İdealara dönmesinin yolunu açmaktır. Yani *dianoia* önce ruhun *noesis*'e yönelmesinde aracı olmalı ve ruhun *noesis*'te asıl bilgiyi görmesinin ardından bunu ifade etme biçimi olmalıdır.¹¹¹

Platon'a göre, Cevizci'nin belirttiği üzere, matematiksel bilimlerin konu edindiği nesneler de özünde akılla kavranan, ezeli-ebedî nesnelerdir. Ancak matematikçi onları kavrarken duyusal inşalardan yararlanarak kavrar ki bu aslında duyusal bir kavrayıştır. Buna karşın filozofun kullandığı diyalektikte hiçbir duyusallıktan yararlanılmaz; tamamen aklî bir sezgi söz konusudur.¹¹² Diyalektikçi, varsayımların sadece varsayım olduğunun bilincindedir. Dolayısıyla artık varsayımlar mutlak doğru kabul edilen ilkeler olmaktan çıkmış, her şeyin varsayımsal olmayan ilk ilkesine yükselmek için birer sıçrama taşı hâline gelmiştir.¹¹³ Yine Cevizci'nin yorumuna göre pasajda geçen “varsayımları birer birer atma” ifadesinde kast edilen, varsayımları yanlışlamak değil, diyalektikçinin işini tamamladıktan sonra onların varsayım olmaktan çıkması ve doğru veya yanlış olduklarına kesin olarak hükmedilmesidir.¹¹⁴

Cornford'un yorumuna göre, Platon'un *noesis*'indeki bu yukarı doğru harekette aklî bir sezgi söz konusudur. Tümdengelimsel ve mekanik bir şekilde ilerleyen *dianoia*'nın aksine, *noesis*'te anî bir sezgi, bir veya birden fazla basamağı bir anda sıçrama söz konusudur. Yine ona göre *noesis*, yukarı hareketin yanında aşağı doğru hareketi de içinde barındırmaktadır. Zira varsayımsal olmayan ilk ilkeye ulaşıldıktan sonra tümdengelimsel bir şekilde tekrar aşağı inilir ve bu kez muhakeme yoluyla hakiki bilgi dile getirilmiş olur.¹¹⁵ Aynı şekilde matematikçinin tutarlı şekilde tümdengelimsel akıl yürütmesiyle edindiği biliş durumu da, her şeyin varsayımsal olmayan ve kanıtlamaya dayanmayan ilk ilkesini sezgisel bir şekilde kavramadığı sürece “bilgi” düzeyine ulaşamayacaktır. Cornford'a göre buradaki hakiki bilgi düzeyi tüm

¹¹⁰ Haşlakoğlu, “Epistêmê Tasnifi”, s. 78, 79.

¹¹¹ Haşlakoğlu, “Epistêmê Tasnifi”, s. 79.

¹¹² Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analogisi”, s. 113.

¹¹³ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analogisi”, s. 113.

¹¹⁴ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analogisi”, s. 114, 115.

¹¹⁵ Cornford, “Mathematics and Dialectic”, s. 47, 48.

matematiksel doğruluğun, saf sezgiyle kavranan kesin nihai ilkenin “ışığıyla aydınlatılmış” bir şekilde asıl bilgisine ulaşma anlamındadır. Varsayım düzeyinde kalındığı sürece zihinde belirsizlikler olacaktır. Ancak nihai ilkenin sezgisiyle bilimdeki bu belirsizlikler ortadan kalkacak, matematikçi gördüğü düştən uyanacak ve bütün bilim “aydınlanacaktır”.¹¹⁶

Noesis durumu, muhakemeye dayanmayan, sezgisel bir bilgi durumu olmakta ve bu sayede elde edilen bilgi ile *dianoia*’ya (muhakemeye) temel oluşturulmakta ve muhakeme ile ifade edilenin “bilgi” ifade etmesi sağlanmaktadır. Bu noktada Platon’un *Şölen* diyalogunda yaptığı aşk ve “Güzel” tartışmasından bahsedebiliriz. Arslan’ın yorumuna göre, Platon’un *Devlet* diyalogunda İdeaların aklî sezgisine ve İyi İdeasına dair söyledikleri ve *Şölen* diyalogunda Güzellik İdeasına dair dedikleri birlikte ele alınırsa, onun varlığın ilk ilkesine mistik, sezgisel bir kavrayış sonucuna ulaşıldığını düşündüğü söylenebilir.¹¹⁷ *Şölen* diyalogunda Sokrates, Diotima isimli Mantineialı bir kadının aşka dair söylediklerini aktarır.¹¹⁸ Diotima, aşkı, “iyi şeylere ve mutlu olmaya duyulan her türlü arzu” şeklinde tanımlamıştır.¹¹⁹ Buna göre “aşk, kişinin her zaman iyiye sahip olmaya duyduğu aştır”.¹²⁰ Diotima, aşkın en yüksek mertebesinin sırlarını Sokrates’e anlatırken, bunu anlatmanın ve Sokrates’in takip etmesinin zor olduğunu belirtmiştir. Buna göre bu yoldaki bir kişi, önce gençliğinde güzel bir bedene aşık olmalı, sonra oradaki güzelliğin başka bedenlerle benzer olduğunu kavramalı ve tüm bedenlerdeki güzelliğin bir ve aynı olduğunu fark ederek tüm güzel bedenlerin aşığı olmalıdır. Daha sonra bedenlerden sıyrılarak ruhların ve sonrasında bilginin güzelliğine erişecektir. Ancak bunun sonrasında bir sıçrama ile Güzel’in kendisine erişecektir.¹²¹ Diotima bu noktayı şu sözlerle açıklar:

Aşk’la ilgili konularda buraya kadar eğitilen kişi güzel şeyleri sırasıyla ve doğru bir şekilde temaşa edip de aşkla ilgili bilgilerin son kertesine vardığında birden doğası gereği eşi benzeri olmayan bir güzel serilir gözlerinin önüne. İşte Sokrates, daha önceki tüm çabalar da hep bu amaç

¹¹⁶ Cornford, “Mathematics and Dialectic”, s. 50, 51.

¹¹⁷ Arslan, *Sofistlerden Platon’a*, s. 325, 326.

¹¹⁸ Platon, *Şölen*, s. 117, 118, 201d-e.

¹¹⁹ Platon, *Şölen*, s. 130, 205d.

¹²⁰ Platon, *Şölen*, s. 131, 206a.

¹²¹ Platon, *Şölen*, s. 142-144, 210a-e; Arslan, *Sofistlerden Platon’a*, s. 328, 329.

uğrunaydı. Bir defa o ezeli ve ebedidir, ne var olur ne yok olur, ne büyür gelişir ne de zeval bulur [...] ¹²²

Arslan'ın ve Taylor'un yorumlarına göre *Şölen*'deki Güzel ile *Devlet*'teki İyi aynı şeydir ve her ikisi de entelektüel bir hazırlanmanın, belli bir akıl yürütme sürecinin ardından birdenbire çıkan bir aydınlanma, bir keşif ile kavranır. Bu mistik bir kavrayış, bir zevk halidir ve dil ve kavramlarla ifade edilip başkasına aktarılması mümkün değildir. Dolayısıyla bu deneyim ancak mecazî ifadelerle aktarılabilir; bilimsel ve rasyonel bir dille, yani *dianoia*'nın diliyle ifade edilemez. Platon'un Güneş benzetmesi de bu nedenledir. ¹²³

Platon, *Devlet* diyalogunda, bu anlattıklarını meşhur “Mağara İstiaresi” ile açıklamıştır: Bir yeraltı mağarası düşünelim. Burada bir grup insan, çocukluklarından beri alçak bir duvara zincirlenmişlerdir ve hiçbir şekilde hareket edememektedir. Arkalarında mağaranın dışına doğru bir yol vardır ve yol üzerinde bir ateş yanmaktadır. Mahkumların zincirlendiği duvarın arkasında da bir grup insan kuklalar oynatmaktadır ve bu kuklaların gölgeleri, ateşin aydınlatmakta olduğu, mahkumların önündeki duvara düşmektedir. Mahkumlar hayatları boyunca zincirlenmiş oldukları için, hayatları boyunca da o gölgelerden başka bir şey görmemişlerdir. Platon'a göre bu mahkumlar kendi aralarında konuşacak olurlarsa o gölgeleri gerçek nesneler sanırlar. ¹²⁴ Sonrasında Platon, mahkumlardan birinin zincirlerinden çözülerek, “başını çevirmesini” ve yavaş yavaş mağaranın dışına çıkarak “gerçek” nesneleri görmesi sürecini şöyle tasvir eder: Zincirlerinden kurtulan mahkuma, daha önce gördüğü nesnelerin boş gölgeler olduğu ve artık gerçek nesneleri gördüğü söylendiği zaman başta şaşırır; sonrasında mağaranın dışına çıkıp aydınlığı görmeye başladığı zaman ilk başta zorlanır, gözleri kamaşır. Mağaranın dışına çıktığı zaman önce bir alışma sürecinden geçip başını yavaş yavaş kaldırır. Önce yine gölgeleri görür, sonra nesnelerin sudaki yansımalarını, sonra da kendilerini görür. Başını daha da yukarı kaldırdığı zaman önce yıldızları, Ay'ı ve gökyüzünü görür. Son olarak da Güneş'in bizzat kendisini görür. ¹²⁵ Güneş'i görmesinin ardından, Güneş'in tüm mevsimleri, yılları, fiziksel nesneleri ve mağaranın içindeki

¹²² Platon, *Şölen*, s. 144, 211a.

¹²³ Arslan, *Sofistlerden Platon'a*, s. 331, 332; A. E. Taylor, *Plato*, 7. baskı, London: Methuen & Co. Ltd., 1960, s. 230, 231.

¹²⁴ Platon, *Devlet*, s. 231, 232, 514a-515c.

¹²⁵ Platon, *Devlet*, s. 231-233, 514a-516b.

nesne ve yansımaları meydana getirdiğini, kısacası Güneş'in tüm görünen dünyanın kaynağı olduğunu görür. Mağarada gördüğü tüm gölgelerin gelip geçici boş nesnelerden ibaret olduğunu anlar ve diğer mahkum arkadaşları için üzülür. Tekrar mağaraya dönse, artık “aydınlığı” gördüğü için tekrar karanlığı görmeye dayanamaz. Mağaradaki arkadaşlarına gördüklerini anlattığı zaman da gölgeleri görmeye alışmış diğer mahkumlar onun dediklerini kabul etmez.¹²⁶ Platon, bu benzetmesini kendi metafizik anlayışıyla şu sözlerle ilişkilendirmiştir:

Görünen dünya mağara zindanı olsun. Mağarayı aydınlatan ateş de güneşin yeryüzüne vuran ışığı. Üst dünyaya çıkan yokuş ve yukarıda seyredilen güzellikler de, ruhun düşünceler dünyasına yükselişi olsun [...] Herhalde benim düşünceme göre kavranan dünyanın sınırlarında “iyi” ideası vardır. İnsan onu kolay kolay göremez. Görebilmek için de, dünyada iyi ve güzel ne varsa, hepsinin ondan geldiğini anlamış olması gerekir. Görülen dünyada ışığı yaratan ve dağıtan odur. Kavranan dünyada da doğruluk ve kavrayış ondan gelir. İnsan ancak onu gördükten sonra iç ve dış hayatında bilgece davranabilir.¹²⁷

Platon bu şekilde kendi metafizik görüşlerini, bir benzetme üzerinden ifade etmiş olmaktadır. Tıpkı Güneş'in görülmesiyle birlikte görünen dünyanın tam olarak anlaşılması gibi, İdeaların ve özellikle ilk ilke olan İyi İdeasının görülmesiyle birlikte, tüm muhakemeye dayalı *dianoetik* bilgiler ve algısal bilgiler de gerçek bilgi düzeyine erişmiş olacaktır. Yani asıl nesnelerden hareketle dil ve fiziksel dünya da anlam kazanmış olacaktır.

Şunu da belirtelim ki, Platon'un felsefesinde ruhun *noetik* İdealara “yükselebilmesi” için eğitim çok önemlidir. Platon'a göre her ruhta bu İdealara yükselebilmek için bir istidat vardır ve eğitim ruhun bu gücünü İyi'ye yöneltme sanatıdır.¹²⁸ Ruhta bu istidatın nasıl bulunduğunu çalışmamızın ileriki kısımlarında inceleyeceğiz. Bununla beraber, bu noktada, Haşlakoğlu'nun Platon'daki “*sophos*” (bilge) düşüncesine ilişkin yorumunu nakletmemiz mümkündür. Bu yoruma göre ruha eğitimini verecek kişi, İdeaların hakikatini “görmüş” olan *sophos*'tur.¹²⁹ Platon'a göre, mağaranın dışına çıkıp kendinde gerçekliği görmüş kişiler, mağaraya geri dönüp diğer

¹²⁶ Platon, *Devlet*, s. 233, 234, 516c-517a.

¹²⁷ Platon, *Devlet*, s. 234, 235, 517b-c.

¹²⁸ Platon, *Devlet*, s. 236, 518c-d.

¹²⁹ Haşlakoğlu, “Epistêmê Tasnifi”, s. 87.

mahkumları da “esaretlerinden” kurtarmaya çalışmalıdır.¹³⁰ Hakikati görmüş olan *sophos*, gerçek biliş düzeyine de vakıf olmuştur ve toplumu aydınlatmakla görevlidir.¹³¹ Yine yukarıda aktardığımız, *Şölen* diyalogunda Sokrates’e aşkı ve Güzel’in kendisini anlatan Diotima da bir *sophos*’tur. Benzer şekilde, Platon diyaloglarında genelde hakikati bulma konusunda muhataplarına yardımcı olan Sokrates de bir *sophos* figürü olmaktadır.¹³² Haşlakoğlu, Platon’un düşüncelerini düz yazı şeklinde değil de diyaloglar ile ortaya koymasının bir sebebini de bu bağlamda açıklamıştır: Biz, Platon’a göre hakikatin dil ve muhakemeyi ifade eden *dianoia* faaliyeti ile değil, İdeaları temaşa eden *noesis* faaliyetiyle yakalanabileceğini söylemiştik. İşte bu yoruma göre, Platon düşüncesinde felsefe, düz metinlerle yapılabilecek bir muhakeme faaliyeti olmadığı için, Platon, kendi felsefesini bir “sahne oyunu” olarak diyaloglar ile sunmaktadır. Diyaloglarda daima meselelere hâkim, “sahneyi dışarıdan kuşatmış” bir *sophos* figürü etrafında, ruha, “başını çevirerek” asıl hakikat düzeyine ulaşması için işaret edilmektedir.¹³³

Özetleyecek olursak, Platon, varoluşu görünen dünya ve kavranan dünya olarak ikiye ayırmış ve görünen dünyanın varlığının kaynağının kavranan dünya olduğunu; kavranan dünyanın aslî olan varlık düzeyi olduğunu ileri sürmüştür. Kavranan dünyayı da ikiye ayıran Platon’a göre, bu dünyanın alt kısmı olan *dianoia* belli bir mantıksal ve matematiksel dil içerisinde kalarak o dilin gerektirdiği sonuçlar üzerinde hareket ederken; kavranan dünyanın üst kısmı olan *noesis*, aklî bir sezgiyle bu dilin ötesine geçmekte ve dili mümkün kılan asıl nesneleri (İdeaları) temaşa etmektedir. Bizim sorunsalımız açısından ifade edecek olursak, *dianoia*, dilde kabul edilen nesnelerden hareketle bir fikir oluşturduğu için ontolojik düzeyde kalmaktadır. Ancak bu ontolojik düzeyin varlığının zemini olan bir de nesnel bir varlık alanı olmaktadır ki bu da *noesis* düzeyidir. Dolayısıyla *noesis*, metafiziksel bir zemini ifade etmektedir. Burada *dianoia* ile *noesis* arasındaki ayrımın bir dil ve nesne ayrımı olduğunu söyleyebiliriz. *Dianoia*, dili ifade ederken, *noesis* nesneyi ifade etmektedir. Nesne-dil ilişkisi nasıl

¹³⁰ Platon, *Devlet*, s. 237, 519c-d.

¹³¹ Haşlakoğlu, “Epistêmê Tasnifi”, s. 88, 89.

¹³² Oğuz Haşlakoğlu, “Silenus Maskesinde Bir Ayna: Platon Diyaloglarında Sokrates Figürü”, *Kaygı* (12) 2009: 111, 112, 114.

¹³³ Haşlakoğlu, “Sokrates Figürü”, s. 109-111, 114.

düşünülmelidir? Şimdi, Platon'un *Kratylos* diyalogunda gerçekleştirdiği adlandırma tartışmasını bu soruya ilişkin olarak yorumlayacağız.

1.3.3. *Kratylos*: Nesne ve Ad

Kratylos diyalogu, adlar ve adlandırmanın doğası üzerine bir tartışma içermektedir. Diyalogda *Kratylos* her varlık için doğal ve doğru bir adın bulunduğunu savunurken, *Hermogenes* adların doğruluğunun insanların uzlaşımından ibaret olduğunu ve bir nesnenin adının değiştirilmesi halinde yeni adın da tıpkı eskisi gibi olduğunu savunmaktadır.¹³⁴

Sokrates, *Hermogenes*'e karşı olarak, her şeyin herkesçe doğru olmadığı için nesnelerin bizden bağımsız özlerinin olduğunu ve bu durumun eylemler için de geçerli olduğunu, yani eylemlerin de bizden bağımsız, kendilerine özgü doğalarının olduğunu söylemiştir. Dolayısıyla adlandırma da bir eylem olduğu için, adlandırmanın da kendine özgü bir doğası olmalıdır. Her sanatın bir sanatkarı olduğu için de adlandırma işini yapan da bir sanatkar olmalıdır ki bu kişi yasa koyucudur. Ad konulurken dikkate alınan şey, nesnenin rengi, şekli vs. değil; özüdür. Nesnenin sesine öykünüş ezgiyle, şekline öykünüş resimle; özüne öykünüş ise adlarla olur.¹³⁵ Dolayısıyla yasa koyucu, adları koyarken de, bu adları nesnelerin özüne uygun olarak seçmelidir. Bu açıdan adların doğruluk değeri söz konusu olabilmektedir.¹³⁶

Sokrates, bazı adların konuluşuna dair yaptığı incelemede, bazı adların başka sözcüklerin birleşmesiyle ortaya çıktığını görmüştür. Mesela *agathon* (iyi) sözcüğü, *agaston* (tansıklık) ile *thoon* (hızlı) sözcüklerinin birleşmesiyle oluşmuştur ki bu adların da başka adlardan oluştuğu söylenebilir. Dolayısıyla Sokrates'e göre burada bir sonsuz geri gidişi önlemek için, başka adlardan oluşmamış ilkel adlardan söz etmek gerekir.¹³⁷ Bununla beraber Sokrates, ad ile adın işaret ettiği nesnenin birbirinden ayrı şeyler olduğunu ve tıpkı nesnenin şekline resimle öykünmenin doğru veya yanlış olabileceği gibi (mesela bir erkek resmini kadına bağlamak yanlıştır); nesnenin özüne adla

¹³⁴ Platon, "*Kratylos*", s. 195, 196, 384a-d.

¹³⁵ Platon, "*Kratylos*", s. 239, 240, 423c-424b.

¹³⁶ Platon, "*Kratylos*", s. 198-206, 386d-393d.

¹³⁷ Platon, "*Kratylos*", s. 227, 412c; 238, 421e-422d; 251, 433d.

öykünmenin de doğru veya yanlış olabileceğini söylemiştir. Bu durum ilkel adlar için de geçerlidir.¹³⁸

İlkel adları kuran öğeler, doğal olarak nesnelere benzemelidir.¹³⁹ Ancak Sokrates şunu da ortaya koymuştur ki adları koyan, onları nesneler üzerine edindiği fikre göre koymaktadır. Dolayısıyla onun fikri yanlışsa koyduğu ad da yanlış olacaktır.¹⁴⁰ Mesela Sokrates, verdiği örneklerde, her şeyin sürekli bir akış halinde olduğunu ve bu nedenle “bir ırmakta iki kez yıkanılmayacağını” söyleyen Herakleitosçu metafiziğin ad koymalarda etkili olduğunu bildirmiştir.¹⁴¹ Ona göre önceki dönemlerde düşünürler, nesneler kendilerine sürekli bir akış halinde “göründüğü” için, kendi üzerlerindeki bu etkiyi göz ardı edip, bu akışı nesnenin doğasına atfetmişlerdir ki buna göre nesnelerde sabit bir şey söz konusu olamaz, sadece değişim vardır. Nesnelerin adları da bu akış fikrine binaen verilmiştir.¹⁴² Bunun dışında Sokrates, mevcut Yunan dilinde akış metafiziğinin yanında duruş metafiziğine de öykünen sözcüklerin de olduğunu belirtmiştir.¹⁴³

Sokrates, Kratylos’a adların ne işe yaradığını sorduğunda, Kratylos adların öğretmeye yaradığını, adları bilen kişinin nesneleri de bileceğini söylemiştir. Zira adlar, nesnelere benzerdir ve nesneleri temsil etmektedir. Kratylos’a göre, nesneleri adlar dışında öğrenmenin yolu da yoktur. Ancak Sokrates, adları koyan kişinin nesnelere dair kendi fikrinden hareket ettiğini dikkate alarak, ilkel adların yanlış olabileceğini söylemiştir.¹⁴⁴

Diyelim ki, adların yazarı, kurucusu başlangıçta yanıldı, sonra gelenleri de bu devineğe göre zorla uydurdu, uyuşmayı böyle sağladı; şaşılacak bir şey yok bunda. Geometri biçimlerinde olduğu gibi: İlk biçimin küçük olması, açık olmaması dolayısıyla bir yanlışlık yapılnca, ondan sonraki bütün biçimlerin de kendi aralarında, birbirine uydukları görülür. Demek ki, ilkin bir şeyin doğru kurulup kurulmadığını anlamak üzere, herkes her yerde başlangıç üstüne çok düşünmeli, kafa yormalı, büyük çaba

¹³⁸ Platon, “Kratylos”, s. 247, 248, 430b-431c.

¹³⁹ Platon, “Kratylos”, s. 252, 434a.

¹⁴⁰ Platon, “Kratylos”, s. 254, 436b.

¹⁴¹ Platon, “Kratylos”, s. 216, 402a-c.

¹⁴² Platon, “Kratylos”, s. 226, 411b-c.

¹⁴³ Platon, “Kratylos”, s. 255, 256, 437a-c.

¹⁴⁴ Platon, “Kratylos”, s. 254, 435c-436b.

göstermelidir. Bu iş yeterince araştırıldıktan sonradır ki, birinin ardından gelenin doğru olup olmadığına bakmalı.¹⁴⁵

Cevizci'nin yorumuna göre bu sözler, Platon'un doğruluk anlayışının tutarlılıktan farklı bir şey olduğunu ortaya koymaktadır ki bu durum da aslında *dianoia-noesis* ayrımının bir yansıması olmaktadır. Tıpkı muhakemede ifade edilenlerin sadece muhakeme zemininde anlamlı olmayacağı gibi, bir adın da doğruluğu, onun ad koyucu tarafından verilmiş diğer adlarla tutarlılığı üzerinde temellenmemektedir.¹⁴⁶

Sokrates burada eğer hakikati adlar üzerinden aramamız gerektiğini kabul edersek, adları oy pusulaları gibi teker teker sayıp hangi görüşe bağlı adların sayısı daha çoksa o görüşün seçilmesi gerektiği gibi saçma bir durumun ortaya çıkacağını da belirtmiştir.¹⁴⁷

Sokrates ayrıca, Kratylos'un da onayladığı üzere, ad koyucunun adlandığı nesneleri iyice bilmesi gerektiğini, ancak nesnelerin sadece adlar üzerinden bilinebileceği tezinin kabulü halinde ortada henüz ad yokken ad koyucunun nesneleri nasıl bilip de ad koyabileceğini bir sorun olarak ortaya atmıştır. Kratylos'un belki de ad koyucunun insan üstü bir güce sahip olup adları zorunlu olarak doğru koyacağına dair görüşüne cevap olarak da Sokrates, böyle bir ad koyucu tanrının birbiriyle çelişen, hem akış hem de durağanlık belirten adlar koyamayacağını ileri sürmüştür.¹⁴⁸

Sokrates, bu söylenenlerden hareketle, hakikati bulmak ve bu iki karşıt görüşten hangisini seçeceğimize karar verebilmek için, nesnelerin gerçekliğini adların dışında aranması gerektiği sonucuna varmıştır. Buna göre nesnelerin, adların yardımı olmadan da öğrenilmesi mümkündür.¹⁴⁹

Sokrates — Nesneleri bir yandan adlar, öte yandan doğrudan doğruya kendilerinden tanıyabilirsek, bilebilirsek, bu iki bilmeden hangisi daha güzel, daha yerindedir? Resmi gözden geçirerek resmin iyi olup olmadığını, aynı zamanda hangi gerçeğin resmiyse o gerçeği öğrenme yolu mu, yoksa gerçeğin kendisini, gerçeğin resminin uygun olarak yapılıp yapılmadığını gerçekten öğrenmek mi?

Kratylos — Bence gerçekten kalkmak, başlamak gerekir elbet.

¹⁴⁵ Platon, "Kratylos", s. 255, 436c-e.

¹⁴⁶ Cevizci, "Bölünmüş Çizgi Analjisi", s. 81, 82.

¹⁴⁷ Platon, "Kratylos", s. 256, 437d.

¹⁴⁸ Platon, "Kratylos", s. 256, 257, 438a-c.

¹⁴⁹ Platon, "Kratylos", s. 257, 438d-e.

Sokrates — Nesneleri nasıl öğrenmek, ya da bulgulamak gerektiğini anlamak benim gücümü de, senin gücünü de aşar belki. Adlardan kalkmayıp başlamayıp, nesnelerin kendilerinden kalkmak, başlamak gerektiğini söylemekle yetinelim.¹⁵⁰

Bu sözlerden de anlaşıldığı üzere Platon, nesnenin hakikatini, adlarda değil, nesnenin kendisinde aramak gerektiğini düşünmektedir. Biraz önce de belirttiğimiz gibi, diyalogda tartışmaya sunulan “adların”, esas itibariyle Bölünmüş Çizgi’deki *dianoia* bölümüne karşılık geldiğini söyleyebiliriz. Zira tıpkı matematikçilerin belli bir muhakeme dilinde öne sürdüğü varsayımlar gibi, adlar da belli ontolojik varsayımlardan hareketle verilmektedir. İnsanlar, kendi görüşleri çerçevesinde nesnelere dair akış veya duruş ontolojisi gibi varsayımlarda bulunmakta, ardından bu varsayımlar üzerinden nesnelere adlar vermekte ve bu adlar üzerinden çıkarımlarla yeni adlar oluşturup nesneleri açıklamaya çalışmaktadır. İşte Platon, bu görüşteki zorluklara işaret ederek, nesnelere verilen ilkel adların yanlış olması halinde, diğer adların (açıklamaların) da onunla tutarlı olduğu halde yanlış olabileceğini söylemektedir. Dolayısıyla Platon’a göre nesnelere verilen ilkel adların doğru olması gerekmektedir ki bu, Platon’un tutarlılığın da ötesinde bir doğruluğun olduğunu düşündüğüne işaret etmektedir. Bu doğruluk ise adlar üzerinden değil, ancak nesnelerin kendisi üzerinden yakalanır. İşte bu nesnelerin kendileri İdealar olmaktadır ki bunlar da Bölünmüş Çizgi’nin en üst kısmına ve *noesis* adlı zihin durumuna tekabül etmektedir. *Noesis* ile bilinen nesnelerin ışığında *dianoia* (adlar) da varsayımsal olmaktan çıkıp kesin doğruluğa kavuşur. Bir diğer değişle adlar nesneyi değil, nesneler adları mümkün ve bilinebilir kılmaktadır. Önce nesnenin kendisi adlardan bağımsız olarak “temaşa” edilmekte, ardından dil (adlar) üzerinden nesneler muhakeme yoluyla açıklanmaktadır. Bu durum, bizim sorunsalımız bağlamında, ontolojiyi önceleyen bir metafizik olması gerektiği şeklinde de ifade edilebilir.

Platon’un *dianoia*’ya dayalı bilgilere örnek olarak matematik bilimini verdiğini söylemiştik. Peki bu durumda Platon’un matematiğe ve matematiğin nesnelere ilişkin görüşleri nasıl bir mahiyet arz etmektedir? Yani, muhakemenin ötesinde, nesneye dayalı bir matematik anlayışı nasıl mümkün olabilir? Bunun için şimdi Platon’un matematik anlayışını inceleyeceğiz.

¹⁵⁰ Platon, “Kratylos”, s. 257, 258, 439a-b.

1.4. Platon'un Matematik Anlayışı

Daha önce de belirttiğimiz üzere Platon, matematiğin nesnelerinin kendinde bir varlığa, yani İdealara sahip olduğunu düşünmektedir. Wedberg de Platon'da saf matematiğin, İdealar alanıyla ilgili olduğunu ve dolayısıyla matematiğin nesnelerinin (sayılar, şekiller vs.) de İdealar alanına ait olduğunu belirtmiştir.¹⁵¹ Burada matematik, hem aritmetiği hem de geometriyi kapsamaktadır.¹⁵²

Bununla beraber, Wedberg'in de belirttiği üzere, Platon felsefesinde, matematiğin nesnelerinin sadece İdealardan mı ibaret olduğu; yoksa matematiksel İdeaların dışında da matematiksel nesnelerin bulunup bulunmadığı meselesi, Platon yorumcuları arasında tartışmalıdır.¹⁵³ Özellikle Aristoteles'in Platon'un felsefesi hakkındaki şu sözleri, Platon'da matematiksel nesnelerin İdeaları ile duyuşal nesneler arasında yer alan bir varlık alanını ortaya koymaktadır:

[...] duyulur olanlarla biçimlerin [İdeaların] dışında, bunların *arasında*, duyulur olanlardan ezeli ve hareketsiz olmakla, biçimlerden ise, onlarla pek çok benzerliği bulunmasına rağmen, biçimlerin her birinin kendisinin tek olması bakımından ayrılan matematiğin nesnelerinin olduğunu söylemiştir.¹⁵⁴

Bu söylenenlerden yola çıkılırsa, Wedberg'in de belirttiği üzere, Platon'da iki tür matematiksel nesne olduğu görülmektedir: Matematiksel İdealar ve “ara” matematiksel nesneler. Bu ara nesneler, İdea olmadıkları hâlde İdealara benzeyen “matematiksel sayılar” ve ideal geometrik şekiller olmaktadır ve bunlar felsefenin değil, matematik biliminin nesneleridir. Wedberg'in belirttiği üzere, Aristoteles'in açıklamasında bu ara nesneler, matematiksel İdeaların duyuşal dünyada bulunmayan mükemmel örnekleri olmaktadır. Bu yoruma göre Platon'un matematik ontolojisi üç kısma ayrılmış olmaktadır: (1) Matematiksel İdealar (ideal sayılar ve geometrik İdealar) ki bu alan, diyalektiğin alanıdır. (2) Matematiksel ara nesneler (matematiksel sayılar ve ideal

¹⁵¹ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 10, 11.

¹⁵² Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 22.

¹⁵³ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 11.

¹⁵⁴ Aristoteles, *Metafizik*, s. 39, 987b15-19.

geometrik şekiller) ki bu alan, saf matematiğin özel alanıdır. (3) Sayılabilir duyusal tikeller.¹⁵⁵

Wedberg'in belirttiği üzere başta Aristoteles olmak üzere, çeşitli Platon okuyucularının Platon'un matematik felsefesine dair bu ara nesneler yorumu, Platon'un kimi dedikleriyle uyuşmamaktadır. Mesela Platon diyaloglarında bu ara nesnelere dair doğrudan bir ibare bulunmamaktadır. Diyaloglarda Platon, İdealar âlemi ile duyusal âlemi net bir şekilde ayırmış olmasına rağmen, üçüncü bir konum olarak matematiksel nesnelerden hiç bahsetmemektedir. Bu nedenle bazı Platon yorumcuları, Aristoteles'in bu ara nesneler yorumunu reddetmiş ve Platon'da saf matematiğin alanının sadece matematiksel İdealarından ibaret olduğunu ileri sürmüşlerdir.¹⁵⁶ Bununla beraber Wedberg'e göre Platon, *Devlet* ve *Philebos* gibi diyaloglarında belli türde sayıları varsaymış olmakla beraber bu sayılara dair dedikleri, onun genel İdea anlayışına uymamakta, aksine Aristoteles'in ara matematiksel sayılara dair dedikleriyle uyuşmaktadır. Yine Platon, *Phaidon*'da, ileride de göreceğimiz gibi, iki farklı sayı anlayışı ortaya koymuştur. Bu nedenle diyaloglarda ara matematiksel nesneler teorisine uygun ifadeler bulmak da mümkün olabilmektedir.¹⁵⁷

Kısaca ifade edecek olursak, Wedberg'in de belirttiği üzere, Platon diyaloglarında matematiksel ara nesnelerin varlığı meselesi muallaktır.¹⁵⁸ Bu çalışmada Platon'da ara nesnelerin olup olmadığı meselesini tartışmayacağız. Biz daha çok, Platon'un matematik anlayışının onun *noesis* ile *dianoa* ayrışması üzerinden gördüğümüz genel metafiziği çerçevesine nasıl anlaşılabileceğini göstermeye çalışacağız.

1.4.1. Geometrinin Nesneleri

Heath ve Wedberg'in belirttiği üzere, Platon'un dönemindeki geometri anlayışı büyük ölçüde, Platon'dan kısa süre sonra Öklid'in yapacağı aksiyomatizasyonuna benzer durumdaydı. Heath, Öklid'in, *Elementler*'ine o dönemki birçok geometri teorisini

¹⁵⁵ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 11.

¹⁵⁶ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 12.

¹⁵⁷ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 12, 13.

¹⁵⁸ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 14, 15.

topladığını belirtmiştir.¹⁵⁹ Güven'in de belirttiği üzere Öklid bu mevcut teorileri aksiyomatik bir şekilde temellendirmeye çalışmıştır.¹⁶⁰ Dolayısıyla Platon zamanında da geometrinin sezgisel olarak doğru kabul edilen aksiyomlara ve teoremlere dayalı bir bilim olduğunu söyleyebiliriz. Ancak Platon, bu aksiyomatik geometri anlayışının ordu düzenleme gibi çeşitli alanlarda işe yaradığını kabul etmekle beraber, geometrinin asıl konu ve gayesini ıskaladığını düşünmektedir. Bu nedenle Platon'un ideal geometri anlayışı, dönemin genel geometrisine de bir tepki olarak düşünülebilir.¹⁶¹

Platon geometrinin derinleştirildiğinde İyi İdeasını ve İdeaları görmeye yardımcı olacağını belirtmiştir. Bunun için Platon, geometrinin sadece oluş-bozuluş halindeki duysal nesnelerle yetinmemesi gerektiğini, asıl geometrinin değişmeyen ve daima var olan özlerin (İdeaların) bilgisi olduğunu düşünmektedir. Ona göre dönemin geometricilerinin ıskaladığı nokta budur.¹⁶² Bu çerçevede Platon, geometricilerin kullandıkları dili de şu sözlerle eleştirmiştir:

Bu adamlar hep gülünç, bayağı terimlerle konuşurlar. Çünkü, geometriyi hep gördükleri iş bakımından ele alırlar. Yapı işlerinde “dörtgen taban”, “uzunlama”, “katımlama”... gibi sözler ederler. Oysa ki bu bilim yalnız insanın bilgisini artırma içindir.¹⁶³

Bu ifadelerle Platon, Wedberg'in de belirttiği üzere, geometrinin asıl konusu olması gereken nesnelerinin (geometrik İdeaların) insan eylemi tarafından inşa edilemeyeceğini ileri sürmektedir. Geometrinin nesneleri ezelî ve ebedî olarak mevcuttur. Dolayısıyla asıl geometride bir kare “çizilmez”, bir çizgi “uzatılmaz”; aksine bunlar, duysal veya zihnî bütün inşalardan bağımsız olarak daima “mevcuttur”.¹⁶⁴ *Philebos* diyalogunda da Platon, cetvel ve pergelle çizilen dairelerin, “tanrısal kürelerin” aksine kusurlu olduğunu belirtmiştir.¹⁶⁵ Yani geometrinin duysal ve zihinsel inşaları kendi başlarına varlık ve bilgi ifade etmemekte; İdealardan pay alarak varlık kazanmaktadır.

¹⁵⁹ Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics I*, Oxford: Clarendon Press, 1921, s. 217.

¹⁶⁰ Özgüç Güven, “Platon'da Sayının Temellendirilmesi”, *Felsefe Arkivi* 43 (2015): 58.

¹⁶¹ Platon, *Devlet*, s. 246, 247, 526d-527a.

¹⁶² Platon, *Devlet*, s. 247, 526e-527b.

¹⁶³ Platon, *Devlet*, s. 247, 527a.

¹⁶⁴ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 58, 59.

¹⁶⁵ Platon, *Philebos*, s. 116.

Platon'un geometri nesnelere dair anlayışı, *Yedinci Mektup*'ta net bir şekilde görülmektedir. Platon burada bir varlığın bilgisinin beş adımda elde edilebileceğini söylemiştir. Bunlardan birincisi şeyin adı, ikincisi şeyin tanımı, üçüncüsü imge, dördüncüsü bilgidir. Beşinci adım ise şeyin kendisidir. Platon bu adımları daire örneği üzerinden açıklamıştır. Buna göre bir şey vardır ki bunun adı “daire”dir. Bu dairenin dil (*dianoia*) düzeyinde, isim ve fiillerden oluşan bir tanımı da vardır: Tüm uçların merkeze eşit uzaklıkta olduğu şekil. Bu nesnenin çeşitli fiziksel şekillerde duysal olarak örneklenmesi, çizilmesi ve silinmesi de mümkündür ki bunlar da imgeye karşılık gelmektedir. Dördüncü adım, bu dairenin bilgisi, yani akıl yoluyla kavranmasıdır ve bu bilgi ruhta bulunmaktadır. Ancak beşinci adım olarak dairenin kendisi, yani daire İdeası ise bütün bunların, yani dairenin adının, tanımının, duysal imgelerinin ve bilgisinin dışında, ezeli ve ebedi bir varoluşa sahiptir. Dairenin duysal özellikleri oluş ve bozuşuşa tâbi iken dairenin kendisi için bu durum geçerli değildir. Elbette dairenin akılla kavranışı, ilk üç adıma kıyasla, dairenin kendisine daha yakındır. Platon'a göre ilk dört adım geçilmediği sürece beşincisi bilinemez.¹⁶⁶

Platon'a göre duysal dünyadaki daire örneklerinin hepsi kusurludur ve bu nedenle daire İdeasını mükemmel bir şekilde örnekleyememektedir. Güven'in yorumuna göre de bu şekilde dairenin kendisiyle dairenin gösterimlerini birbirinden ayırmış olan Platon'a göre dairenin duysal gösterimleri, düz çizgi gibi, Daire İdeasına aykırı şeylerle doludur ve sürekli değişmektedir.¹⁶⁷ Asıl dairede ise onun özüne aykırı hiçbir şey yoktur ve o asla değişmemektedir. Yine Platon'a göre ilk iki adımdaki ad ve tanım da değişime açıktır. Mesela bugün “düz” denilenlere başka bir gün “yuvarlak”; bugün “yuvarlak” denilenlere başka bir gün “düz” denilebilir. Aynı şekilde tanım da ad ve fiiller üzerinden gerçekleştiği için bunlar da değişebilir. Bu noktada Platon'a göre tıpkı fiziksel nesneler gibi dilin de sürekli değişmekte olduğunu söyleyebiliriz. Dolayısıyla ilk dört adımda belirsizlikler söz konusudur. Bu noktada Platon bu belirsizlikte en önemli noktanın öz-nitelik ayrımı olduğunu ve ruhun bilmek istediğinin de nitelik değil, öz olduğunu belirtmiştir. Platon'a göre salt dildeki yetersizliğin sonucu olarak, ilk dört adım nesnenin özünden ziyade niteliğini göstermektedir ve bu nedenle Platon, bilgeliğin dille sınırlandırılmasına karşı çıkmaktadır. Bu açıdan ilk dört öge

¹⁶⁶ Platon, *Mektuplar*, çev. Furkan Akderin, 3. baskı, İstanbul: Say Yayınları, 2020, s. 78, 342a-e.

¹⁶⁷ Güven, “Platon'da Sayının Temellendirilmesi”, s. 60.

ruhun istediğini değil, istemediğini önüne koymaktadır. İlk dört öge değişime açıktır ve insan inşası tarafından oluşturulup bozulabilir. Bu nedenle Platon ilk dört ögenin asla dairenin kendisi olarak kabul edilmemesi gerektiğini, bunların dikkatlice incelenmesi gerektiğini, ve asıl bilginin bu incelemeden sonra geleceğini söylemiştir.¹⁶⁸ Dönemin geometricilerinin yaptığı hata da sadece ilk dört ögeyi oluşturan dil düzeyinde kalarak dairenin kendisini gözden kaçırmalarıdır.

Peki geometricilerin yaptığı geometrik inşalar hakkında ne söylenebilir? Cevizci'nin yorumuna göre Platon, dönemin matematikçi ve geometricilerinin çalıştığı nesnelerin, yukarıda da belirttiğimiz, “matematiksel ara nesneler” olduğunu düşünmektedir. Ara nesneler, duyuşal tikel veya aklî tümel (İdea) değil, aklî tikellerdir. Yani geometriciler, kağıda çizilmiş üçgen ve karelerle veya üçgen ve karenin bizzat kendileri (İdeaları) hakkında değil, bu iki nesne “arasındaki” bir statüde bulunan nesneler hakkında konuşmaktadır. Bu ara nesnelerin İdeal nesnelerden farkı, İdeal nesnelerin her biri biricik iken, ara nesnelerin birden çok olmasıdır. Bu yoruma göre, mesela, Öklid aksiyomatizasyonunda bir dik üçgenin hipotenüsünün karesinin, diğer iki kenarın kareleri toplamına eşit olduğunu söyleyen Phytagoras teoremi, üçgen İdeası üzerine değil, üçgen İdeasından pay alan ara dik üçgenler üzerine konuşmaktadır.¹⁶⁹ Zira Cevizci'nin de belirttiği üzere üçgen İdeası ezeli ve ebedî olup parçalardan oluşmaz, dolayısıyla onun kenarı, hipotenüsü, açısı vs. yoktur. Bunlar dışsal veya zihni hiçbir inşaya konu olamaz ki Platon'un *Devlet* diyalogunda geometricilerin dilini eleştirirken kast ettiği de budur. Cevizci'ye göre Platon'da İdeal şekiller, “tümel matematiksel kavramlarımızın nesnel içerikleridir.”¹⁷⁰ Cevizci bunu, zaman ve mekân içinde olmayan insan İdeasının kol, bacak gibi uzuvlara sahip olmaması durumuna benzetmiştir. Dolayısıyla İdeal şekiller, geometri araştırmalarında kullanılamamaktadır. Phytagoras teoremi, kağıda çizilmiş üçgenle ilgili de olamaz, zira belirttiğimiz üzere Platon'a göre duyuşal şekiller daima kusurludur ama Phytagoras teoremi daima doğrudur. Bu nedenle Cevizci'nin yorumuna göre bu teorem, “ideal üçgenle aynı yüklemeleri paylaşan, ancak ideal üçgenden, onun her durumda biricik olduğu yerde, birçok olmasıyla ayrılan, matematiksel ara nesneler olarak üçgenler hakkında

¹⁶⁸ Platon, *Mektuplar*, s. 78-80, 343a-e.

¹⁶⁹ Öklid, *The Thirteen Books of The Elements I*, çev. ve ed. Thomas L. Heath, 2. baskı, Cambridge: Cambridge University Press, 1908, s. 349.

¹⁷⁰ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analjisi”, s. 67.

olmalıdır”.¹⁷¹ İşte Cevizci’ye göre bunlar, *dianoia*’nın nesneleridir.¹⁷² *Dianoia*’nın nesneleri, kavranır dünya alanında bulunmakla beraber hâlen zihinsel inşalara konu olabilmektedir ki bu inşalar da aksiyomlar, tanımlar ve çıkarımlar olmaktadır. Ancak bütün bu inşalar, Wedberg’in de belirttiği üzere, varlıklarını İdeal, değişmez, ezelî-ebedî geometrik nesnelerden almaktadır. Mesela zihinsel inşaya konu olan “ara” üçgenler, varlıklarını İdeal üçgenlere borçludur. İdeal geometrik nesneler, duyusal nesnelerden türetilmemiş ve zihnî inşayla oluşturulmamakta, tam tersine bu inşalara bir zemin olmaktadır. Dolayısıyla Platon’da geometri, Wedberg’in de dediği üzere, varlığını ve doğruluğunu “yukarıdan” almaktadır. Yani Platon, geometrinin doğruluğundan şüphe etmemekte, ancak bu doğruluğun zemininin geometrinin kendisi değil, İdealar olduğunu düşünmektedir.¹⁷³

Bu şekilde Platon, geometrinin asıl nesnelerinin her türlü duyusal, zihnî ve dilsel inşadan bağımsız olarak birer İdea şeklinde bulunduğunu ve bu inşaların da İdealardan pay aldığını düşünmüş olmaktadır. Birazdan *anamnesis* (hatırlama) kuramını açıklarken göreceğiz ki Platon’a göre duyusal geometrik şekiller, bize, kendilerinin pay aldığı geometrik İdeaları hatırlatmaktadır. Platon’un eleştirdiği geometricilerin yapmış olduğu varsayımlar *dianoia* sınırları içinde kalmaktadır ve bu nedenle asıl bilginin konusu olamamakta, sadece “tutarlı” olmaktadır. İşte Platon metafiziğinde, zihinsel inşaya konu olan bu varsayımsal ara nesneler, asıl geometrik İdealardan pay almaktadır ki bu İdealar olmasa bu varsayımsal nesneleri postüle etmemiz de mümkün olmazdı. Şimdi göreceğiz ki aynı durum, Platon’un matematiğinin diğer yarısı olan sayılar bilimi (aritmetik) için de geçerlidir.

1.4.2. Aritmetiğin Nesneleri

Platon’un döneminde, Wedberg’in de belirttiği üzere, aritmetik henüz aksiyomatize edilmemişti. Dolayısıyla Platon’un henüz soyut aritmetikten haberi olmadığı için, Platon, doğal aritmetikle ilgilenmiştir. Yine Platon, tıpkı geometri gibi, aritmetiğin

¹⁷¹ Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analjisi”, s. 68.

¹⁷² Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analjisi”, s. 66-68.

¹⁷³ Wedberg, *Plato’s Philosophy of Mathematics*, s. 60-62.

doğruluğundan da şüphe etmemiş ve realist bir düşünür olarak, “1”, “2”, “3” gibi niceliklerin de soyut gerçekliklere, yani tam sayılara karşılık geldiğini düşünmüştür.¹⁷⁴

Platon filozofların, sayıları gündelik hesaplarda kullanan tüccar gibi kişilerden farklı olarak, sayıların özlerini kavramaları gerektiğini ve böylece oluş ve bozuluş dünyasından kurtulup hakikî varlığa ulaşabileceğini ileri sürmüştür. Dolayısıyla saf matematik, duysal dünyadan uzaklaşma konusunda çok önemlidir. Bu matematik sayesinde sayıların kendileri üzerine düşünülerek, düşünülür varlık dünyasına geçiş yapılır.¹⁷⁵ Yine Platon’a göre, birazdan daha detaylı şekilde göreceğimiz üzere, matematikçilerin üzerinde çalıştığı “birimler çokluğu”, birbiriyle aynı, bölünmez ve parçalanamazlardır. Bunlar sadece düşünceyle kavranır ve duyuya konu olamaz. Bu da Platon’a göre matematiğin insanı öz varlığa yönlendiren başka bir yönüdür, zira matematik salt kavramları kullanmaktadır.¹⁷⁶ Dolayısıyla Platon’a göre, sayı ve hesap bilgisi, ruhu gerçek varlığa, yani İdealara yönelttiği için çok değerlidir.¹⁷⁷

Platon, *Theaitetos* diyalogunda da sayıların kendilerini nesnelerden ayırt etmiştir. Buna göre “5” ve “7”nin kendileri, “beş adam” ve “yedi adam” gibi nesnelerden farklıdır.¹⁷⁸ Bu diyalogda Platon, soyut sayıların bilgisinin ruhta bulunduğunu ve bunların da tıpkı dışarıdaki somut sayılabilir şeyler gibi sayılabileceğini ileri sürmüştür. Burada saymak, hangi sayının meydana çıkacağını araştırmaktır.¹⁷⁹ Diyalogda sayılabilir duysal nesnelerin sayıları konusunda yanılınabileceği gibi, hafızada bulunan sayılarla yapılan işlemler konusunda da yanılınabileceği söylenmiştir. Mesela birisi beş ile yedinin toplamının on bir olduğunu söyleyerek yanılabilir.¹⁸⁰ Cornford’un yorumuna göre Platon, hafızada bulunan sayıdan bahsederken, sayının kendisi, yani birazdan göreceğimiz İdeal sayılar hakkında değil, duysal nesnelerden soyutlanan sayılar konusunda yanılınabileceğini söylemektedir.¹⁸¹ Aynı şekilde Wedberg’e göre de Platon, *Theaitetos* diyalogunda İdeal sayılar hakkında

¹⁷⁴ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 64.

¹⁷⁵ Platon, *Devlet*, s. 245, 525b-e.

¹⁷⁶ Platon, *Devlet*, s. 245, 246, 525d-526b.

¹⁷⁷ Platon, *Devlet*, s. 240, 241, 521d-523a.

¹⁷⁸ Platon, “Theaitetos”, Diyaloglar, 7. baskı, ed. Mustafa Bayka, çev. Macit Gökberk, İstanbul: Remzi Kitabevi, 2010, s. 520, 196a.

¹⁷⁹ Platon, “Theaitetos”, s. 523, 198a-c; Güven, “Platon’da Sayının Temellendirilmesi”, s. 57.

¹⁸⁰ Platon, “Theaitetos”, s. 520, 196a-b.

¹⁸¹ F. M. Cornford, *Platon’un Bilgi Kuramı*, çev. Ahmet Cevizci, 2. baskı, Ankara: Gündoğan Yayınları, 1989, s. 241.

değil, matematiksel ara sayılar hakkında konuşmaktadır. Zira aritmetikçi zihinden $5+7$ toplama işlemini yaparken soyut 5 tane birim çokluğuyla soyut 7 birim çokluğunun birbirine eklenmesini düşünmektedir. Dolayısıyla burada soyut 5 ve 7 tane birim çokluğu ile Beşlik İdeası ve Yedilik İdeası birbirinden ayrıdır ve işlem hatası da bu zihinsel ara nesnelerde vuku bulabilmektedir.¹⁸² Dolayısıyla Cornford ve Wedberg'in yorumlarını takip edecek olursak, Platon'un sayı İdealarını, duyuşal çoklukların yanında, zihinde inşa edilen çokluklardan da ayırdığını söyleyebiliriz.

Wedberg'in yorumuna göre, Platon'a göre zihinsel inşaya konu olan nesneler, matematiksel "ara" nesneler olmaktadır ki ideal birimlerden oluşan inşai nesnelerdir. Mesela ara nesne olan matematiksel 2 sayısı 2 tane birimden oluşan bir kümedir. Bu sayıları oluşturan ideal birimler basit nesnelerdir, parçalardan oluşmamaktadır, sonsuz sayıdadırlar ve birimler arasında hiçbir fark yoktur. Birimler sonsuz sayıda olduğu için, onlarla oluşan her bir matematiksel sayının da sonsuz farklı kopyası bulunabilir. Bu sayılar, aritmetik tarafından ele alınmaktadır ve toplama, çıkarma, eşitlik gibi aritmetiksel işlemlere konu olmaktadır. Mesela " $2+3=5$ " eşitliği, 2 birimden oluşan matematiksel sayıya 3 birim daha ekleyerek 5 matematiksel sayısını elde etmeyi ifade etmektedir.¹⁸³ Cevizci'nin yorumuna göre de zihinsel inşalara konu olan nesneler, İdealar değil, ara nesneler olmaktadır. Zira ideal sayılar, ezeli ve ebedi olarak var oldukları için toplama, çıkarma gibi aritmetiksel işlemlerle yaratılamaz ve yok olamazlar. Dolayısıyla "İkilik İdeasının İkilik İdeasıyla toplanıp Dört İdeasının elde edilmesi" söz konusu olamaz. İkilik İdeası da Dörtlük İdeası da kendilerinde bizzat vardır, bunlar biricik, ezeli ve ebedidirler. Birimler çokluğuyla oluşan, aritmetiksel işlemlere konu olabilen, sonsuz örneğe sahip aritmetiksel ara sayılar, ancak bu ideal sayılardan pay alarak var olabilirler. Bu açıdan Cevizci'ye göre ideal sayılar, aritmetiksel ara sayıların aksine nicelik değil, niteliktir; bunlar, "tümel matematiksel kavramların nesneleridir".¹⁸⁴ Wedberg'in yorumuna göre Platon'da İdeal sayılar, "Birlik İdeası", "İkilik İdeası", "Üçlük İdeası" gibi sayı İdeaları, yani sayıların kendileridir. Dolayısıyla diğer İdealar gibi, bu İdealar da basit yapıdadırlar ve matematiksel sayıların aksine bir birimler çokluğundan oluşmamaktadırlar. Yani İdeal sayılar inşâi değildirler,

¹⁸² Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 129, 130.

¹⁸³ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 65, 66.

¹⁸⁴ Cevizci, "Bölünmüş Çizgi Analjisi", s. 66-68.

aritmetiksel işlemler onlar için tanımlanamamaktadır. Bununla beraber İdeal sayılarda, matematiksel sayılara paralel bir art ardalık ilişkisi bulunmaktadır. Buna göre Birlik İdeası, İkilik İdeasından önce; İkilik İdeası Üçlük İdeasından önce gelmektedir vs. İdeal sayılar, diğer İdealar gibi diyalektik bilimi tarafından ele alınmaktadır.¹⁸⁵

Platon'un bu sayı anlayışı, Wedberg'in de belirttiği üzere, dönemin Yunan matematiğindeki sayı anlayışına da bir tepki olarak görülebilir. Zira Wedberg'in belirttiği üzere, dönemin matematikçi ve filozofları, sayıyı bir birimler çokluğu veya sentezi olarak görmektedirler. Güven de o dönemin yaygın anlayışında sayının birimlerin çokluğunun bir toplamı olarak görüldüğünü belirtmiştir.¹⁸⁶ Mesela Öklid, sayıyı, birimler çokluğu olarak; birimi de her şeyin kendisi vasıtasıyla “bir” olduğu şey olarak tanımlamıştır.¹⁸⁷ Yine Öklid'e göre toplama ve çarpma gibi işlemler de, sayılara belli birimlerin eklenmesi suretiyle yeni sayıların “üretilmesi” eylemleridir.¹⁸⁸ Heath'in aktardığına göre dönemde sayıyı ilk kez tanımlayan Tales'e göre de sayı, “birimler çokluğu” şeklinde tanımlanmaktadır. Aristoteles de, *Fizik* kitabında sayının “birlerin çokluğu” olduğunu söylemiştir.¹⁸⁹ Yine Aristoteles *Metafizik*'te sayının daima bir şeyin sayısı olduğunu ve bu açıdan sayının seçilmiş bir birimler çokluğu olduğunu söylemiştir.¹⁹⁰ Aristoteles'e göre kendi başına var olan bir sayı veya birim yoktur, aksine “bir”, bir çokluğun ölçüsüdür ki dolayısıyla “birler çokluğu” olan sayı da bu ölçülerin çokluğu olmaktadır. Aristoteles'in anladığı şekilde buradaki ölçü, duyudan bağımsız soyut bir ölçü değildir. Tersine ölçü, ölçü olarak seçilmiş sayılan nesne olmaktadır. Mesela bir atlar grubu sayılıyorsa ölçü bir attır; insan sayılıyorsa ölçü insandır vs.¹⁹¹ Yine Heath'in aktardığı üzere Pythagorasçılar, Eudoxus, Nicomachos gibi düşünürler de sayı için benzer tanımlar getirmişlerdir.¹⁹² Wedberg'in yorumuna göre “birim çokluğu” şeklindeki bu tanımlar, Platon'un matematiksel ara sayı anlayışına uygun gözükmeyle beraber, Platon'u bu tanımlardan ayıran şey, onun Platon'un bu

¹⁸⁵ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 66-68.

¹⁸⁶ Güven, “Platon'da Sayının Temellendirilmesi”, s. 53, 54.

¹⁸⁷ Öklid, *The Thirteen Books of The Elements II*, çev. ve ed. Thomas L. Heath, 2. baskı, Cambridge: Cambridge University Press, 1908, s. 277.

¹⁸⁸ Öklid, *The Thirteen Books of The Elements II*, s. 278.

¹⁸⁹ Aristoteles, *Physics*, çev. C. D. C. Reeve, Indianapolis/Cambridge: Hackett Publishing Company, Inc., 2018, 207b5-10.

¹⁹⁰ Aristoteles, *Metafizik*, s. 301, 1053a30; s. 469, 1092b18-25.

¹⁹¹ Aristoteles, *Metafizik*, s. 449, 1088a2-14; Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 72.

¹⁹² Heath, *A History of Greek Mathematics I*, s. 69, 70.

birimler çokluğunu duyuşal dünyada değil, akledilir dünyada tanımlamasıdır. Wedberg'e göre Platon-öncesi filozofların anladığı, sayının "birimler çokluğu" olduğu teorisi, soyut birimlerden ziyade, Aristoteles'in anladığı şekilde, seçilen belli bir birim kavramı üzerinden sayılan duyuşal nesneler çokluğu şeklindedir. Bu anlamda sayılan nesnelerin kendileri birimler olmaktadır. Pythagorasçılar da burada birimi daha çok geometrik, bölünmez nokta olarak almıştır. Wedberg'in aktardığı üzere ilk kez Platon, hocası Sokrates ile beraber soyut kavramlar ile onların uygulandığı duyuşal nesneler arasında ayırım yapmıştır.¹⁹³ Wedberg'e göre bu duyu-ötesi ideal âlem anlayışı, o dönemin özellikle Platon-öncesi filozofları için yabancıdır ki Aristoteles de Platon'un sayıyı duyu ötesine yerleştirmesinin Pythagorasçılarda olmayan bir durum olduğunu söylemiştir.¹⁹⁴

Platon'a göre, Wedberg'in de belirttiğı üzere, dönemin genel sayı anlayışı da, Pythagorasçı anlayışı da İdealar teorisi açısından kabul edilemezdir. Zira Platon'a göre sayılar, çok sayıda tikel nesne çokluklarına yüklenebildiğı için, sayılar da diğer İdealar gibi bu çokluklardan bağımsız ideal nesneler olmalılardır. Dolayısıyla Platon, sayıları noktalara indirgeyen Pythagorasçı teori ile sayıları sayıldıkları birim nesnelere indirgeyen genel Yunan anlayışını kabul etmemiştir. Platon, bu anlayışlardan farklı olarak sayının kendisine odaklanmıştır.¹⁹⁵

Platon, Wedberg'in de belirttiğı üzere, matematiğın nesnelerinin neden duyu algılarından gelemeyeceğini *Devlet* diyalogunda ele almıştır.¹⁹⁶ Buna göre duyularla algıladığımız nesnelerin bazıları, duyularca direk anlaşıldığı için bizi düşünmeye yöneltmemektedir. Ancak bazıları açıkça anlaşılmadığı için bizi düşünmeye yöneltmektedir. Bu algılarda insanı düşünmeye yönelten nesneler, insanda iki zıt duyum uyandıranlardır. Platon bunu çeşitli duyular üzerinden örneklendirmiştir. Mesela bir elin parmakları, büyüklük ve küçüklük açısından kıyaslanacak olursa, göz buradaki büyüklük ve küçüklükleri apaçık anlayamaz. Benzer şekilde mesela dokunma duyusu kalınlık, incelik, sertlik ve yumuşaklığı tam kestiremez. Aynı şekilde duyular ağırlık ve hafifliği de kesin olarak gösteremez; ağırın hafif, hafifin ağır algılanması mümkündür ki bu nedenle tam olarak neye ağır neye hafif deneceğı belirsiz kalmaktadır. İşte diyalogda

¹⁹³ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 72-74.

¹⁹⁴ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 71, 72; Aristoteles, *Metafizik*, s. 39, 40, 987b26-36.

¹⁹⁵ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 74, 75.

¹⁹⁶ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 78.

Sokrates, böyle durumlarda insanın duraklayacağını ve hesaplama ve düşünme gücünü yardıma çağıracağını ileri sürmüştür.¹⁹⁷ Mesela göz, büyük ve küçüğü ayırt edemezse o zaman akıl, büyüklük ve küçüklüğün ne olduğunu düşünmeye başlar. İşte Platon’a göre burada insanda tek bir izlenim bırakan nesneler insanı görünen dünyada bırakırken iki zıt izlenim verenler insanı düşünmeye sevk ettiği için, onu İdealar dünyasına yönlendirmiş olmaktadır.¹⁹⁸ Diyalogda Sokrates ve Glaukon, duyu algısının tek başına sayı fikrini vermediğini şu sözlerle anlatmışlardır:

- Peki, ya çokluk ve tekliği ne yana koyuyorsun?
- Ne diyeyim? Bilmiyorum
- Söylediklerimize göre düşün. Gözler, ya da başka bir duyu, tekliği olduğu gibi görürse, bu bizi varlığın özüne götüremez. Demin örnek aldığımız parmağın götürmediği gibi... Ama teklikte herhangi bir çelişme olur da, çokluk gibi görünecek olursa, bir yargıca başvurmamız gerekir. O zaman ruh, ister istemez duraksar... Düşünceyi dürtükleyip uyandırır, araştırmalar yapmak zorunda kalır. Tekliğin ne olabileceğini kendi kendine sorar. Bu tekliği kavrama çabası, ruhu, varlığın özünü karşı karşıya getirir.
- Evet, tekliği görmede bu özellik vardır gerçekten. Aynı şeyi hem tek, hem de alabildiğine çok olarak görebiliriz.
- Ama tek için doğru olan, bütün sayılar için de doğru olmaz mı?
- Olur elbet.
- Hesap ve aritmetik baştan başa sayılar üstünde dönmez mi?
- Evet.
- Demek insanı gerçek varlığa götürecek bilimler bunlardır!
- Evet, diyecek yok buna.
- Öyleyse, bizim de aradığımız bilimler bunlardır. Savaş adamı, ordusunu düzenlemek için onlara başvurduğu kadar, filozof da türeyip çoğalmalar dünyasından sıyrılıp öz varlığa ulaşabilmek için onlara başvurur... Yoksa hiçbir zaman düşüncelerine bir düzen veremez.¹⁹⁹

İşte bu pasaj, Wedberg’in de belirttiği üzere, Platon’un duyusal dünyada ideal sayı örneklerinin bulunmadığı ve bu nedenle matematiksel sayıların kavranır dünyada olduğunu ileri sürmesinin sebebini ortaya koymaktadır. Bu pasaj, şöyle bir argüman yürütmektedir: Eğer bir sayı, duyusal bir nesne çokluğundan türetilbilseydi, o zaman o gruptaki her bir nesne tamamen “bir” olurdu; ama duyusal nesneler daima kendilerinde birden çok özellik, bileşen ve parça barındırırlar; dolayısıyla hiçbir duyusal nesne

¹⁹⁷ Platon, *Devlet*, s. 242, 243, 523b-524a.

¹⁹⁸ Platon, *Devlet*, s. 243, 244, 524c-d.

¹⁹⁹ Platon, *Devlet*, s. 244,245, 524d-525b.

gerçek anlamda “bir” olamaz; nihayetinde hiçbir sayı hiçbir duyusal nesne grubundan mükemmel bir şekilde türetilemez.²⁰⁰

Platon, Wedberg’in de belirttiği üzere, *Parmenides* ve *Sofist* diyaloglarında da benzer akıl yürütmelere başvurmuştur. Mesela *Sofist* diyalogunda Platon, birçok bölümden oluşan bir birliğin, kesin birlik kavramıyla uyuşmayacağını, kesin birliğin parçalı birden farklı bir şey olduğunu ileri sürmüştür.²⁰¹ *Parmenides* diyalogunda da Bir İdeasının, bir bütün olamayacağı ve parçalardan oluşamayacağı söylenmiştir, zira böyle olsa o, bir değil, çok olurdu.²⁰² Yine *Parmenides* diyalogunda Platon, bir insanın hem sağ, sol, ön, arka, üst, alt vs. parçalara sahip olarak çokluktan pay aldığını; hem de bir insan olarak Bir’den pay aldığını ve bu nedenle hem bir hem de çok olarak görülebildiğini söylemiştir. Aynı şey, taş ve odun gibi diğer duyusal nesneler için de geçerlidir.²⁰³ Dolayısıyla duyusal nesneler hiçbir zaman gerçek anlamda “bir” olamamaktadır. İşte Wedberg’in de belirttiği üzere burada Platon, sayının birim çokluğu, birimin de birim olarak seçilen kavram üzerinden tanımlanmasına karşı çıkmaktadır. Zira, mesela birim kavramı olarak seçilen ve bu nedenle kendisine “bir” denilen “insan” kavramı, aslında mutlak anlamda “bir” değildir, duyusal olarak parçalardan oluştuğu için çokluktan da pay almaktadır. Dolayısıyla asıl Birlik, duyudan gelmemektedir. Tersine Birlik İdeası, duyusal nesneleri “birlemeyi” mümkün kılan şeydir.²⁰⁴

Bu noktada, Platon’un *Philebos* diyalogunda Sokrates’e söyletmiş olduğu, halka özgü aritmetik ve filozofa özgü aritmetik olmak üzere iki tür aritmetikten söz edebiliriz:

Bu fark o kadar küçük değildir, Protarkahos. Çünkü halk, aynı aritmetiğe, birbirine eş olmayan birlikleri, iki ordu, iki öküz gibi pek büyük ve pek küçük iki birliği sokar. Filozoflarsa, tersine, bütün birlikler arasında bir birliğin ötekinden hiç de farklı olmadığını kabule yanaşmayan kimseyi, dinlemeye bile yanaşmazlar.²⁰⁵

²⁰⁰ Wedberg, *Plato’s Philosophy of Mathematics*, s. 78, 79.

²⁰¹ Platon, “Sofist”, *Diyaloglar*, 7. baskı, ed. Mustafa Bayka, çev. Ömer Naci Soykan, İstanbul: Remzi Kitabevi, 2010, s. 588, 245a-b.

²⁰² Platon, *Parmenides*, s. 49, 137c-d.

²⁰³ Platon, *Parmenides*, s. 35, 36, 129c-d.

²⁰⁴ Wedberg, *Plato’s Philosophy of Mathematics*, s. 78-80.

²⁰⁵ Platon, *Philebos*, s. 105, 106.

Wedberg'in yorumuna göre burada Platon, filozofun aritmetiğindeki birimlerin tamamen eşit olduğunu söylerken, "ara" birim nesnelerinin hepsinin aynı olduğunu söylüyor olabilir. Buna göre saf aritmetikte 2 ile 3'ün toplamının 5 olduğu söylenirken, bu, iki birim kümesiyle üç birim kümesinin toplandığında beş birim kümesi olduğu anlamına gelmektedir. Buna karşın halkın kullandığı aritmetikteki birim kavramı, kavramdan kavrama (ordu, inek vs.) değişebildiği gibi nesneden nesneye de (iki inek birbirinden farklıdır) değişebilmektedir.²⁰⁶ Platon'un bu sürekli değişim halindeki duyusal çokluklardan sayının kendisinin elde edilemeyeceği ve tam tersine sayının kendisinin duyusal çoklukları sayıyla nitelemeyi mümkün kıldığı görüşü, zihinsel aritmetik inşaları için de geçerlidir.

Phaidon diyalogunda Platon, sayıların belli bir duyusal veya zihnî çokluk inşasıyla oluşturulamayacağını açık bir şekilde ortaya koymuştur. Diyalogda Sokrates'in belirttiğine göre, ikinin varlık sebebi bir ile birin toplanması veya birin ikiye bölünmesi değildir.²⁰⁷ Zira Dorter'in de belirttiği üzere, burada aynı şeyin hem iki şeyin toplanması, hem de ayrılmasıyla oluşturulmaları gibi uyumsuz bir durum oluşmaktadır.²⁰⁸ Dolayısıyla da her iki durumda da 2'nin varlığa gelmesinin sebebi, onun İkilik İdeasından pay almasıdır. İki olan her şey, İkilikten pay aldığı için iki; bir olan her şey de Birlikten pay aldığı için birdir. İleride *Phaidon* diyalogundaki son ölümsüzlük kanıtlamasını ele alırken de göreceğimiz gibi, burada toplama veya bölme gibi maddî inşalar, tıpkı fiziksel unsurların bir şeyin var olmasının asıl sebep olmaması gibi, sayısal çoklukların var olmasının asıl sebebi değildir.²⁰⁹ Wedberg'in yorumuna göre burada da Platon, sayıyı duyusal nesneler çokluğu üzerinden veya birimler toplamı olarak tanımlama düşüncesine karşı çıkmaktadır. Platon, duyusal olsun veya birimler toplamı olsun, sayıyı bir çokluk olarak tanımlama düşüncesine, yani çokluğu sayının sebebi olarak tanımlama karşı çıkmaktadır. Bir çokluğun belli bir sayı belirtmesi sadece çokluğun o sayının İdeasından pay alması nedeniyledir.²¹⁰

Bu şekilde Platon, sayının kendisinin (İdeasının) bütün duyusal ve zihnî inşalardan bağımsız olduğunu ve aynı zamanda bu inşaların varlığının da sebebi

²⁰⁶ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 126, 127.

²⁰⁷ Platon, *Phaidon*, s. 96, 101b-c.

²⁰⁸ Kenneth Dorter, *Plato's Phaedo: An Interpretation*, Toronto, Buffalo, London: University of Toronto Press, 1982, s. 118.

²⁰⁹ Platon, *Phaidon*, s. 96, 101b-c.

²¹⁰ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 133-135.

olduğunu düşünmektedir. Bu noktada Platon'un gerçekten matematiksel ara nesnelerin ayrı bir varlık alanı olduğunu kabul edip etmemiş olduğu kanaatimizce önemli değildir. Zira bu ara nesnelerin, zihinsel inşalar olduğu da söylenebilir. Burada önemli nokta, Platon'un sayı fikrinin duyudan veya zihinden gelmediğini, aksine kendinde sayı İdeaları sayesinde belli çoklukların sayılabilir olduğunu düşünmesidir. Bütün duyusal ve zihnî sayı inşaları, sayı İdealarının temsilleri olmaktadır.

Bununla beraber, birazdan *Phaidon*'daki son ölümsüzlük kanıtlamasını ele alırken de göreceğimiz gibi bu sayı İdealarının bazı özsel özellikleri de olabilir. Mesela Platon'un matematik felsefesinde ara nesnelerin bulunmadığını savunan Mohr'a göre, İdea sayılar birimlerden oluşmaz, parçaları yoktur ve başka hiçbir sayının da parçaları değildir. Ancak mesela Üçlük İdeasının tek sayılabilir yönleri, onun tekliği ve asallığıdır. Şunu da belirtelim ki Mohr'a göre Platon'da İdeal sayılar birbirinden tamamen bağımsızdır ve aralarındaki fark, öncelik-sonralık (art ardalık) ilişkisinde yatar. Dolayısıyla Mohr'un yorumuna göre Platon'da sayıların İdeaları, doğal sayı dizgesini oluşturmaktadır.²¹¹ Yine Mohr'a göre, yukarıda belirttiğimiz, *Phaidon* diyalogundaki sayı teorisi de bu ikili sayı anlayışına işaret etmektedir. Buna göre bir duyusal çokluğun sayısının belirlenmesi, onu başka bir duyusal çoklukla kıyaslayarak yapılmaz. Aksine duyusal çokluğun sayısının belirlenmesi, onun temsil ettiği İdeal sayı üzerinden yapılır. Bu da, çokluğun birimlerinin Bir İdeasıyla başlayan İdeal doğal sayı dizgesiyle bire bir eşleme yapılmasıdır. Buna göre bir elin parmaklarının sayısı, bu birebir eşlemenin Beş İdeasında sona ermesinden dolayı beştir.²¹²

Bu şekilde Platon, sayıların kendilerini (İdealarını), duyusal ve zihinsel çokluklardan net bir şekilde ayırt etmiş olmaktadır. Dahası, sayıların kendileri duyusal ve zihinsel inşaları ve bu sayede onların sayılmasını mümkün kılmaktadır. Peki bu nasıl olmaktadır? Bir başka deyişle, *noesis*'in nesneleri *dianoia* ve *pistis*'in nesnelerini nasıl mümkün kılmaktadır? Mohr'un da belirttiği üzere Platon'da sayı İdeaları, tıpkı ahlâkî, estetik vs. İdealar gibidir ve bizim onların duyusal örneklerini algılayabilmemiz, sadece bu İdealarla tanışık olmamıza bağlıdır.²¹³ Yani bir sayının İdeasının bilgisine

²¹¹ Richard D. Mohr, "The Number Theory in Plato's Republic VII and Philebus", *Isis* 72/4 (1981): 621.

²¹² Mohr, "The Number Theory", s. 621, 622.

²¹³ Mohr, "The Number Theory", s. 625.

halihazırda sahip olmaksızın o sayıyı tanımak imkânsızdır.²¹⁴ İşte Platon, İdeaların bilgisinin edinilmesini ve bu bilginin duyusal örneklerini de mümkün kılmasını hatırlama (*anamnesis*) kuramı üzerinden temellendirmektedir. Bu kuram aynı zamanda Platon metafiziğinde ruhun da ölümsüz olmasının bir ispatını vermektedir. Dolayısıyla Platon metafiziğinde ruh, çok merkezî bir konumda olmaktadır ki zaten yukarıda gördüğümüz Bölünmüş Çizgi'deki biliş durumları da ruhun biliş durumları olmaktadır. Yani İdealar ile bu İdealardan pay alarak var olan zihinsel ve duyusal nesneler, aynı zamanda ruhun tecrübesinde belirlemektedir ki zaten Platon, İdeaların hem varlığın hem de bilginin temeli olduğunu düşünmektedir. Bilgi de zaten ruhun bilgisidir. Aynı şekilde *dianoia* alanının nesnesi olan muhakemeyi de ruh yapmakta ve -bir yoruma göre de *sophos*'un yardımıyla- *noesis* alanındaki asıl nesneleri temaşa ederek *dianoia* üzerinden bunu doğru bir şekilde ifade edecek olan da ruhtur. Şimdi Platon'da ruhun bilgisinin zemini *anamnesis* kuramını ve bununla paralel olarak ruhun ölümsüzlüğünü inceleyelim.

1.5. Ruhun Merkezî Konumu, Hatırlama (*Anamnesis*) Kuramı ve Ruhun Ölümsüzlüğü

Platon'a göre ruh, insan bedeni de dahil olmak üzere tüm evren için bir canlılık ve hareket ilkesidir. Dolayısıyla ruh, maddeden önce gelmektedir. Hareketin ilkesi olarak ruh, aynı zamanda kendi kendine hareketi de sağlamaktadır ki Platon'a göre kendi kendine hareket edebilen nesneler “canlı” olmaktadır. Platon, *Yasalar*'da ruhu, “kendiliğinden hareket eden hareket” şeklinde tanımlamıştır.²¹⁵ Platon'un *Timaios* diyalogunda belirttiği üzere Tanrı evreni yaratırken, en iyi şekilde yaratmak istemiş, bu nedenle evrende bir düzen istemiş bu nedenle evreni akli olan bir bütün olarak yaratmış ve aklın mekânı ruh olduğu için de akli ruhun içine ruhu da evrenin bedenine koymuştur.²¹⁶ Bu şekilde Platon, Cornford'un da belirttiği üzere, tıpkı insanın ilâhî bir cevher olan ruh ile fiziksel bir cevher olup oluş ve bozuluşa tâbî olan bedenden

²¹⁴ Mohr, “The Number Theory”, s. 627.

²¹⁵ Platon, *Yasalar*, çev. Candan Şentuna ve Saffet Babür, 3. baskı, İstanbul: Kabalcı Yayınevi, 2007, s. 391, 392, 892a-c; 396, 397, 895c; 397, 398, 896a-c.

²¹⁶ Platon, *Timaios*, çev. Furkan Akderin, İstanbul: Say Yayınları, 2015, s. 39.

oluşması gibi evrenin de bir düzenleyici akli olan ruhu ve aynı zamanda değişim halinde olan fiziksel bir bedeni olduğunu düşünmüş olmaktadır.²¹⁷ Platon’a göre Tanrı, evreni, Canlılık İdeasını model alarak yaratmıştır ki bu İdea, Cornford’un da belirttiği üzere, evrendeki tüm tikel canlıların kendisinden pay aldığı ezelî-ebedî ve değişmez bir İdeadır.²¹⁸

Platon, *Phaidros* diyalogunda, ruhun bir hareket ilkesi olmasından hareketle ruha ilişkin bir ölümsüzlük kanıtlaması sunmuştur: Buna göre “daima hareket halinde olan şey ölümsüzdür”.²¹⁹ Zira bir varlık hareketini başkasından alırsa, hareket durunca ölür. Ancak daima hareket halindeki varlık, özü itibarıyla hareketli olduğu için hareket kendisinden ayrılamaz. Bu durum onun başka varlıkların da hareket kaynağı olmasının ve bu nedenle bir “ilke” olmasının da sebebidir, zira bir ilke, başka bir şeye bağımlı olamaz. Bu ilkenin başı olmadığı için sonu da olamaz, zira ilke yok olacak olsaydı kendi kendine tekrar doğamazdı ve dolayısıyla ona bağlı olan hiçbir hareketli de var olamazdı. Dolayısıyla hareket ilkesi olan ruhun varlığı, hareket etmekte olan canlı bir varlık olan evrenin ve yeryüzündeki canlıların da varlığının ve hareketlerinin hem garantisi olmakta, hem de halihazırda hareketin varlığı, bu hareketin ilkesi olan ruhun da ölümsüzlüğünü ortaya koymaktadır. Yani ruh, kendiliğinden hareketin ta kendisi olmakta ve bunun başlangıcı olmadığı gibi sonu da olmayacaktır.²²⁰ Bu şekilde ruh bir canlılık ve hareket ilkesi olmaktadır. Aynı şey, bireysel insan ruhları için de geçerlidir. Cornford’un da belirttiğine göre Platon’da insan ruhları, bilinmesi gereken nesnelere (İdealara) benzeyecek şekildedir ve akıl (bilgi), kanı ve inanç yeteneklerine sahiptir.²²¹ Peki ruhun, kendisine benzer durumda olan İdealara dair bilgisi nasıl mümkün olmaktadır? Bu soru bizi Platon’un *anamnesis* (hatırlama) kuramına götürmektedir.

Platon’un *Menon* diyalogunda Sokrates ile Menon, erdem üzerine tartışırlar. Konu bir yerde bilginin mahiyetine geldiğinde Menon ortaya şöyle bir paradoks atar: Hiç bilinmeyen bir şey nasıl araştırılabilir? Bir şey bulunduğunda bunun aranılan şeye ait olduğu, eğer aranılan şey hiç bilinmiyorsa nasıl anlaşılabilir? Aynı şekilde bir şey zaten biliniyorsa o zaman araştırılmasına da gerek olmaz. Dolayısıyla bu paradoks, bilgi

²¹⁷ Francis Macdonald Cornford, *Platon’un Kozmolojisi*, çev. Özgüç Orhan, İstanbul: Albaraka Yayınları, 2022, s. 72, 73.

²¹⁸ Platon, *Timaios*, s. 39, 40; Cornford, *Platon’un Kozmolojisi*, s. 74, 75.

²¹⁹ Platon, *Phaidros*, çev. Hamdi Akverdi, İstanbul: Maarif Matbaası, 1943, s. 44, 245b.

²²⁰ Platon, *Phaidros*, s. 44, 45, 245b-d.

²²¹ Cornford, *Platon’un Kozmolojisi*, s. 205.

araştırmasının imkânsızlığını ortaya koyuyor gibi görünmektedir.²²² Bunun üzerine Sokrates, bilginin “hatırlama” (*anamnesis*) olduğu tezini ortaya atar ve bunu bir örnek üzerinden gösterir. Sokrates, orada bulunan ve hiç geometri dersi almamış, sadece dil bilen bir köleye uygun soruları sorarak, Güven’in de belirttiği üzere, bir karenin alanını iki katına çıkarma problemini çözdürür. İşte Sokrates’e göre köle bu problemi çözerken aslında önceden bilip unutmuş olduğu bilgileri yeniden hatırlamıştır ki bu *anamnesis* edimidir. *Anamnesis* kuramına göre bilgiler, insanın ruhunda, o henüz dünyaya gelmeden önce vardı. Ancak insan dünyaya gelince bunları unutmuştur. İşte bir *sophos*’un doğru soruları sorması ve yönlendirmesiyle bu bilgiler ruhta canlandırılarak yeniden kazanılmış, yani hatırlanmış olur. Dolayısıyla Platon’a göre varlıkların gerçekliği (İdeaların bilgisi) ruhumuzda mevcuttur, ancak ruhumuz bunun bilincinde değildir. Doğru soruları sorarak ve doğru şekilde araştırma yaparak, bu bilgilerin canlandırılması, yani hatırlanması gerekmektedir.²²³

Platon, *anamnesis* kuramını, *Phaidros* diyalogunda bir mit üzerinden anlatmaktadır. Diyalogda Sokrates, ruhu, kanatlı atlarla arabacının bir araya gelmesinden doğan bir kuvvete benzetir. Bu ruh, kanatlıyken göklerde dolaşır. Kanatlarını kaybedince düşer, topraktan bir vücuda yerleşir ve böylece canlı ve ölümlü bir varlık oluşur.²²⁴ İşte ruh, göklerde dolaşırken, gök kubbenin ötesine geçtiği zaman, orada asıl bilginin yurdunu, asıl gerçeklikleri, gerçek bilgiye konu olan özleri, yani İdeaları görecektir. Bunlar, buradaki varlıklar, oluş halindeki duyuşsal nesnelerin aksine asıl gerçekliklerdir ve asıl bilgiye konu olmaktadır. Burada arabacı, ruhun akıl gücüdür ve bu gerçeklikleri yalnızca o görebilir.²²⁵ İşte Platon’a göre canlının gerçekten “insan” olabilmek ve yetkinleşebilmek için bu gerçeklikleri, yani İdeaları hatırlaması gerekir. Filozof, gücü yettiği kadar bu tanrısal gerçeklikleri hatırlamalıdır.²²⁶ Mesela “Bir insan yer yüzündeki güzelliği görerek gerçek güzelliği tekrar hatırladığı zaman”, ruhu yeniden “kanatlanmaya” başlar ve göğe, asıl gerçekliğe yükselmek ister.²²⁷ Bu durum aynı zamanda, ruhun da İdealar gibi bir varlık olduğunu; tıpkı onlar gibi bir kendinelik olduğunu göstermektedir ki yukarıda da ruhun bu anlamda bir “ilke”

²²² Platon, “Menon”, s. 149, 70a; 162, 80d-e.

²²³ Platon, “Menon”, s. 163-171, 82a-86c; Arslan, *Sofistlerden Platon’a*, s. 305, 306.

²²⁴ Platon, *Phaidros*, s. s. 45, 46, 246a-c.

²²⁵ Platon, *Phaidros*, s. 48, 49, 247c-248a.

²²⁶ Platon, *Phaidros*, s. 52, 53, 249c-d.

²²⁷ Platon, *Phaidros*, s. 53, 249d.

olduğunu söylemiştik. Bu durum aynı zamanda, birazdan da göreceğimiz, ruhun ölümsüzlüğü için başka kanıt imkânları sunmaktadır. Yine ruhun İdealarla aynı düzlemde olması, ruhun her türlü biliş faaliyeti için bir zemin olmasını da sağlamaktadır.

Platon'a göre, Wedberg'in de belirttiği üzere, geometri ve matematiğe dair bilgimiz de doğumdan önce ruhumuzun İdeal âlemle doğrudan teması sayesinde oluşmuş ve *anamnesis* ile yeniden kazanılmaktadır.²²⁸ Birazdan da göreceğiz ki matematiksel İdeaların hatırlanması, duyu deneyimimiz için de bir standart teşkil etmektedir ve bu durum aynı zamanda ruhun ölümsüzlüğü için de bir kanıt olmaktadır.

Şunu da belirtelim ki, Platon, geç dönem diyaloglarından olan *Sofist* diyalogunda en genel beş cinsi (İdeayı) şu şekilde belirlemiştir: Varlık, Aynılık, Farklılık, Hareket, Sükûnet. Bunlar birbirleriyle ilişkili olmalarına karşın, birbirlerine indirgenememektedir. Bu beş tümel, en genel kavramlar olmaktadır ve her şey bunlardan pay alarak var olmaktadır. Mesela var olan her şey, Varlık'tan pay alarak var olmaktadır, aynı şekilde her şey Aynılık'tan pay alarak kendisiyle aynı olmakta, ve Farklılık'tan pay almak suretiyle diğer şeylerden farklı olmaktadır.²²⁹ Platon'a göre evren ruhu da buradaki Varlık, Aynılık ve Farklılık İdeaları ile bu üçünün cisimsel ve bölünür hallerinin (yani Cornford'un yorumuyla bu İdeaların cisimsel suretlerinin) bir karışımıyla oluşmuştur.²³⁰ Aynı şekilde, Cornford'un da belirttiği üzere, insan ruhları da bu İdealardan pay almaktadır. Bu sayede hem evren ruhu, hem de bireysel ruhlar, hem değişmez ve ezelî-ebedî olan İdealarla irtibatlı olmakta, hem de değişim halindeki dünyayla temas halinde olmaktadır.²³¹ Yani "hem varlıktan hem oluştan pay alırlar".²³² Dolayısıyla, Cornford'un da belirttiği üzere, ruh basit bir yapıdır, bileşik değildir, ama aynı zamanda cisimsel değişim dünyasına ve insan bedenlerine de girmektedir.²³³ Bu durum da Varlık, Aynılık, Farklılık İdealarından pay alan ruhun, Cornford'un ifadesiyle, "hem akıl nesnelerini bilmesini ve duyu nesnelerini algılamasını hem de her iki düzeyin mevcut şeyleri hakkında 'aynı' ve 'farklı' terimlerini içeren yargılarda

²²⁸ Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 60.

²²⁹ Platon, "Sofist", s. 603-607, 254d-256e; Cornford, *Platon'un Kozmolojisi*, s. 102, 103.

²³⁰ Platon, *The Timaeus of Plato*, çev ve ed. R. D. Archer-Hind, Londra: Macmillan and Co., 1888, s. 107. 35a; Cornford, *Platon'un Kozmolojisi*, s. 103, 104.

²³¹ Cornford, *Platon'un Kozmolojisi*, s. 105, 204.

²³² Cornford, *Platon'un Kozmolojisi*, s. 105.

²³³ Cornford, *Platon'un Kozmolojisi*, s. 105, 106.

bulunmasını sağladığını açıklar”.²³⁴ Yani ruhun bir şeyin kendisiyle aynı olduğunu ve başka şeylerden farklı olduğunu “bilmesi”, ruhun bu İdealarla tanışık olması ve şeylerin de bu İdealardan pay alarak var olması sayesinde mümkün olmaktadır. Platon’a göre ruh Varlık, Aynılık ve Farklılık’tan oluştuğu için, algısal veya ideal nesneleri düşündüğü zaman kendine döner ve şeylere dair “aynı” ve “farklı” yargılarında bulunur. Bu sayede ruhun, bildiği nesneye göre, doğru inanç ve bilgi ortaya koyması mümkün olur. Platon’a göre bu bilgilerin kaynağı ruhtur.²³⁵ Yani Platon’a göre ruh, Varlık, Aynı ve Farklı İdealarıyla özsel olarak irtibatlı olduğu için tüm nesnelere dair de “var”, “aynı” ve “farklı” yargılarını verebilmesi, yani nesnelerin özdeşliklerini ve diğer nesnelerden farklı olduğunu bilebilmesi mümkün hale gelir. Bir diğer ifadeyle, ruhun asıl nesnelerle olan özsel bağı sayesinde (*noesis*), dilin en genel yargıları olanaklı olmaktadır (*dianoia*). Bu en genel bilgilerin ve yargıların zemini ruhtur ve birazdan göreceğimiz üzere bu, *anamnesis* faaliyeti ile gerçekleşmektedir.

Phaidon diyalogunda Platon, bir şeyi gerçekten bilmek için, mümkün olduğunca bedenden ve duyulardan bağımsız düşünerek, sadece ruhla o şeyin kendindeliğini (İdeasını) temaşa etmek gerektiğini Sokrates’e söyler. Bununla beraber ruh, ölümle beraber gerçek anlamda bedenden ayrılacağı için, şeylerin hakikatlerine de ancak ölümle gerçek anlamda ulaşacaktır. Bu nedenle filozofların ölümden korkmaması gerekir.²³⁶ Bunun üzerine diyalogdaki konuşmacılardan biri olan Kebes, ruhun öldükten bedenle beraber yok olup gitmeyeceğinden nasıl emin olunabileceğini sorgular.²³⁷ Bunun üzerine Sokrates, ruhun ölümsüzlüğüne dair çeşitli kanıtlamalar getirmeye çalışır.

1.5.1. *Anamnesis: Phaidon’da Ruhun Ölümsüzlüğünün Birinci Kanıtı*

Diyalogda Sokrates’in ilk getirdiği argüman, ruhların ölümden sonra öteki dünyaya gidip oradan tekrar dünyaya geldiğini ve hayatın ölümden doğduğunu ileri süren eski bir geleneğe dayanır ki Taylor’un da belirttiği üzere bu anlayış Herakleitos’tan

²³⁴ Cornford, *Platon’un Kozmolojisi*, s. 107.

²³⁵ Platon, *The Timaeus of Plato*, s. 117, 119, 37a-c; Cornford, *Platon’un Kozmolojisi*, s. 143-145.

²³⁶ Platon, *Phaidon*, s. 20-23 66d-68b.

²³⁷ Platon, *Phaidon*, s. 27, 70a-b.

gelmektedir.²³⁸ Sokrates’e göre bu anlayış, doğadaki her şeyin karşıtlarından doğduğunu ileri sürmektedir. Mesela bir şeyin büyümesi için onun önce küçük olmuş olması, küçülmesi için de önce büyük olmuş olması gerekir. Aynı şekilde bir şeyin iyi olması için önce kötü olması, kötü olması için önce iyi olması gerekir. İşte burada hayat ve ölüm de birbirlerinin karşıtları oldukları için, birbirlerinden doğmaktadırlar. Ölüm hayattan, hayat da ölümden doğmaktadır. Ruhlar, ölümden sonra Hades’e gider. Ancak bu döngüsel varoluş durmaksızın devam ettiği için de tekrar dünyaya gelir. Dolayısıyla ölümler yaşayanlardan, yaşayanlar da ölümlerden doğar. Sokrates’e göre doğada bu şekilde karşıtlar arasında çift yönlü dairesel bir süreç değil de bir karşıttan diğerine doğru tek yönlü çizgisel bir süreç olsaydı, nihayetinde doğada hiçbir değişim olmaz ve doğum işi de sona ererdi. Böyle olunca da her şey bir gün ölümlerle biter ve geriye hiçbir canlı kalmazdı. Ancak Sokrates’e göre hayat devam ettiği için çift yönlü dairesel süreç de devam ediyor olmalıdır.²³⁹ Bu argüman, yukarıda verdiğimiz, hareketin devamı üzerinden verilen ölümsüzlük argümanı ile da benzerlik taşımaktadır.

Sokrates, ruhun bedene girmeden önce canlı olduğu fikrini *anamnesis* kuramı ile güçlendirmeye çalışmıştır. Buna göre bir şey algılandığı zaman, o algılanan şeyden gelmeyen başka bir şey de düşünülür ki bu bir hatırlamadır. Mesela bir giysiyi görünce sahibini hatırlamak, diyalogdaki konuşmacılardan Simmias’ı görünce Kebes’i hatırlamak vs. bu türden hatırlamalardır. Hatırlanan şey, algılanan şeye benzer de olabilir, farklı da. Mesela Simmias’ın bir resmini görünce Simmias’ın kendisi hatırlanabilir ki burada bir benzerlik söz konusudur. Dorter’in da belirttiği üzere, Sokrates, benzer şeyler nedeniyle bir hatırlama edimi olduğu zaman, algıladığımız şeyin hatırlattığı şey gibi olup olmadığını düşündüğümüzü ileri sürmüştür.²⁴⁰ Sokrates bunu eşitlik örneği üzerinden açıklamıştır. Buna göre duyuşal nesneler, mesela iki taş parçası veya iki çubuk arasında eşitlik olabilir. Ama bunlardan ayrı olarak bir de eşitliğin kendisi olan Eşitlik İdeası vardır. İşte Sokrates’e göre bu Eşitlik İdeasının bilgisi, duyuşal eşitliklerden elde edilememektedir. Zira duyuşlarımız bize eşit taş parçalarını, onlar değişmedikleri hâlde bazen eşit gösterebilirken bazen göstermemektedir. Ancak

²³⁸ Taylor, *Plato*, s. 185.

²³⁹ Platon, *Phaidon*, s. 28-33, 70c-72c.

²⁴⁰ Kenneth Dorter, “Equality, Recollection and Purification”, *Phronesis* 17/3 (1972): 201.

Eşitlik İdeası için böyle bir değişim söz konusu değildir ki bu nedenle duysal eşitlikler ile Eşitlik İdeası birbirinden farklıdır.²⁴¹

Bununla beraber duysal eşitlikler yine de Eşitlik İdeasını akla getirmektedir. Sokrates, bir şeyin kendisine benzeyen veya benzemeyen başka bir şeyi akla getirmesinin “hatırlama” olmasından hareketle, burada Eşitlik İdeasının da hatırlandığını ileri sürmüştür. Sokrates bir hatırlatma ediminde, ruhun, algıladığı şeyin hatırlattığı şeye benzemeye meylettiğini ama kendisindeki eksiklik nedeniyle bunu başaramadığını düşündüğünü ileri sürmektedir. Dolayısıyla eşit duysal nesneleri gördüğümüzde bunların Eşitlik İdeasına benzemeye meylettiklerini düşündüğümüz zaman aslında Eşitlik İdeasını önceden tanıyor olduğumuzu açığa vurmuş oluruz. Sokrates’e göre bu algılanan şey ile hatırlanan şeyi kıyaslama fikri duyu organlarımızın kullanımı ile gerçekleşmektedir. Yani duyu organlarıyla duysal eşitlikleri algıladığımız zaman, bu eşitliklerin Eşitlik İdeasına benzemeye meylettiği ama başaramadığı fikrini edinmekteyizdir. Bu, her duysal deneyim için geçerlidir. İşte buradan hareketle Sokrates, Eşitlik İdeasının bilgisinin duyu organlarımızı kullanmaya başlamamızdan önce edinilmiş olması gerektiği sonucuna ulaşır. Yani duyu organlarımızı kullanmaya başlamadan önce Eşitlik İdeasının bilgisini edinmiş olmamız ve duyu organlarımızı kullanmaya başladıktan sonra eşit duysal nesnelerin Eşitlik İdeasına benzemeye meylettiklerini düşünmemiz gerekir. Duyu organlarımızı kullanmaya dünyaya gelmemizle birlikte başlamış olduğumuz için de Eşitlik İdeasının bilgisini dünyaya gelmeden önce edinmiş olmamız gerekir. Sokrates’e göre bu, Büyüklük, Küçüklük, İyi vs. gibi “mutlağın mührü ile damgaladığımız” bütün İdealar için geçerlidir.²⁴² Burada aynı şeyin, yukarıda anlattığımız Varlık, Aynılık ve Farklılık İdeaları için de geçerli olabileceğini ileri sürebiliriz. Zira “Aynılık” ve “Farklılık” gibi fikirler de salt duyu organlarından edinilememektedir. Bununla beraber Sokrates dünyaya geldiğimizde bu esas bilgileri unuttuğumuzu söylemiştir. Zira aksi olsaydı, yaşadığımız sürece bu bilgilere daima sahip olurduk. Dolayısıyla bu unuttuğumuz esas bilgileri, duyuların yardımıyla yeniden elde ederek hatırlamaktayızdır. Yani duyularla algıladığımız nesnelerden hareketle onların benzemeye meylettiği İdeaları hatırlamaktayızdır.

²⁴¹ Platon, *Phaidon*, s. 35-38, 73b-74c.

²⁴² Platon, *Phaidon*, s. 41, 75c.

Sokrates, bu hatırlama ediminden hareketle, ruhlarımızın bedene girmeden önce de zeki bir şekilde yaşadığı sonucuna ulaşmıştır.²⁴³ Sokrates konuyla ilgili şunları söylemiştir:

Sokrates: Öyleyse, Simmias, dedi, durumumuz şu değil midir? Ağzımızdan düşürmediğimiz bütün bu şeyler, güzel, iyi ve aynı cinsten bütün başka özler gerçekten varsalar, duyularımız önce kendimizde bulduğumuz bu ilkel bilgilerden geliyorsa, ve onları bu bilgilerle kıyaslıyorsak, biz dünyaya gelmeden önce, bu özler var olduğu gibi ruhumuzun da var olması gerekiyor. Bu özlerin hiç bir varlığı yoksa, bütün bu sözlerin hiçbir değeri yoktur. Evet, durum böyle mi görünüyor? Biz dünyaya gelmeden önce, hem bu özler için, ruhlarımız için aynı bir var olma zorunluluğu yok mudur?²⁴⁴

Ruhun, bedene girmeden önce İdealarla tanışık olması, hem ruhun İdealarla aynı varoluşa sahip olduğunun bir göstergesi, hem de ruhun içine girdiği değişim dünyasının duyuşsal algısından hareketle bilgi üretebilmesinin sebebi olmaktadır. Platon, Taylor'un da belirttiği üzere, "eşitlik" gibi, matematiksel ve kavramsal nesnelerin algılarla algılanmadığını, ama duyuşsal nesnelerin matematiksel İdealara yaklaşarak bunları telkin ettiğini veya hatırlattığını ileri sürmektedir. Ama bir hatırlatma eyleminin gerçekleşmesi için hatırlanan nesnenin önceden biliniyor olması gerekir. Dolayısıyla doğumumuzdan beri duyularımız bize duyu tarafından algılanamayan İdeal standartları sürekli bize hatırlatmaktadır. Bu İdealarla tanışmamız ise duyularımızı kullanmaya başlamamızdan, yani doğumumuzdan öncedir. Yani Taylor'a göre, bu argümanın sonunda, eğer İdealar var ise ve bunlar bizim duyularımızı yorumlamamız için standart teşkil ediyorsa, ruhlarımızın doğumumuzdan önce zeki bir şekilde var olduğu sonucu çıkmaktadır. Çünkü duyu algılarının hatırlattığı standartlar, duyulardan gelmemektedir.²⁴⁵ Dorter'ın yorumuna göre de Platon, bilgimizin kavramsal boyutunun duyulardan gelmediğini, tersine duyuşsal tecrübenin gerçekleşmesinin bu kavramları gerektirdiğini, yani İdeaların duyuşsal tecrübeyi mümkün kıldığını düşünmektedir.²⁴⁶ Duyu tecrübesindeki eksiklik yargısının verilebilmesi için, duyu tecrübesine önsel bir standardın bilgisi gerekir. Dolayısıyla duyu tecrübesinin varlığı, İdeaların bilgisini gerektirmektedir.²⁴⁷ Tersinden

²⁴³ Platon, *Phaidon*, s. 38-44, 74c-76d.

²⁴⁴ Platon, *Phaidon*, s. 44, 76d-e.

²⁴⁵ Taylor, *Plato*, s. 187, 188.

²⁴⁶ Dorter, "Equality, Recollection, and Purification", s. 201.

²⁴⁷ Dorter, "Equality, Recollection, and Purification", s. 202.

ifade edecek olursak da özellikle sayı, şekil gibi matematiksel İdeaların varlığı, duyu tecrübesinin gerçekleşmesini de mümkün kılmaktadır. Yine Dorter’a göre duyusal nesnelerin bize İdeaları hatırlatması, İdealara dair tam bir kavrayıştan ziyade onların varlığının farkındalığı şeklindedir ki bu da daha ileri soruşturmayı mümkün kılmaktadır.²⁴⁸

Diyebiliriz ki önceki bölümde ele aldığımız matematiksel İdeaların duyusal veya zihnî matematiksel inşalara kaynaklık teşkil etmesi de böyle bir hatırlama edimiyle olmaktadır. Mesela sayılan bir nesneler çokluğunun her birinin “bir” olarak seçilebilmesinin duyular sayesinde olmadığını belirtmiştik. Zira duyusal nesneler daima bir çokluğu da içlerinde barındırmaktadır. Dolayısıyla sayılan bir duyusal çokluğun her birinin “bir” olarak belirlenmesi de aslında onların bize Birlik İdeasını hatırlatması sayesinde. Ruhumuzun dünyaya gelmeden önce tanımış olduğu asıl Bir, bize duyusal bir nesneyi “bir” olarak belirlerken bir standart olmakta ve bu duyusal nesneyi “bir” olarak seçmeyi mümkün kılmaktadır. Aynı şeyin diğer sayı İdeaları için de geçerli olduğunu söyleyebiliriz. Mesela bir birimle bir birimin toplanması veya bir birimin ikiye ayrılarak “ikiliğin” elde edilmesi durumunda aslında ruhumuzun önceden tanımış olduğu İkilik İdeası sayesinde bu iki nesneyi “iki” olarak algılayabilmektedir. Aynı şeyin zihnî inşalar ve çıkarımlar için de geçerli olduğunu da ileri sürebiliriz ki bu da *noesis*’in nesnelerinin nasıl *dianoia*’ya kaynaklık teşkil ettiğini açıklamaktadır.

Diyalogda Sokrates, ruhumuzun doğmadan önce var olduğu ve hayatın da sadece ölümden doğabildiği argümanlarını birleştirerek, ruhumuzun ölümden sonra da var olması gerektiği sonucuna ulaşmıştır.²⁴⁹

Bu şekilde Sokrates, İdeaların varlığından ve İdeaların duyu tecrübesi için bir standart teşkil etmesinden hareketle ruhun İdealarla tanışıklığını birbirine bağlamış olmaktadır. Şimdi inceleyeceğimiz ikinci ölümsüzlük argümanı ise ruh ile İdeaların birbirleriyle benzerliği üzerinden hareket etmektedir. Dorter’a göre de Platon, ruhun İdealarla önceden olan tanışıklığını, ontolojik boyuta çekerek ikinci ölümsüzlük argümanı için de hazırlık yapmıştır. Buna göre ruh ve İdealar, birbirine oldukça yakın bir varoluşa sahiptir.²⁵⁰

²⁴⁸ Dorter, “Equality, Recollection, and Purification”, s. 209.

²⁴⁹ Platon, *Phaidon*, s. 46, 77d.

²⁵⁰ Dorter, “Equality, Recollection, and Purification”, s. 214.

1.5.2. *Phaidon*'da Ruhun Ölümsüzlüğünün İkinci Kanıtı

Phaidon diyalogunda Platon, ruhun ölümsüzlüğüne dair ikinci argümanını ruh ile İdeaların benzerliği üzerinden temellendirmektedir. Buna göre, doğası gereği bileşik olan varlıkların birleştikleri gibi dağılıp yok olmaları da mümkündür. Ancak bileşik olmayan varlıkların dağılması mümkün değildir. Diyalogda Sokrates değişmeden aynı kalan şeylerin basit; sürekli değişen şeylerin ise bileşik olduklarını ileri sürmüştür.²⁵¹

Sokrates'e göre kendinde özler, yani İdealar asla değişmeyip daima aynı kalırlar. Bununla beraber İdealarla aynı adları taşıyan duyusal nesneler (insan bedenleri, atlar, elbiseler, güzeller, eşitlikler vs.) aynı kalmaksızın daima değişirler. Burada değişim hâlindeki nesneler duyu algılarına konu olabilirken, değişmeyen özler duyuya değil, düşünceye konu olup yalnızca kavranabilirler. Bu nedenle değişmez halde ve duyuya konu olmayan İdealar basit; değişim hâlindeki duyusal nesneler bileşik türde varlıklar olmaktadır.²⁵²

İşte Sokrates insandaki ruh-beden ikilemini de bu ayrım üzerinden ele almıştır. Burada beden gözle görülebilirken ruh görülememektedir. Dolayısıyla ruh, özü itibariyle İdealara yakındır ve onlar gibi olmaya yatkındır. Sokrates'e göre ruh bir şeyi incelemek için duyu organlarını, yani bedeni kullanırsa ve bedene çok fazla bağlı kalırsa o zaman özünden uzaklaşır ve “sapıtır”. Ama ruh, düşünce yoluyla bedenden ne kadar uzaklaşırsa İdealara da o kadar yaklaşır. İdealarla temasından ötürü de saflığını, basitliğini korur ve her türlü değişimden kurtulur. Dolayısıyla ruh, İdealara benzemekte; beden ise değişen nesneler arasında yer almaktadır. Ruh ile beden birlikteliğinde ruh hâkim, beden ise köle durumundadır. Ruh burada tanrısal bir doğaya sahip olup idare etme yükünü taşımaktadır; beden ise ölümlüdür ve köle konumundadır. Dolayısıyla ruh, tanrısal olana; beden ise ölümlü olana benzemektedir. Sonuç itibariyle de ruh ölümsüz olana, düşünülebilene, basit olana ve değişmez olana benzemektedir. Beden ise ölümlü, duyuya konu olan, bileşik, değişebilen ve dağılabilen bir yapıdadır. Buradan hareketle Sokrates bedenın dağılıp yok olurken ruhun mutlak bir dağılmazlık durumuna yakın olması gerektiğini ileri sürmüştür. Dolayısıyla ölümden sonra ruh, kendisi gibi tanrısal,

²⁵¹ Platon, *Phaidon*, s. 48, 78c.

²⁵² Platon, *Phaidon*, s. 48, 49, 78d-79a.

basit, düşünülür, ölümsüz tarafa; İdeaların ve tanrının yanına gider.²⁵³ Taylor'un da belirttiği üzere burada ruh ait olduğu yere gitmektedir.²⁵⁴ Bu ikinci kanıtlama, genel anlamda ruhun bir hareket ve canlılık "ilkesi" olması fikriyle de uyumaktadır. Zira İdealar da her türlü varlık ve bilginin "ilkesidir" ve ruhun kendisi de tıpkı İdealar gibi bir ilkedir.

Bu iki kanıtlamadan sonra, önce Simmias, ardından da Kebes ruhun ölümsüzlüğüne karşı iki farklı şüphe öne sürmüşlerdir. Simmias, ruhun bir rübabin ahengi gibi düşünülüp düşünilemeyeceğini sorgulamıştır. Onun argümanına göre bileşik bir cisim olan rübabin düzenlenmesiyle ahenk ortaya çıkmaktadır. Ancak rübabin dağılması durumunda ahenk de yok olacaktır. Simmias da ruhun, bedenini belli oranda birleşimiyle ortaya çıkıp bedenini yok olunca ruhun da yok olabileceği ihtimalini ileri sürmüştür.²⁵⁵ Taylor'a göre Simmias'ın bu itirazı, bilincinin beden organizmalarının faaliyetleri sonucunda ortaya çıktığını ileri süren modern epifenomenalist teoriyle aynıdır.²⁵⁶

Sokrates, Simmias'a cevap olarak öncelikle Simmias'ın da kabul etmiş olduğu *anamnesis* kuramının ruhun ahenk olduğu fikriyle çeliştiğini ileri sürmüştür. Zira *anamnesis* kuramına göre ruh, bedene girmesinden önce de var iken, Simmias'ın öne sürdüğü teori ruhun bedenini birleşimine binaen ortaya çıktığını iddia etmektedir. Simmias, Sokrates'in bu dediklerini kabul ederek *anamnesis* kuramını seçtiğini ve ruhun tıpkı İdealar gibi bedene girmeden önce var olduğunu kabul ettiğini söylemiştir.²⁵⁷ Buna ilâveten Sokrates, Simmias'a cevap olarak, ahengin parçaların birleşimine göre daha çok veya daha az olabileceğini, ancak bir ruhun başka bir ruhtan daha çok ruh veya daha az ruh olamayacağını söylemiştir.²⁵⁸ Yine Sokrates, ahengin kendisini birleştiren unsurları idare edemeyeceğini, tersine onlara tâbî olacağını belirtmiştir.²⁵⁹ Buna karşın ruh ile beden arasında bir gerilimin bulunduğunu; ruhun bedenini arzularına direndiğini ve şayet ruh bedenini bir ahengi olsaydı böyle bir

²⁵³ Platon, *Phaidon*, s. 49-54, 78e-81a.

²⁵⁴ Taylor, *Plato*, s. 190.

²⁵⁵ Platon, *Phaidon*, s. 64, 65, 86a-c.

²⁵⁶ Taylor, *Plato*, s. 194.

²⁵⁷ Platon, *Phaidon*, s. 76-78, 91e-92e.

²⁵⁸ Platon, *Phaidon*, s. 78-80, 93a-d.

²⁵⁹ Platon, *Phaidon*, s. 78, 93a.

gerilimin gerçekleşemeyeceğini ileri sürmüştür. Burada ruh, tanrısal bir şekilde bedene hükmetmektedir ki ruh sadece bir ahenk olsaydı böyle bir şey olmazdı.²⁶⁰

Kebes ise ruhun bedene girmeden önce var olduğunu kabul etmekle beraber ölümden sonra yine var olmaya devam edeceği konusunda tereddütte olduğunu, en azından bunu kesin olarak bilemeyeceğimizi söylemiştir. Yani Kebes, ruhun bedenden daha güçlü olduğunu ve ruhun birden çok beden eskitebileceğini kabul etmiştir. Ancak bununla beraber ruhun bir gün yok olmayacağından emin olamamaktadır. Kebes'e göre bedenleri birer elbiseye benzetecek olursak, ruh bir gün son elbisesini eskitebilir ve artık yok olabilir. Kısacası Kebes, bir insanın belli bir anda kendisinin ruhunun giydiği son elbise olup olmadığını bilemeyeceğini ve bu nedenle ölümden korkabileceğini söylemiştir. Dolayısıyla Kebes, ruhun asla yok olmayacağını henüz kanıtlanmadığını düşünmektedir.²⁶¹ Sokrates buna cevap olarak şimdi inceleyeceğimiz son ölümsüzlük kanıtlamasını öne sürmüştür.

1.5.3. *Phaidon*'da Ruhun Ölümsüzlüğünün Son Kanıtı

Sokrates, Kebes'e önce genel olarak oluş ve bozuluşun sebeplerinin incelenmesi gerektiğini söylemiş ve ardından konuya dair kendi felsefi hayatında edindiği bilgileri bir tür otobiyografi şeklinde anlatmaya başlamıştır. Buna göre Sokrates, önceden doğadaki oluşun ve bozuluşun, Cevizci'nin de belirttiği üzere, sadece fiziksel nedenlerle gerçekleştiğini düşünmekteydi.²⁶² Örneğin Sokrates, daha önceden, önceden vücudun büyümesinin sadece yeme-içme sebebiyle gerçekleştiğini düşündüğünü belirtmiştir. Bu fikre göre besinlerle etler etlere, kemikler kemiklere vs. eklenerek başta küçük olan kütle büyümektedir. Yine Sokrates, bu anlayış içerisinde, bir adamın kendisinden daha kısa bir adamdan bir kafa boyu uzun olduğu için uzun görüldüğünün; 10 sayısının, 8 sayısından, 8'e 2 eklendiği için daha büyük olduğunun; 2 sayısının 1'e 1 eklendiği için oluştuğunun vs. zannedilebileceğini söylemiştir.²⁶³ Ancak Sokrates bu fiziksel

²⁶⁰ Platon, *Phaidon*, s. 81-83, 94a-e; Taylor, *Plato*, s. 198.

²⁶¹ Platon, *Phaidon*, s. 66-68, 87a-88b.

²⁶² Cevizci, "Bölünmüş Çizgi Analjisi", s. 121, 122.

²⁶³ Platon, *Phaidon*, s. 87, 88, 96a-e.

sebeplerle ilgili olarak daha sonra fark ettiği bazı çelişkileri ve dolayısıyla içine düştüğü şüpheyi şu sözlerle açıklamıştır:

Zeus hakkı için, bu şeylerden her hangi birinin nedenini bilmek aklımdan bile geçmez. Bire bir katılınca kendisine bir katıldığı için mi birin iki olduğunu; yoksa birbiriyle toplanmasıyla bunun etekine, eteginin de buna katıldığı için mi iki olduklarını bir türlü kestiremiyorum. Çünkü onlar ayrı ayrı bulundukları vakit, her birinin gerçekten, bir olduğunu ve o zaman iki olmadığını görünce şaşırdım kaldım; fakat biribirlerine yaklaştılar, ve o zaman böylece ikinin neden var olduğu meydana ıktı: Onların durumlarının karşılıklı yaklaşmalarından meydana gelen birleşme, demek istiyorum. Bir'in parçalara ayrılması halinde bu ikiyi veren nedenin kendisini verenin, ayrılma olmadığına da inanmıyorum. Çünkü bu, şimdiz bize ikiyi veren nedenin aksi nedendir. Birinci halde neden, biribirinin yanında toplanmış olmaları; şimdi de, biribirinden çıkarılmaları ve ayrılmalarıdır. Birin neden meydana geldiğine, ne de, bir kelime ile, herhangi bir şeyin ne ile doğduğuna, yok ve var olduğunu bildiğime de artık inanmıyorum: [...].²⁶⁴

Sokrates bu şekilde nesnelerin varlık sebeplerinin salt fiziksel inşalar olamayacağını, iki sayısı rneği üzerinden açıklamış olmaktadır. İki sayısı, Platon'un aritmetiğe dair görüşlerini incelerken de gördüğümüz gibi, toplama veya ayırma gibi inşai faaliyetlerle elde edilememektedir.

Daha sonra Sokrates, Anaksagoras'a ait olduğu söylenen bir kitap bulup, her şeyin sebebinin "zihin" olduğunu okuduğunda, bu fikri ilk başta çok benimsediğini, fakat onu daha çok okudukça, "zihni hiç kullanmıyan ve nesnelerin düzenini gerçek nedenlere bağlayacak yerde, havayı, aiteri, suyu ve daha bir sürü biribirini tutmıyan şeyleri neden olarak alan bir insan" olarak gördüğünü söyleyerek hayal kırıklığına uğradığını belirtmiştir.²⁶⁵ Sokrates, sebeplerin bu şekilde açıklanmasının yine fiziksel bir açıklama olduğunu, ve bu tarz bir açıklamayı, onun o anda hapiste oturmasını etleri ve kemiklerinin o şekilde olma sebebiyle olduğunun söylenmesine benzetmiş ve bunun "sapıklığın son haddi" olduğunu söylemiştir. Ona göre bu, "gerçek nedenin başka bir şey olduğunu, nedenin kendisi olmaksızın asl neden olamamasının ise daha başka bir şey olduğunu ayırt edemediğini göstermektedir".²⁶⁶ Sokrates burada, Cevizci ve

²⁶⁴ Platon, *Phaidon*, s. 88, 96e-97b.

²⁶⁵ Platon, *Phaidon*, s. 88-90; 97c-98b.

²⁶⁶ Platon, *Phaidon*, s. 92, 99b.

Dorter'ın yorumlarını takip edecek olursak, doğanın sadece doğa ile, yani sadece maddî ve fiziksel sebeplerle açıklanmasına karşı çıkmakta ve teleolojik bir açıklama istemektedir. Zira salt fiziksel sebeplere ilişkin açıklamalar şu tarz çelişkili durumlara sebep olmaktadır: Mesela bir adamın bir başkasından bir baş boyu daha uzun veya daha kısa olduğunu, diğer adamın da ilk adamdan yine aynı baş boyu daha kısa veya uzun olduğunu söylemek, daha uzun olanın aynı sebeple daha uzun, daha kısa olanın da yine aynı sebeple daha kısa olduğunu ve ayrıca daha uzun olanın kendisi kısa olan bir şeyden dolayı daha uzun olması gibi akla aykırı durumlara sebebiyet vermektedir. Aynı durum matematiksel nesneler için de geçerlidir: 2 sayısının varlığının sebebinin fiziksel veya zihinsel inşalar olduğunu söylemek, onun hem toplamayla hem de bölünmeyle var olduğu fikrine götürmektedir ki Sokrates'e göre bu saçmadır. Dolayısıyla Sokrates burada, mekanik ve inşaî sebepleri aşan ve bu sebepleri mümkün kılan asıl sebebi araştırmak istemiştir.²⁶⁷ Şunu da belirtelim ki, Dorter'ın da belirttiği üzere, Sokrates burada fiziksel sebep ve açıklamaların varlığını inkâr etmemiş, sadece bunların asıl sebepler olamayacağını savunmuştur. Burada “nedenin kendisi olmaksızın aslâ neden olamaması” ifadesinden kasıt, fiziksel sebepleri de aşip onları da mümkün kılan asıl sebebin araştırılması gereğidir.²⁶⁸ Yani Sokrates'in istediğinin bu çalışmada kullandığımız terminoloji itibarıyla, ontolojik değil, metafiziksel bir açıklama olduğunu söyleyebiliriz.

Sokrates, bu tarz bir açıklama için, asıl sebebi bulamadığını, onu kendisinin bulması veya başkasından öğrenmesinin mümkün olmadığı için, yeni bir yöntem geliştirdiğini bildirmiştir. Bu yöneme göre Sokrates, fiziksel nesneler üzerinden değil, kavramlar üzerinden bir açıklama getireceğini söylemiştir. Sokrates bu açıklamanın da çok uygun olmayacağını baştan kabul etmiştir, zira ona göre dilsel kavramlar da tıpkı fiziksel nesneler gibi “yansımalar” ibarettir. Ancak yine de o şimdilik böyle bir açıklamayla yetineceğini söylemiş ve kendisine en sağlam gelen bir kavramı, düşüncesine temel bir varsayım olarak alıp oradan hareketle muhakemeye onunla uyumlu olan fikirleri bir açıklama olarak vereceğini söylemiştir.²⁶⁹ Burada Sokrates,

²⁶⁷ Platon, *Phaidon*, s. 95, 96, 101a-b; Cevizci, “Bölünmüş Çizgi Analogisi”, s. 121, 122; Dorter, *Plato's Phaedo*, s. 118, 119.

²⁶⁸ Dorter, *Plato's Phaedo*, s. 118, 119.

²⁶⁹ Platon, *Plato's Phaedo*, çev. F. J. Church, New York: The Liberal Arts Press, 1951, s. 52, 53; Platon, *Phaidon*, s. 93, 99e-100a.

Cevizci ve Dorter'in da belirttiği üzere, o an teleolojik bir açıklama imkânı olmadığı için muhakemeye dayalı biçimsel bir açıklamayla yetinmek durumunda kalmıştır. Zira Sokrates, Dorter'in da belirttiği üzere, bulunduğu konumda doğrudan ilk ilkeye temas etmemiş, (ya da bir *sophos*'tan öğrenmemiş) ve bu nedenle o ilkeye muhakeme yoluyla yaklaşmayı denemiştir.²⁷⁰ Yine bu noktada aslında kendisi bir *sophos* olan Sokrates'in *noetik* kavrayışı önceden gerçekleştirmiş olduğu ve şimdi muhakeme yoluyla bir açıklama getireceği şeklinde bir yorum da yapabiliriz. Kısacası Sokrates, *noesis* imkânının olmadığı bir yerde *dianoia* içinde kalan bir açıklama vermiştir. Ancak Sokrates daha başlamadan salt muhakemenin de kendi başına yetersiz olduğunu kabul etmiştir. Platon, Cevizci ve Dorter'in da belirttiği üzere, muhakemenin de ötesine geçerek teleolojik ilkeye ulaşmaya dair denemesini, daha önce de gördüğümüz üzere, *Devlet* diyalogundaki Bölünmüş Çizgi benzetmesi ve İyi İdeası üzerinden yapacak; akli sezgi fikrini de yine *Devlet* ve *Şölen* diyalogları üzerinden verecektir.²⁷¹

Sokrates'in burada yaptığı muhakemeye dayalı açıklamasında ortaya attığı temel varsayım, şeylerin bir kendindeliğinin olduğunu söyleyen İdealar varsayımdır. Yani Platon, kendinde Güzel, İyi, Büyük gibi, *Devlet* ve *Şölen* diyaloglarında metafiziksel olarak temellendirdiği İdeaları, *Phaidon*'da ontolojik bir varsayım olarak ortaya atmıştır. Bu varsayımdan hareket eden Sokrates, bir şeyin güzel olmasının sebebinin onun Güzellik İdeasından pay alması olduğunu söylemiştir. Buna göre Güzel, bütün güzel şeyleri güzel kılan şeydir. Aynı şekilde bazı şeylerin büyük olmasının sebebi Büyüklük İdeası, bazı şeylerin küçük olmasının sebebi Küçüklük İdeasıdır.²⁷² Yine daha önce de gördüğümüz gibi, herhangi bir ikilik inşasının varlık sebebi birle birin toplanması veya birin ikiye bölünmesi değil, bu inşaların İkilik İdeasından pay alması; bir şeyin bir olmasının sebebi de Birlik İdeasından pay almasıdır. Burada toplama veya bölme gibi maddî veya zihinsel inşalar asıl sebep değildir.²⁷³ Sokrates, bu İdealar hipotezinden hareketle, ruhun ölümsüzlüğüne dair son kanıtını geliştirmeye başlamıştır.

Platon'un bu son argümanı, O'Brien'in da belirttiği üzere, ruhun doğasını üç tane zıtlık örneğiyle benzeştirmesi üzerine kurulur. Aslında buradaki benzerlik kurgusu, ruhun bu zıtlıklarla aynı mahiyette olduğunu anlatmaya yöneliktir. Bu zıtlıklar büyük-

²⁷⁰ Cevizci, "Bölünmüş Çizgi Analjisi", s. 120-122; Dorter, *Plato's Phaedo*, s. 118-122.

²⁷¹ Cevizci, "Bölünmüş Çizgi Analjisi", s. 120-122; Dorter, *Plato's Phaedo*, s. 120-124.

²⁷² Platon, *Phaidon*, s. 94, 95, 100c-d.

²⁷³ Platon, *Phaidon*, s. 96, 101b-c.

küçük örneği, sıcak-soğuk ile ateş-kar örneği ve tek-çift ile iki-üç örneğidir. Burada İdeaların, kendilerinden pay alan nesneleri özsel olarak belirlemesi üzerinden gidilmektedir. Burada Platon, O'Brien'in da belirttiği üzere, tıpkı ateşin sıcaklık tarafından özsel olarak belirlenmesi ve bu nedenle soğuğu asla kabul etmemesi, karın özsel olarak soğukluk tarafından belirlenmesi ve bu nedenle sığı asla kabul etmemesi ve için özsel tek tarafından belirlenmesi ve bu nedenle çifti asla kabul etmemesi gibi, ruhun da özsel olarak hayat tarafından belirlenmiş olup bu nedenle ölümlü asla kabul etmeyeceğini göstermeye çalışmaktadır.²⁷⁴

Dorter ve O'Brien'in da belirttiği üzere Sokrates, argümana özsel-arazî nitelik ayırımından ve bir niteliği, o niteliği barındıran öznenen ayırarak başlamaktadır.²⁷⁵ Sokrates'in verdiği örneğe göre, Simmias Sokrates'ten daha büyük, Phaidon'dan daha küçüktür. Dolayısıyla Simmias'ta hem büyüklük hem de küçüklük bulunmaktadır. Ancak bunlar, Simmias'ın özüne ait değildir; yani Simmias, Simmias olması itibariyle Sokrates'ten büyük değildir. Simmias, Sokrates'le kıyaslanması itibariyle kendisinden pay aldığı Büyüklük İdeası nedeniyle Sokrates'ten büyüktür. Phaidon'un Simmias'tan büyük olması da onun Simmias'ın küçüklüğüne nispetle büyük olmasıdır. Sokrates de Simmias'ın büyüklüğüne nispetle Simmias'tan küçük olmaktadır. Dolayısıyla buradaki büyüklük ve küçüklükler, özsel değil, arazî niteliklerdir. Bu nedenle Simmias da aynı anda hem küçük hem büyük olabilmektedir.²⁷⁶

Sokrates aynı zamanda, özne ile öznedeki büyüklük ve küçüklüğü de birbirinden ayırmıştır. Buna göre Simmias gibi bir öznenin aksine, Büyüklük İdeası veya özneye ilişmiş haldeki Büyüklük İdeası, Küçüklüğü asla kendinde kabul etmemekte ve aynı anda hem büyük hem küçük olamamaktadır. Buna göre Büyüklük, kendisine, zıddı olan Küçüklük yaklaştığı zaman ya çekilir ya da yok olur. Yani Büyüklük, büyük olması itibariyle alsa küçük olamaz. Yine Simmias gibi bir özne de Sokrates gibi başka birisine nispetle kendisine ilişkin Büyüklük itibariyle de aynı anda hem büyük hem küçük olamaz. Dolayısıyla O'Brien'in da belirttiği üzere Simmias, aynı anda Sokrates'ten büyük ve küçük olamaz.²⁷⁷ Tıpkı İdeaların kendileri gibi özneye katılmış haldeki İdealar da zıtlarını kabul etmezler ve zıtlarının gelmesi durumunda çekilir veya yok olurlar.

²⁷⁴ D. O'Brien, "The Last Argument of Plato's *Phaedo* I", *The Classical Quarterly* 17/2 (1967): 198.

²⁷⁵ Dorter, *Plato's Phaedo*, s. 120-122; O'Brien, "The Last Argument of Plato's *Phaedo* I", s. 199.

²⁷⁶ Platon, *Phaidon*, s. 98, 99, 102b-d; O'Brien, "The Last Argument of Plato's *Phaedo* I", s. 199, 200.

²⁷⁷ O'Brien, "The Last Argument of Plato's *Phaedo* I", s. 200.

Mesela bir gün Sokrates'in Simmias'tan daha büyük hâle gelmesi durumunda Simmias'ın Sokrates'e nispetle edinmiş olduğu büyüklük ortadan kaybolur, aynı anda hem büyük hem küçük olamaz.²⁷⁸

Diyalogun bu kısmında, Sokrates'e ilk kanıtta söylenen “zıddın zıddan doğması” ve dolayısıyla büyüğün küçükten, küçüğün büyükten doğması fikri ile son kanıtta söylenen, bunların asla zıtlarını kabul etmeyeceği yönündeki fikrin çeliştiği yönünde bir itiraz gelmiştir. Sokrates ise buna cevap olarak ilk kanıtta zıt niteliği almış olan şey hakkında konuştuğunu, ama son kanıtta zıtların bizzat kendileri (İdeaları) hakkında konuştuğunu söylemiştir. Buna göre ilk kanıtta, zıtlar ile adlandırılan nesnelerden söz edilmekteydi. Ancak son kanıtta ileri sürülmektedir ki zıt İdeaların kendileri veya nesnelere ilişmiş olan zıt İdeaların kendileri, zıtlarını asla kabul etmemektedir. Buna göre bir İdea asla kendisinin zıddı olamaz.²⁷⁹

Bunun ardından Sokrates, sıcak-soğuk ve ateş-kar örneğine geçmiştir. Buna göre ateş sıcaktan, kar da soğuktan ayrı şeylerdir. Ancak burada büyük-küçük örneğinin aksine, kar soğuk tarafından, ateş de sıcak tarafından, O'Brien'in ifadesini kullanacak olursak, “özel” olarak belirlenmişlerdir.²⁸⁰ Taylor'un da belirttiği üzere, burada ateş ve karın kendileri birer İdea olmadıkları halde, ateş Sıcak İdeasından, kar da Soğuk İdeasından özel olarak pay almaktadır.²⁸¹ İşte bu nedenle kar, özel olarak soğüğün zıddı olan sığağı asla kabul etmezdir ve şayet kendisine sıcak yaklaşırsa ya çekilecek ya yok olacaktır. Aynı şekilde ateş de özel olarak asla soğuğu kabul etmeyecek ve kendisine soğuk yaklaştığı zaman da ya çekilecek ya yok olacaktır. Ateş ve kar, var oldukları sürece özel olarak sıcak ve soğuk olmak zorundadırlar. Dolayısıyla sadece İdea değil, bu İdea'dan var olduğu sürece özel olarak pay alan tikeller de bu İdeanın zıddını asla kabul etmezler.²⁸² Sokrates bunu şöyle ifade etmiştir: Sadece İdeanın kendisi adını daima taşımakla kalmaz, bu var oldukça bu İdeaya sahip olacak olan şey de daima bu adı taşır.²⁸³

²⁷⁸ Platon, *Phaidon*, s. 99, 100, 102d-e; O'Brien, “The Last Argument of Plato's *Phaedo* I”, s. 200, 201.

²⁷⁹ Platon, *Phaidon*, s. 100, 101, 103a-c.

²⁸⁰ O'Brien, “The Last Argument of Plato's *Phaedo* I”, s. 206.

²⁸¹ Taylor, *Plato*, s. 205.

²⁸² Platon, *Phaidon*, s. 101, 102, 103c-e; Taylor, *Plato*, s. 205; O'Brien, “The Last Argument of Plato's *Phaedo* I”, s. 206.

²⁸³ Platon, *Plato's Phaedo*, s. 57.

Sokrates, üçüncü örneği sayılar üzerinden vermiştir. Buna göre tek sayılar, daima tektirler. Ancak üç, beş gibi sayıların kendileri “tek” olmadıkları halde, yine daima tek adını taşımaktadırlar. Aynı şey iki ve dört gibi çift sayılar için de geçerlidir.²⁸⁴ Taylor’un yorumuna burada örneğin “üç” sayısı, ateş ve karın aksine bir İdea olarak ele alınmaktadır. Dolayısıyla burada Platon, bir İdeanın başka bir İdeadan pay alabileceğini öne sürmüş olmaktadır. Bu nedenle Üçlük İdeasının iliştiği her şeye Teklik İdeası da zorunlu olarak ilişecektir ki bunun sonucunda da hiçbir üçlü, Çiftlik İdeasından pay alamayacak ve asla çift olmayacaktır.²⁸⁵ Sokrates de üç sayısının hem üç olup hem çift olamayacağını ve böyle bir durumu üstlenmektense yok olacağını belirtmiştir.²⁸⁶ Üç birimli bir gruba yeni bir birim eklense veya gruptan bir birim çıkarılsa, bu grup “üç” olmayı bıraktığı gibi “tek” olmayı da bırakacaktır.²⁸⁷

Sokrates, iki ve üçün birbirlerine zıt olmamasından hareketle, kendileri birer zıt İdea olmadıkları halde, yine özsel olarak pay aldıkları İdeaların zıtlarını kabul etmeyen şeyler olabileceğini belirtmiştir.²⁸⁸ Yani iki ve üç birbirlerine zıt olmadıkları halde iki Tekliği, üç de Çiftliği dışlamaktadır. Sokrates’e göre bu şeyler, “kendilerinde olanları, yalnız kendi şekillerini almağa değil, aynı zamanda karşıt olan başka bir şeyin şeklini de almağa zorlayan” şeylerdir.²⁸⁹ Yani bu tarz İdealar, kendilerinden pay alan nesnelere de özsel özelliklerini dayatmaktadır. Sokrates, örnek olarak Üç’ün iliştiği her şeyin, yani Üç İdeasından pay almak suretiyle üçlülük belirten her çokluğun, sadece üç olmakla kalmayacağını, aynı zamanda zorunlu olarak tek de olacağını belirtmiştir. Bu şeylere de kendilerini vücuda getiren İdeaya zıt bir İdea gelemmez. Bu nedenle bu şeylerin tekliğini vücuda getiren şey, Tek İdeası olduğu için ve Tek İdeasının zıddı da Çift İdeası olduğu için, hiçbir tek grup Çift İdeasını kabul etmez. Bu da hiçbir üçlünün asla Çift İdeasını kabul etmeyeceği anlamına gelmektedir. Dolayısıyla üçlüler, kendisi bir başka şeye zıt olmamasına rağmen, tekin zıddı olan çifti kabul etmemektedir.²⁹⁰ O’Brien’in da belirttiği üzere burada argümanın temeli, zıtların kendileri ile kendileri zıt olmadıkları halde zıtlar gibi davranarak zıtlarını dışlayan şeyler ayrımıdır. Zira argümanın sonunda

²⁸⁴ Platon, *Phaidon*, s. 102, 103, 103e-104a.

²⁸⁵ Taylor, *Plato*, s. 205, 206

²⁸⁶ Platon, *Phaidon*, s. 103, 104b-c.

²⁸⁷ Taylor, *Plato*, s. 205, 206; O’Brien, “The Last Argument of Plato’s *Phaedo* I”, s. 212.

²⁸⁸ Platon, *Phaidon*, s. 104, 104c.

²⁸⁹ Platon, *Phaidon*, s. 104, 104d.

²⁹⁰ Platon, *Phaidon*, s. 104-106, 104d-e.

da ruhun kendisi bir zıt olmadığı halde hayatın zıddı olan ölümü dışladığı gösterilmeye çalışılacaktır.²⁹¹

Şunu da belirtelim ki O'Brien'a göre Platon'un seçtiği örnekler, daha önce ele aldığımız, *Devlet* diyalogundaki Bölünmüş Çizgi hiyerarşisine benzemektedir. Buna göre büyük ve küçük örneği, fiziksel bir nesnedeki arazi nitelikler olarak birbirini tamamen dışlamamaktadır. Zira bir şey aynı anda bir şeyden büyük, başka bir şeyden küçük olabilir. Özü gereği büyük veya küçük olan hiçbir fiziksel nesne yoktur. Aynı şey sıcak ve soğuk nitelikleri için de geçerli görünse de Platon, özsel olarak sıcak ve özsel olarak soğuk olan iki nesne öne sürmüştür: Ateş ve kar. Dolayısıyla sıcak ve soğuk, büyük ve küçüğe kıyasla birbirlerini daha net bir şekilde dışlamaktadır. Ancak sonrasında gelen sayı ve tek-çift örneği, sıcak-soğuk örneğinden de daha dışlayıcıdır. Zira, O'Brien'ın verdiği örneği söyleyecek olursak, bir su aynı anda bir şeyden sıcak, başka bir şeyden soğuk olabilir. Ama hiçbir şey aynı anda hem tek hem çift olamaz. İşte birazdan da göreceğimiz üzere, hayatın da ölümü dışlaması, tek ve çiftin birbirini dışlaması netliğindedir. Bir beden farklı zamanlarda canlı ve ölü olabilir ama asla aynı anda hem canlı hem ölü olamaz. Bedene hayatı getiren ruh da tıpkı üçün daima tek olması gibi, daima canlıdır.²⁹² Zaten yukarıda da Platon'un ruhu bir hareket ve canlılık ilkesi olarak gördüğünü ve bu itibarla ruhun ölümsüz olduğunu ifade ettiğini görmüştük.

İşte Sokrates aynı şekilde, bedeni canlı yapacak şeyin de ruh olduğunu söylemiştir. Buna göre ruh, O'Brien'ın da ifade ettiği üzere, özsel olarak "hayata" sahiptir, yani özü gereğince Hayat İdeasından pay almaktadır ve bu nedenle tıpkı üçün gittiği her yere özsel olarak tekliği de götürmesi gibi, ruh da gittiği her bedene hayat getirmektedir.²⁹³ Hayatın zıddı da ölümdür. Bu nedenle ruh, kendisi ölüme zıt olmadığı halde, özü gereğince canlı olduğu için canlılığın zıddı olan ölümü asla kabul etmemektedir. Dolayısıyla ruh ölümsüzdür.²⁹⁴ Taylor'un da belirttiği üzere "hayat", ruha özsel olarak "yüklemlenmiş" olduğu için ölüm asla ruha yüklenemez. Bu nedenle "ölü ruh" ifadesi kendi içinde çelişkilidir.²⁹⁵ Kısacası, Temizkan'ın da ifade ettiği üzere burada argüman İdeaların varlığı ve bazı şeylerin özsel olarak bazı

²⁹¹ O'Brien, "The Last Argument of Plato's *Phaedo* I", s. 213.

²⁹² O'Brien, "The Last Argument of Plato's *Phaedo* I", s. 228, 229, 1. dipnot.

²⁹³ O'Brien, "The Last Argument of Plato's *Phaedo* I", s. 227-229.

²⁹⁴ Platon, *Phaidon*, s. 107, 108, 105c-e.

²⁹⁵ Taylor, *Plato*, s. 206.

İdeallardan pay alması üzerine kuruludur. Mesela üç sayısı özsel olarak tektir. İşte İdeallardan özsel olarak pay alan nesneler, bu İdeaların zıtlarını asla kabul etmez. Ruh da özsel olarak hayat İdeasından pay aldığı için, hayatın zıddı olarak ölümü asla kabul etmez. Bu nedenle ruh ölümsüzdür.²⁹⁶

Bununla beraber Sokrates, ruhun ölümsüzlüğünün yanında yok olmazlığının da ortaya konması gerektiğini söylemiştir. Zira, karın kendisine sıcak yaklaşıncı, sıcak kabul edip “sıcak kar” olmaktansa eriyip yok olacağını, veya fiziksel üç tane nesne grubunun kendisine bir tane daha nesne eklendiğinde, bu gruptan Üç İdeasının çekilip grubun üç olmayı ve dolayısıyla tekliği de bırakacağını, dolayısıyla bu grubun “üçlülüğünün” yok olacağını biliyoruz. Peki ruhun yok olmayacağını garantisi nedir?²⁹⁷ Bu noktada Kebes, Sokrates’e cevap olarak ruhun ölümsüzlüğünün yanında yok olmazlığının da kanıtlanmasına gerek olmadığını söylemiştir. Zira ona göre ölümsüz olan aynı zamanda yok olmayandır. Sokrates cevap olarak Tanrı, Hayat İdeası ve ölümsüzlerin yok olmazlığı konusunda herkesin uzlaşmayacağını, ama ölümsüzün aynı zamanda yok olmaz olduğu kabul edildiği zaman ruhun da yok olmayacağını kabul edileceğini söylemiştir. Bu durumda ruh, ölümsüz olmasının yanında yok olmaz da olacaktır.²⁹⁸ Yine Sokrates, ilk hipotez olarak öne sürülen İdealar teorisinden ne kadar emin olsa da yine de daha dikkatli ve ileri incelemelerin gerekli olduğunu söylemiştir.²⁹⁹

Platon’un burada öne sürdüğü argüman, daha önce de belirttiğimiz gibi, muhakeme (*dianoia*) sınırları içinde kalan bir argüman olmaktadır ki Platon’un bu düşünceyi eleştirdiğini görmüştük. Platon bu argümanda şeylerin kendindelikleri olan İdeaları varsayarak başlamış, sonrasında özü gereğince bu İdealar tarafından belirlenen ve iliştikleri her şeye bu İdeaları da götüren bazı nesnelerden söz ederek, tıpkı İdeaların zıtlarını kabul etmemesi gibi, bu İdeallardan özsel olarak pay alan nesnelerin de kendi zıtlarını kabul etmeyeceklerini ileri sürmüştür. Dolayısıyla tıpkı özü gereği tek olan (Tek İdeasından pay alan) Üç İdeasının iliştiği her çokluğa üç olmayı ve dolayısıyla tek olmayı götürmesi ve Çiftliği tamamen dışlaması gibi, ruh da özü gereği Canlılık (Hayat)

²⁹⁶ Vedi Temizkan, “Platon’un Felsefesinde Ruhun Doğası ve İşlevleri Üzerine Bir İnceleme” (Doktora Tezi, T. C. Ege Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2015), 144.

²⁹⁷ Platon, *Phaidon*, s. 109, 110, 106a-d.

²⁹⁸ Platon, *Phaidon*, s. 110, 111, 106d-107a.

²⁹⁹ Platon, *Phaidon*, s. 112, 107b.

İdeasından pay almakta, gittiği her yere hayat götürmekte ve hayatın zıddı olan ölümü dışlamaktadır. Burada Platon'un, ruhun ölümsüz olmasının yanında aynı zamanda yok da olmayacağını ortaya koymak için, O'Brien'in da belirttiği üzere, ruhu tıpkı Üç İdeası gibi, bir İdea olarak düşündüğünü söyleyebiliriz.³⁰⁰

Dolayısıyla ruhun ölümsüzlüğüne ilişkin son argüman, İdealar varsayımına dayanmaktadır. Kanaatimizce *Devlet* diyalogundaki Bölünmüş Çizgi analogisi, *Kratylos*'taki ad-nense tartışması, sonrasında Platon'un matematik anlayışına ilişkin söylediklerimiz ve nihayet *Phaidon*'daki ilk kanıtlamada ileri sürülen *anamnesis* kuramı, son kanıtlamaya destek çıkmaktadır. Bölünmüş Çizgi analogisinde *noesis* katmanındaki İdeaların ve nihayet İyi İdeasının *dianoia*'daki varsayımları temellendirdiği söylenmişti ki bu, *Kratylos* diyalogunda adların nesnelerin kendilerine bakılması itibarıyla belirlenmesi gerekliliği olarak ileri sürülmüştü. Sonrasında da matematiğin nesnelerinin duyusal dünyada bulunmadığı, tam tersine, matematiksel İdeaların duyusal veya zihnî matematiksel algı ve inşaları mümkün kıldığı söylenmişti ki bu aynı zamanda *anamnesis* edimini de açıklamaktadır. *Anamnesis* edimi, matematiksel İdeaları duyu tecrübesi için bir standart haline getirerek duyu tecrübesini mümkün kılmaktadır. Aynı şekilde *Sofist* ve *Timaios* diyaloglarında aktardığımız Varlık, Aynılık ve Farklılık İdeaları da hem şeylerin ontolojik varlıklarının, kendileriyle özdeşliklerinin ve diğer nesnelerden farklılıklarının zemini, hem de ruhun nesneleri bu şekilde bilebilmesinin zemini olmaktadır. Aynı şekilde diyebiliriz ki Platon'un *Phaidon* diyalogunun sonunda ontolojik olarak varsaydığı İdeaların, yani kendineliklerin, metafiziksel olarak bu varsayımın kendisini dahi mümkün kıldığını söylemektedir. Bu kendinelikler her türlü zihnî varsayımı, inşayı ve duyusal algıyı mümkün kılmaktadır ki Platon'un metafiziğinin özü de budur.

Şunu da belirtelim ki, Platon'un anlayışına göre ruhun tüm algı ve bilginin merkezi olduğunu söylemiştik. Dolayısıyla, gerek Platon'da matematiğin nesnelerini ele aldığımız yerde söylediğimiz, gerekse *Phaidon*'daki son kanıtlamada söylenen, Üç İdeasının iliştiği her fiziksel ve inşâî çokluğun “üç” olmasını sağlaması fikri, aynı zamanda ruhun bu çoklukları “üç” olarak bilmesini de sağlamaktadır. Yani ruh, şeylerin “üçlü” olarak görünmesinin merkezi olmakta ve bu bilişin zemini de fiziksel ve zihinsel

³⁰⁰ O'Brien, “The Last Argument of Plato's *Phaedo* I”, s. 226.

dünyaya aşkın olan Üç İdeası olmaktadır. Kendisi de bir canlılık, hareket ve biliş “ilkesi” olan ruh, bu Üç İdeası ile olan tanışıklığı sayesinde, *anamnesis* edimi ile şeyleri “üçlü” olarak algılamakta ve dilde de bunu ifade ederek muhakeme yürütebilmektedir. Dolayısıyla, hem ruhun kendisi hem de kendinde “Üç” kavramı, tüm fiziksel ve dilsel zeminleri aşan bir “kendindelik” olmak durumundadır. Aynı şey tüm matematiksel kavramların yanında, bilginin en temel kavramları olan Varlık, Aynılık ve Farklılık kavramları için de geçerlidir. Gerek sayılar, gerekse bu üç ilke, her türlü fiziksel ve dilsel zeminleri aşmakta ve bu zeminleri mümkün kılmaktadır. Yani Birlik İdeası sayesinde, fiziksel olarak bir çokluğun yığını olan nesneler “bir” olarak var olmakta ve ruhun tecrübesine konu olabilmektedir. Ruh da bu zeminden hareketle, matematiksel olarak 1 sayısı hakkında konuşabilmekte ve diğer kavramlarla beraber matematik ve bilim yapabilmektedir. Ruh, İdealarla benzer ve tanışık olduğu için bu durum mümkün olmaktadır ki, bu aynı zamanda ruhun ölümsüzlüğü için de bir delil teşkil etmektedir.

Giriş bölümümüzde, çağdaş dönemde, en kesin bilim olarak kabul edilen matematiğin doğasının tartışıldığını söylemiş ve özellikle bir “kendindelik” fikrinin eleştirisi üzerinden sadece dil ve muhakemede ifade edilebilen nesnelerin var kabul edilmeye başlandığını söylemiş ve dili aşan bir “nesnenin” imkânının olup olmadığını sormuştuk. Bu hususta çağdaş matematik felsefesinde “Platonculuk” adıyla anılan ve zihinden ve doğal dünyadan bağımsız nesnelerin var olduğunu ileri süren görüşü sorunsallaştırmış ve bu görüşün adını aldığı Platon’un kendi düşüncesine bakacağımızı söylemiştik. Bu bölümün ilk kısmında ise bu meseleyi ontoloji-metafizik ayrımı üzerinden ele almış ve ontolojinin dilsel varsayımlar hakkında olduğunu, metafiziğin ise şeylerin kendindeliği olan asıl nesnelere yönelik olduğunu söylemiştik. Platon’un kendi görüşlerini ele aldığımız kısımda ise, Platon’un ontolojik bir realizme kapı açmış olmakla beraber, onun esasında dili ve muhakemeyi (*dianoia*’yı) aşan bir asıl nesneler alanı olan *noesis* zeminin kabul edilmesi gerektiğini görmüş bulunuyoruz. Bu zemin, her türlü dilsel ve zihinsel inşalara temel sağlayan bir zemindir ki bu inşalar, aynı zeminle tanışık ruhun tecrübesinde mümkün olmaktadır. Dolayısıyla bu asıl nesneler, ruhu aşmakta ve ruhun her türlü inşasına öncel olmakta ve bu inşaları mümkün kılmaktadır. Platon bu zeminin muhakeme yoluyla çıkarımsal bir şekilde elde edilemeyeceğini, ancak aklî bir sezgi ve hatırlama yoluyla bu zeminin farkına

varılabileceğini düşünmektedir. Bu zemin aynı zamanda matematiksel anlamlı inşaların da zemini olmaktadır.

Peki çağdaş dönemde bu konuya bakış nasıldır? “Kendinde nesnelerin” kabul edilmediği bir zeminde matematik nasıl mümkün olabilir? Eğer kendinde nesneler (İdealar) reddedilirse metafiziksen bağımsız bir ontoloji yapmak mümkün olabilir mi? Sadece dil içerisinde matematik yapmak mümkün olur mu? Yoksa matematik daima bir “nesneler” alanına mı bağlı olmalıdır? Bu soruların cevabı için şimdi çağdaş dönemde matematiğin temellerine ve matematiksel nesnelere ilişkin ileri sürülen fikirleri inceleyip konuya bu bölümde incelediğimiz Platoncu metafizik anlayışı açısından bir yaklaşım geliştirmeye çalışacağız.

İKİNCİ BÖLÜM

ÇAĞDAŞ MATEMATİK FELSEFESİ TARTIŞMALARI VE KÜMELERİN METAFİZİKSEL ZEMİNİ

19. yüzyıl sonu ve 20. yüzyıl başlarında, matematik ve geometri alanlarındaki bazı gelişmeler, matematiğin temellerine ilişkin felsefi tartışmalara yol açmıştı. Bu gelişmelerin en önemlileri, Gür ve Yıldırım'ın da belirttiği üzere, çalışmamızın girişinde de belirttiğimiz, özellikle 2000 yıldır içinde yaşadığımız uzayın biricik geometrisi kabul edilen Öklid geometrisinden farklı geometrilerin (Öklid-dışı geometriler) ortaya çıkışı ve bu geometrilerin hem kendi içlerinde tutarlı olup hem de uzayı açıklamada kullanışlı olduklarının anlaşılması ve Cantor'un çalışmalarıyla ortaya koyduğu ve aritmetiğin kendisine indirgenebileceği düşünülen küme kuramında bazı paradoksların ortaya çıkmasıdır. Bu gelişmeler, matematik ve felsefe camiasında bir “krize” neden olmuş ve ardından matematiği sağlam bir şekilde temellendirmek için çeşitli fikirler ortaya atılmış ve bu sayede matematik de felsefi olarak incelenmeye başlamıştır.³⁰¹

Önceki bölümde Platon'un metafizik anlayışında genel olarak nesnelerin, özel olarak da matematiksel nesnelerin inşadan bağımsız özlerinin, yani İdealarının bulunduğunu ve bu İdeaların zihnî veya somut tüm ontolojik nesne ve inşaları da mümkün kıldığını söylemiştik ve bu hususun Platon'da ruhun ölümsüzlüğünü kanıtlamada kilit rol oynadığını ele almıştık. İşte, özellikle 20. yüzyıl başlarında matematik felsefesinde gelişen, matematiksel nesnelerin ontolojisine yapılan tartışmalarda öne sürülen fikirler, Platon'un metafiziği anlamında bir “kendindelik” imkânını dışlayarak, matematiksel nesneleri mantıksal, biçimsel veya görüsel inşalara indirgemeye çalışmıştır. Şimdi bu görüşleri sunacak onların Platoncu metafizik açısından nasıl bir görünüm arz ettiğini inceleyerek, Platoncu metafiziğin (ontolojisinin değil), bir savunusunu yapmaya çalışacağız. Bu bölümün ilk alt bölümünü, matematikte küme ve nesne kavramının temel önemini belirterek bitireceğiz.

³⁰¹ Gür, “Giriş”, *Matematik Felsefesi*, s. 35-39; Yıldırım, *Matematiksel Düşünme*, s. 111, 123.

Bu bölümün ikinci alt bölümünde ise özellikle yirminci yüzyılın ikinci yarısında matematiksel nesnelerin varlıksal statüsüne ilişkin görüşlerin bir dökümünü yapıp burada kümeleri somut nesnelere, yapılara vs. indirgeme denemelerini göstermeye çalışacağız. Bölümün sonunda, matematiğin temeli olan küme-eleman bağıntısının Platoncu metafiziksel zeminine ilişkin bir yorum getireceğiz.

2.1. Yirminci Yüzyılın İlk Yarısında Matematiğin Temellerine İlişkin Akımlar

Bu alt bölümde yirminci yüzyılın ilk yarısında matematiğin temellerine ilişkin öne sürülmüş akımlar olan mantıkçılık, biçimselcilik ve görüselciliği inceleyeceğiz.

2.1.1. Mantıkçılık

Mantıkçılık, Shapiro'nun da ifade ettiği üzere, matematiğin mantığa indirgenebileceğini ileri süren bir düşünce akımıdır. Bu akıma göre matematiğin temel nesne ve önermeleri mantık ilkelerinden türetilbilmektedir. Bu akımın öncülerinden olan Gottlob Frege'nin temel projesi, aritmetiği mantık üzerinde temellendirmektir.³⁰²

Frege, *Aritmetiğin Temelleri* adlı eserinde o döneme kadar, matematiğin kendi en temel nesnesi olan sayının doğası hakkında net bir bilgi verememesini utanç verici bulduğunu bildirmiştir.³⁰³ Bu nedenle Frege sayı kavramının ayrıntılı bir incelemesinin yapılması gerektiğini ileri sürmüştü, böyle bir incelemenin felsefî bir inceleme olduğunu ve bunun hem matematikçiler hem de felsefeciler için ortak bir görev olduğunu ileri sürmüştür.³⁰⁴ Frege aynı zamanda, aritmetiğin temel önermelerinin de tam bir kesinlikle kanıtlanması ve bir tündengelim zincirinin hiç boşluk kalmayacak şekilde netleştirilmesi gerektiğini belirtmiştir. Böylece tündengelimsel kanıtlamaların kendilerine dayandığı ilk öncüller de netleştirilecektir. Aynı şekilde Frege, önermelerde yer alan kavramların da en temellerine kadar çözümlenmesi ve daha genellik taşıyan

³⁰² Stewart Shapiro, *Thinking About Mathematics*, Oxford: Oxford University Press, 2000, s. 107, 108.

³⁰³ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 78, 79.

³⁰⁴ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 81.

başka kavramlara indirgenmesi gerektiğini söylemiştir.³⁰⁵ Frege bu çalışmasında şu üç temel ilkeyle hareket ettiğini bildirmiştir:

Psikolojik olanı mantıksal olandan, öznel olanı nesnel olandan kesin bir biçimde ayırmak;
Sözcüklerin anlamını/gönderimini [*Bedeutung*] tek başına değil, ancak bir tümce bağlamında [*Satzzusammenhange*] ele almak;
Kavramla nesne [*Gegenstand*] arasındaki ayrımı asla gözden kaçırmamak.³⁰⁶

Bu şekilde Frege, aritmetiğin temel kavram ve önermelerini, hiçbir psikolojik veya empirik unsurlara yer vermeksizin, sadece mantık kuralları üzerinden temellendirmeye çalışmıştır.³⁰⁷ Frege, sayının mahiyetine dair o dönemlerde ortaya atılmış çeşitli görüşleri ele alıp eleştirdikten sonra, sayıyı, “onun asli kullanım biçimini meydana çıkaran bir yargı bağlamında” ele alarak, içinde bulunduğu yargı üzerinden incelemek istemiştir.³⁰⁸ Yani Frege, sayıyı tek başına bir nesne değil, bir yargının nesnesi olarak temellendirmeye çalışmıştır. Buna göre aynı fenomenlere bakarak farklı sayısal yargılarda bulunmak mümkündür ki aynı fikri Platon’un da *Devlet*, *Sofist* ve *Parmenides* diyalogunda öne sürdüğünü görmüştük.³⁰⁹ Mesela aynı fenomen hakkında “bu ‘bir’ ağaç grubudur” ve “burada ‘beş’ ağaç var” şekilde ikisi de doğru olan ama farklı sayılar içeren yargılarda bulunulabilir. İşte Frege’ye göre burada değişen şey, fenomenler değil, bizim adlandırmamızdır, yani kavramlarımız değişmektedir. İlk cümlede “ağaç grubu” hakkında konuşurken diğerinde “buradaki ağaç” hakkında konuşmaktayızdır. Dolayısıyla Frege’ye göre sayı cümleleri, kavramlar hakkında bildirim içermektedir. Mesela “Venüs’ün sıfır uydusu vardır” demek, “Venüs’ün uydusu” kavramına, onun altına hiçbir nesnenin düşmemesi özelliğini atfetmektir; “burada beş ağaç var” demek de “buradaki ağaç” kavramına beş sayısını, yani bu kavramın altına beş tane nesnenin düşmesi özelliğini atfetmektir.³¹⁰ Kısacası Frege’ye

³⁰⁵ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 90.

³⁰⁶ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 85.

³⁰⁷ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 81, 82.

³⁰⁸ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 142.

³⁰⁹ Platon, *Devlet*, s. 244, 525a; Platon, “Sofist”, s. 588, 245a-b; Platon, *Parmenides*, s. 35, 36, 129c-d; 49, 137c-d.

³¹⁰ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 142.

göre sayılar, nesneler hakkında değil, kavramlar hakkında bildirimlerdir. Yani sayılar, kavramların özellikleridir.³¹¹

Dolayısıyla Frege'ye göre sayılar, bizim kavram seçimimize göre belirlenmektedir. Mesela bir renk, bizden bağımsız olarak bulunduğu yüzeye aitken bir sayı, bizim seçtiğimiz kavrama göre değişir ve bu kavrama ait olur veya olmaz.³¹² Aynı şekilde Frege'ye göre sayı bir yüklem de olamaz. Onun verdiği örneğe göre, “Solon bilgeydi” ve “Thales bilgeydi” önermelerinden hareketle “Solon ve Thales bilgeydiler” denilebilir, ama “Solon birdi” ve “Thales birdi” önermelerinden hareketle “Solon ve Thales birlerdi” gibi önerme kurulamaz.³¹³

Frege “bir olma” kavramının, altına tek nesne düşen kavramların bir arada toplandığı kavram olduğunu söylemiştir. Mesela “Dünya'nın uydusu” kavramının altına tek bir nesne düştüğü için, “bir olma” kavramının altına da “Dünya'nın uydusu” kavramı düşmektedir. Bu açıdan sayılar, kavramların kavramı olarak ikinci dereceden kavramlar olmaktadır.³¹⁴ Frege'ye göre “yalnızca altına düşen nesneyi belirlenmiş bir şekilde sınırlandıran ya da onun keyfi olarak parçalarına ayrılmasına izin vermeyen kavram, sonlu bir sayal sayı hakkındaki bir birim olabilir”.³¹⁵

Frege'ye göre sayılar nesneldir. Frege, nesnelliği, bizim hislerimizden, görülerimizden, tasarımlarımızdan ve hafızamızdan bağımsız olmak olarak tanımlamıştır. Ancak ona göre nesnellik, akıldan bağımsız değildir. Dolayısıyla Frege'ye göre tıpkı astronominin, gök cisimlerinin öznel inşalarıyla değil de bizzat kendileriyle uğraşması gibi, aritmetiğin nesneleri olan sayılar da öznel inşalar değil, nesnel varlıklardır.³¹⁶ Aynı şekilde Frege, sayının kavramlara dair bir bildirim olduğu fikrinden hareketle sayının kendi başına var olan bir nesne olduğu fikrine ulaşmıştır. Buna göre mesela “Jüpiter'in uydularının sayısı dörttür” dediğimiz zaman buradaki “-tür” koşacı bir eşitlik veya aynılık bildirmektedir. Yani “Jüpiter'in uydularının sayısı” ifadesi, “4” sayısı ile aynı nesneye gönderme yapmaktadır.³¹⁷ Böylece Frege, Shapiro'nun da belirttiği üzere realist veya bizim ilk bölümde tanımladığımız anlamda

³¹¹ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 147.

³¹² Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 114.

³¹³ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 125.

³¹⁴ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 148.

³¹⁵ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 149.

³¹⁶ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 118, 120, 121.

³¹⁷ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 152.

Platoncu bir ontolojiye sahip olmaktadır.³¹⁸ Zira Frege, sayının fiziksel dünyada bulunmadığını ve fiziksel nesnelerin bir özelliği olmadığını düşünmektedir. Sayılar nesnel olmakla beraber bir “yere” sahip değildirler. Ona göre her nesnel nesnenin bir yeri yoktur.³¹⁹ Bununla beraber Frege’ye göre kelimelerin sadece cümle veya yargı içinde gerçekten bir gönderimi olmaktadır ki bu sayılar için de geçerlidir.³²⁰ Dolayısıyla sayılar, yargıda temsil edilmektedir. İşte Frege, sayal sayının tanımını da bu fikir üzerinden yapmaktadır.

Frege, sözcüklerin sadece cümle bağlamında gönderimlerinin olduğu düşüncesinden hareketle, sayı sözcüğünün geçtiği cümlenin anlamını açıklamak istemiştir. Sayı sözcükleri de kendi başına var olan nesnelerin yerini tuttuğu için, Frege “bir sayıyı kendisi olarak teşhis etmemizi sağlayacak” cümleleri açıklamayı yeterli görmüştür.³²¹ Yani sayının özdeşlik koşulunu ortaya koymak istemiştir. Frege’nin amacı, “F kavramına ait olan sayı ile G kavramına ait olan sayı aynıdır” ifadesini, “F kavramına ait olan sayı” ifadesini kullanmaksızın yeniden inşa etmektir.³²²

Bu amaçla Frege, “Hume ilkesinden” hareket etmiştir. Bu ilkeye göre biz, eğer “iki sayı, birinin bir birimi diğerinin her birimine karşılık gelecek şekilde biraraya gelmişlerse onların eşit olduklarını söyleriz”.³²³ Frege, sayal sayıyı, sayısal eşitlik üzerinden tanımlayacağı için burada “aynı olma” kavramının zaten bilindiğini varsaymıştır.³²⁴ Frege’nin amacı burada “aynı olma” kavramından hareketle, “her iki tarafı da sayı olan bir eşitlik olarak alınabilecek bir yargının içeriğini oluşturmaktır”.³²⁵ Frege bu eşitliği, birebir eşleme bağıntısı ile kurmuştur. Buna göre eğer herhangi iki kavramın altına düşen nesneleri birebir eşleme olanağı varsa, bu iki kavram “eşsayılıdır”.³²⁶ Bunun ardından Frege şu tanımlı vermiştir: “F kavramına ait olan sayal sayı ‘F kavramıyla eşsayılı’ kavramının kaplamıdır”.³²⁷ Son olarak da Frege, sayının özdeşlik koşulunu şu şekilde tanımlamıştır: “‘F kavramıyla eşsayılı’ kavramının

³¹⁸ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 110.

³¹⁹ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 153, 155.

³²⁰ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 154.

³²¹ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 155, 156.

³²² Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 156.

³²³ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 156.

³²⁴ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 156, 157.

³²⁵ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 157.

³²⁶ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 162.

³²⁷ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 162.

kaplamı, ‘G kavramıyla eşsayılı’ kavramının kaplamıyla aynıdır tümcesi doğrudur, yalnızca ve yalnızca, ‘F kavramına ait olan sayı ile G kavramına ait olan sayı birbiriyle aynıdır’.”³²⁸ Şunu da belirtelim ki Frege burada birebir eşleme bağıntısını, bir ilişki kavramı olarak tanımlamıştır. Frege’ye göre F kavramı ile G kavramının eşsayılı olduğunu söylemek, bu iki kavramın altına düşen nesneleri birebir eşleyen bir R bağıntısı olduğunu söylemektir.³²⁹ Yine Frege’ye göre “n bir sayal sayıdır” ifadesinin gönderimi ile “öyle bir kavram vardır ki n ona ait olan sayal sayıdır” ifadesinin gönderimleri aynıdır.³³⁰ Böylece Frege hiçbir empirik veriye veya psikolojik unsurlara başvurmaksızın, tamamen mantık kurallarından ve kavramların kaplamalarının birebir eşlenmeleri üzerinden hareket ederek sayının bir tanımını vermiş olmaktadır.

Sayıyı bu şekilde tanımlayan Frege, bunun ardından tek tek sayıları ve onlar arasındaki ardılık bağıntısını tanımlayarak, bütün doğal sayıların mantıksal tanımını vermeye çalışmıştır. Burada Frege’nin amacı, Yıldırım’ın da belirttiği üzere, Giuseppe Peano’nun aritmetiğin temellerine ilişkin şu 5 aksiyomunu mantıksal terimlere indirgeyebilmektir: (1) Sıfır bir sayıdır; (2) her sayının bir ardılı da bir sayıdır; (3) aynı sayının iki farklı ardılı olamaz; (4) sıfır hiçbir sayının ardılı değildir; (5) sıfıra ait olan bir özellik, herhangi bir sayıya ait olduğu zaman onun ardılı olan sayıya da ait olursa tüm sayılara ait olur.³³¹ Frege burada, bu aksiyomlardan ilki olan 0 sayısını, altına hiçbir nesnenin düşmediği “‘kendisiyle aynı olmayan’ kavramına ait olan sayal sayı” şeklinde mantıksal olarak tanımlamıştır.³³² Zira bu kavram, çelişki belirten bir kavramdır ve bu nedenle altına hiçbir nesne düşmemektedir. Dolayısıyla 0, altına hiçbir nesne düşmeyen kavramlara ait olan sayı olmaktadır.³³³ Frege, iki sayı arasındaki ardılık bağıntısını ise şöyle tanımlamıştır: Bir F kavramı ve onun altına düşen bir x nesnesi vardır ki, “F kavramına ait olan sayal sayı n’dir ve ‘F’nın altına düşen ama x’le aynı olmayan’ kavramının sayal sayısı m’dir” cümlesinin gönderimi ile “n, doğal sayılar serisinde m’den hemen sonra gelmektedir” cümlesinin gönderimi aynıdır.³³⁴

³²⁸ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 163.

³²⁹ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 167.

³³⁰ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 167.

³³¹ Yıldırım, *Matematiksel Düşünme*, s. 125.

³³² Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 168.

³³³ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 169, 170.

³³⁴ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 171.

Frege, 1 sayısını ise, “0’la aynı olan” kavramına olan sayal sayı şeklinde tanımlamıştır. “0’la aynı olan, ama 0’la aynı olmayan” kavramına ait olan sayı 0 olduğu için de, yukarıdaki ardıllık tanımı gereğince, 1 sayısının 0 sayısının ardından geldiği de tanımlanmış olmaktadır.³³⁵ Bir kavramın altına bir nesne düşüyorsa, o kavrama ait olan sayal sayı 1’dir. Yani bir kavramın sayal sayısı 1 ise ve x ve y o kavramın altına düşüyorsa $x=y$ ’dir.³³⁶

Bunun ardından Frege, ardıllık bağıntısının bütün doğal sayılar için geçerli olduğunu, hiçbir doğal sayının kendisini izlemediğini ve doğal sayıların 0 ile başladığını ortaya koyarak bütün doğal sayılar serisini ve bu serinin sonsuz oluşunu mantıksal bir şekilde temellendirmeye çalışmıştır.³³⁷

Frege bu tanımları verdikten sonra, bu tanımları verirken hiçbir empirik veriden veya psikolojik unsurdan yararlanmadığını belirterek, bu tanımların a priori olduğunu söylemiştir. Ona göre tüm akıllı varlıklar bir gün ortadan kalksa bile bu cümlelerin varlığı ve doğruluğu değişmeyecektir. Zira ona göre “bir cümlenin doğru olması, onun düşünülmüş olmasıyla aynı şey değildir.”³³⁸ Bu sözlerle de Frege, Platoncu bir ontolojiye sahip olduğunu bir kere daha tekrarlamış olmaktadır.³³⁹ Ancak, Linnebo’nun da belirttiği üzere, Frege’nin Platonculuğunda matematiksel nesneler bize doğrudan verilmemekte; bu nesneler onlar hakkındaki anlamlı cümleler ile bilinmektedir.³⁴⁰ Yine Linnebo’nun belirttiği üzere Frege, Platon’un aksine, matematiğin kavranışını mantığa indirgemıştır.³⁴¹ Dolayısıyla diyebiliriz ki, Frege her ne kadar birer “kavram kavramı” olarak sayıların nesnel bir gerçekliklerini kabul etmiş olsa da, bu kavramlar belli bir dil içinde varlık kazanmaktadır. Bu da Frege’nin ontolojik bir Platoncu olmasına rağmen Platoncu metafizikten uzak düştüğünün bir göstergesi olmaktadır. Zira Frege’de dilden önce gelip dili belirleyen bir “asıl nesne” söz konusu değildir ve nesneler dilde tanımlanmaktadır.

³³⁵ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 172.

³³⁶ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 173.

³³⁷ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 175-177.

³³⁸ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 172.

³³⁹ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 172.

³⁴⁰ Øystein Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, Princeton ve Oxford: Princeton University Press, 2017, s. 32.

³⁴¹ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 38.

Shapiro'nun da belirttiği üzere Frege, Hume İlkesinin sayıları tam olarak belirleyemediğini düşünmektedir.³⁴² Zira Frege'nin de vermiş olduğu örneğe göre bir kavrama ait olan sayıya neden “2” dediğimiz ama mesela “Julius Caesar” demediğimiz konusunda bir açıklama verememekteyiz.³⁴³ Yani Shapiro'nun da dediği gibi, Hume ilkesi tek başına, bir kavrama ait olan sayının 2 ile mi yoksa Caesar ile mi özdeş olduğunu belirleyememektedir ki literatürde buna “Caesar problemi” denmektedir.³⁴⁴

Frege, Hale ve Wright'ın da belirttiği üzere, Caesar probleminden hareketle farklı bir tanım vermek istemiş ve sayının tanımını, kaplamaların tanımı üzerinden vererek, *The Basic Laws of Arithmetic* adlı eserinde Beşinci Temel Yasa'yı ortaya atmıştır.³⁴⁵ Yine Linnebo'nun belirttiği üzere bu yasa, iki kavramın kaplamalarının özdeşlik koşulunu vermekte, yani bir kavram kaplaması tanımı olmaktadır.³⁴⁶ Frege'nin projesine en büyük darbe de bu yasa üzerinden gelmiştir. Kavram ve kaplam tanımlarını veren bu yasa, şöyle bir aksiyomdur: “ $ext(F) = ext(G) \equiv \forall x (Fx \equiv Gx)$ ”. Burada “ext”, “kaplam” anlamına gelmektedir. Buna göre, herhangi iki F ve G kavramları için, F'nin kaplamıyla G'nin kaplamı özdeşdir, ancak ve ancak, tüm a nesneleri için, Fa ancak ve ancak Ga ise. Bir başka deyişle, F ve G'nin kaplamaları özdeşdir, ancak ve ancak, F ve G'nin altına düşen nesneler aynı ise.³⁴⁷

Bertrand Russell, Frege'ye yazdığı bir mektupta bu yasada bir çelişki bulunduğunu belirtmiştir: Diyelim ki R, “kendi kendine yüklenemeyen” kavramını ifade eden bir yüklem (kavram) olsun. Bu durumda R kendi kendine yüklenenebilir mi? Yani R, kendi kendisinin altına düşebilir mi? Evet dersek bu durumda tanım gereği R'nin kendi kendine yüklenemeyen bir kavram olması gerekir. Hayır dersek de bu durumda yine tanım gereği, R'nin kendisine yüklenenebilen bir kavram olması gerekir. Yani, Çevik'in dediği şekilde, bunu küme kuramı diliyle yazarsak R, “kendi kendisinin elemanı olmayan kümelerin kümesi” olmaktadır. Bu durumda R, kendi kendisinin elemanı olabilir mi? Evet dersek R'nin kendi kendisinin elemanı olamaması gerekir.

³⁴² Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 111, 112.

³⁴³ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 151.

³⁴⁴ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 111, 112.

³⁴⁵ Bob Hale ve Crispin Wright, *The Reason's Proper Study*, Oxford: Clarendon Press, 2001, s. 3.

³⁴⁶ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 36.

³⁴⁷ Gottlob Frege, *The Basic Laws of Arithmetic*, çev. Montgomery Furth, Berkeley, Los Angeles, London: University of California Press, 1964, s. 72; Ahmet Çevik, *Matematik Felsefesi ve Matematiksel Mantık*, 2. baskı, İstanbul: Nesin Yayıncılık, 2021, s. 71; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 114.

Hayır dersek de R'nin kendi kendisinin elemanı olması gerekir. Her iki cevap da çelişkiye yol açmaktadır. İşte literatürde “Russell paradoksu” denilen bu paradoks gereğince R bir küme veya kavram olamamaktadır ki Shapiro'nun da belirttiği üzere bu durum Frege'nin Beşinci Temel Yasasının tutarsız olduğunu göstermektedir. Çevik'in ifade ettiği şekliyle, Beşinci Temel Yasa'daki sorun, küme kuramının henüz aksiyomatikleştirilmeden önce herhangi bir özelliği sağlayan bir çokluğun bir küme oluşturabileceği şeklindeki yanlış bir varsayımdan kaynaklanmaktadır.³⁴⁸

Frege de Russell'ın bu keşfinin ardından *The Basic Laws of Arithmetic* adlı eserine yazdığı ekte bu durumu kabullenmiş ve bir bilim insanının projesini tamamladıktan sonra bu projenin temellerinin sarsılmasından daha üzücü bir şey olmadığını belirtmiştir.³⁴⁹ Shapiro'nun belirttiği üzere Frege, mantıkçı projesini bu paradokstan kurtarmak için bazı denemeler yaptıysa da sonunda projeyi terk etmiştir. Ancak mantıkçılık projesi, başta Russell olmak üzere birçok filozof tarafından devam ettirilmiştir.³⁵⁰

Russell da Frege gibi matematik ve mantığın bir olduğunu düşünmüştür. Russell'a göre modern dönemdeki gelişmelerle beraber mantık matematikleşmiş, matematik de mantıklaşmış ve nihayetinde ikisi arasına bir sınır çizmek imkânsız hâle gelmiştir.³⁵¹

Russell, “sayı nedir?” sorusunun Frege tarafından *Aritmetiğin Temelleri*'nde cevaplandığını ileri sürmüştür.³⁵² Russell, sayının tanımı konusunda, sayının belli miktardaki çoklukların bir araya getirilmesi olarak ele alınabileceğini söylemiştir. Mesela bütün ikili gruplar bir grupta, bütün üçlü gruplar bir grupta toplanabilir ve böyle devam edilebilir. Böylece her bir sayının gruplarından oluşan birer grup elde edilmiş olur. Russell böylece her bir sayının, sınıflardan oluşan bir sınıf olduğunu, yani “sınıfların sınıfı” olduğunu ileri sürmüştür ki bu Frege'nin tanımına oldukça

³⁴⁸ Bertrand Russell, “Letter to Frege”, *From Frege to Gödel*, ed. Jean van Heijenoort, Cambridge ve Massachusetts: Harvard University Press, 1967, s. 125; Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 71; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 114, 115; Frege, *The Basic Laws of Arithmetic*, s. 128.

³⁴⁹ Frege, *The Basic Laws of Arithmetic*, s. 128.

³⁵⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 115.

³⁵¹ Bertrand Russell, *Introduction to Mathematical Philosophy*, 2. baskı, Londra: George Allen & Unwin, Ltd., New York: The Macmillan Co., 1920, s. 194; Bertrand Russell, “Matematiksel Felsefeye Giriş'ten Seçmeler”, *Matematik Felsefesi*, 2. baskı, ed. Bekir S. Gür, çev. Muharrem Özlük, Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 91.

³⁵² Russell, *Mathematical Philosophy*, s. 11.

benzerdir.³⁵³ Russell, tıpkı Frege gibi, iki sınıf arasında bire-bir eşleme bağıntısı varsa bu iki sınıfın “benzer” olacağını ileri sürmüştür.³⁵⁴ İşte Russell, bu benzerlik terimi üzerinden verilen iki çokluğun aynı sınıfa ait olup olmadığına karar verilebileceğini söylemiştir. Buna göre bir çokluk verildiğinde, buna benzer olan diğer bütün çokluklar onunla aynı sayıya sahip olmaktadır ki bu “aynı sayıda terime sahip olmanın” kanıtıdır.³⁵⁵ Dolayısıyla Russell’a göre “bir sınıfın sayısı, ona benzer olan tüm sınıfların sınıfıdır”.³⁵⁶ Buradan hareketle de Russell, sayıyı, “bazı sınıfların sayısı olan herhangi bir şeydir” şeklinde tanımlamıştır.³⁵⁷

Russell, Shapiro’nun da belirttiği üzere, Beşinci Temel Yasa’nın doğru “kaplam” veya “sınıf” tanımı olabileceğini kabul etmiştir. Ancak bu tanım, “yüklemiçi” (*impredicative*)³⁵⁸ bir tanım olduğu için döngüsellğe ve dolayısıyla çelişkiye sebep olmaktadır.³⁵⁹ Çevik’in ifadesine göre, matematiksel nesnelerin yüklemiçi tanımları, “tanımlanan nesnenin tümünün veya bir kısmının tanımın içinde geçtiği tanımlardır. Yani tanım eğer tanımlanan nesneye işaret ediyorsa bu yüklemiçi bir tanımdır”.³⁶⁰ İşte Russell da bir tanımın tanımlanan şeyi içermemesi gerektiğini düşünmektedir.³⁶¹ Shapiro’nun da belirttiği üzere, Russell paradoksuna sebep olan cümle de yüklemiçi bir tanım belirttiği için bir kısır döngüye ve çelişkiye sebep olmaktadır.³⁶²

Bu nedenle, Russell, Shapiro’nun da belirttiği üzere, bu kısır döngüden kurtulmak için kendi kendisinin elemanı olan bir sınıf varsayımını kabul etmemiş ve dolayısıyla “tüm sınıfları içeren sınıf” varsayımını da reddetmiştir, zira bu sınıf da kendi kendisinin elemanı olmaktadır. Bu şekilde, Russell’ın kuramı, Gür’ün de belirttiği üzere, paradokstan kaçınmış olmaktadır.³⁶³

Russell bu şekilde, belli varsayımlara tâbî olarak kabul ettiği sınıflar üzerinden, “tipler kuramını” ortaya atarak, evrendeki sınıfları bir hiyerarşiye sokmuştur. Evrenin

³⁵³ Russell, *Mathematical Philosophy*, s. 14; Russell, “Matematiksel Felsefeye Giriş”, s. 86.

³⁵⁴ Russell, *Mathematical Philosophy*, s. 15, 16; Russell, “Matematiksel Felsefeye Giriş”, s. 87.

³⁵⁵ Russell, *Mathematical Philosophy*, s. 17, 18; Russell, “Matematiksel Felsefeye Giriş”, s. 89.

³⁵⁶ Russell, *Mathematical Philosophy*, s. 18; Russell, “Matematiksel Felsefeye Giriş”, s. 90.

³⁵⁷ Russell, *Mathematical Philosophy*, s. 19; Russell, “Matematiksel Felsefeye Giriş”, s. 90.

³⁵⁸ “Impredicative” terimini, Çevik’i takip ederek “yüklemiçi” olarak çevirmeyi tercih ettik (Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 60).

³⁵⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 116.

³⁶⁰ Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 60.

³⁶¹ Russell, *Mathematical Philosophy*, s. 189; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 116.

³⁶² Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 116.

³⁶³ Gür, “Giriş”, s. 40, 41.

en alt kademesinde, bir sınıf teşkil etmeyen bireyler (atomlar) bulunmaktadır ki bunlar tip 0 olmaktadır. Bu bireyleri içeren sınıflar tip 1, tip 1'deki sınıfları içeren sınıflar da tip 2 olmaktadır ve bu şekilde sürmektedir.³⁶⁴ İşte Çevik'in de belirttiği üzere, herhangi bir C sınıfı için, "bir C sınıfının sayısı C sınıfına denk olan bütün sınıfların sınıfıdır".³⁶⁵ Dolayısıyla bir tip 1 sınıfının sayısı tip 2; bir tip 2 sayısının sayısı da tip 3 olacak ve böyle sürecek; her bir sınıfın sayısı daha üst bir tip tanımlayacaktır.³⁶⁶

Böylece Frege'nin Hume ilkesi ve kavram-kaplam ilişkisi üzerinden yaptığı sayı tanımını, Russell, sınıflar ve tipler üzerinden yapmış olmaktadır. Ancak Russell, Frege'nin aksine, sayıların bağımsız birer varoluşa sahip olduğunu iddia etmemiştir. Mesela bütün ikili sınıfları içeren bir sınıf vardır, ama bundan ayrı olarak "2" diye bir varlığın olup olmadığı metafiziksel bir sorundur ve Russell bu belirsiz sorunla uğraşmaktansa, varlığı konusunda şüphe bulunmayan ikililer sınıfıyla yetinmemiz gerektiğini ileri sürmüştür.³⁶⁷ Dolayısıyla Russell, kendini Platoncu bir ontolojiye bağlamamıştır. Başka bir yazısında ise Russell, sayıların "mantıkî kurgular" olduğunu söylemiştir. Zira ona göre sayılar sınıfların sınıfıdır ve sınıflar ise mantıkî kurgulardır, dolayısıyla sayılar da kurguların kurguları olmaktadır.³⁶⁸

Bununla birlikte, Horsten'in de belirttiği üzere, Russell, tipler üzerinden kurduğu mantığın aritmetiğin en temel yasalarını türetmek için bile yeterli olmadığını görmüştür.³⁶⁹ Mesela Frege'nin kullandığı ve yüklemiçi bir tanım olan Hume ilkesinden hareketle, Shapiro'nun da belirttiği üzere, sonsuz sayıda doğal sayı olduğu kanıtlanabilmektedir. Ancak Russell'ın tipler kuramında yüklemiçi olan Hume ilkesi kabul edilmediği için doğal sayıların sonsuzluğu kanıtlanamamaktadır. Dolayısıyla Russell'da doğal sayıların sayısı, kendileri sınıf olmayan bireylerin sayısına bağlı olmaktadır, mesela 999 bireyden oluşan bir evrende 1000 sayısı bulunmamaktadır. İşte Russell ve onunla beraber kuramı geliştiren Whitehead, bu durumdan kaçınmak için "sonsuzluk aksiyomunu" ortaya atmıştır. Yani Russell ve Whitehead, Frege'nin aksine,

³⁶⁴ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 117.

³⁶⁵ Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 72.

³⁶⁶ Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 72.

³⁶⁷ Russell, *Mathematical Philosophy*, s. 18; Russell, "Matematiksel Felsefeye Giriş", s. 90.

³⁶⁸ Bertrand Russell, *The Philosophy of Logical Atomism*, Londra ve New York: Routledge Classics, 2010, s. 111; Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 73.

³⁶⁹ Leon Horsten, "Philosophy of Mathematics", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/philosophy-mathematics/> (erişim 12.10.2021).

her doğal sayının var olabilmesi için evrende yeterli birey bulunduğunu “varsaymak” zorunda kalmıştır ki aritmetik mümkün olsun. Russell, Shapiro’nun da belirttiği üzere, sonsuzluk aksiyomunun kanıtlanamayacağını ve bu aksiyomun ne analitik ne a priori ne de zorunlu olarak doğru olduğunu kabul etmiştir. Ancak doğal sayıların sonsuzluğu, aritmetik için gerekli olduğundan dolayı Russell bu sonsuzluğu bir aksiyom olarak kabul etmek zorunda kalmıştır.³⁷⁰ Aynı şekilde, Russell ve Whitehead, Shapiro’nun da belirttiği üzere, yine analitik veya a priori olmayan bir “indirgeme aksiyomunu” da ortaya atmışlardır ki Shapiro’nun aktardığı üzere Russell, bunun da kendi mantıkçı projesinde bir kusur olduğunu kabul etmiştir.³⁷¹ Dolayısıyla, Horsten’in de belirttiği üzere, Russell’in mantıkçı projesi de mantıkî olmayan ilkelere dayandığından başarısız olmuştur.³⁷²

Bu yetersizliklerinden dolayı, tipler kuramı, yerini Zermelo ve Fraenkel’in geliştirdiği “küme kuramına” bırakmıştır.³⁷³ Bununla beraber, mantıkçı program da yirminci yüzyılın ikinci yarısında, Shapiro’nun da belirttiği üzere, Wright, Hale ve Tennant gibi “yeni-mantıkçılar” veya “yeni-Fregeciler” tarafından sürdürülmüştür.³⁷⁴

Yeni-mantıkçılar, Tennant’ın belirttiği üzere, sayı gibi matematiksel nesnelerin varlığını mantıksal nesneler olarak ortaya koymak için “soyutlama ilkelerini” kullanmaktadırlar. Mesela “yön” kavramını soyutlamak için Frege’nin de vermiş olduğu paralel örneğini kullanmışlardır ki buna göre herhangi iki d_1 ve d_2 doğruları, paralel iseler aynı yöndedirler: “ $y(d_1) = y(d_2) \Leftrightarrow d_1 \parallel d_2$ ”. Burada “ $y()$ ” fonksiyonu, bir soyutlama operatörüdür ve değer olarak “yönleri” ortaya koymaktadır. İşte yeni-mantıkçılar da sayıları üretmek için soyutlama operatörlerini ortaya koymuşlardır.³⁷⁵ Zaten sayıların yargı bağlamında ortaya çıktığını kabul eden Frege de burada sayıların elde edilinde bir “soyutlama” söz konusu olduğunu söylemiştir. Frege’ye göre soyutlama ile kavram elde edilmektedir ve kavramın kavramı olan sayı da böylece ortaya çıkmaktadır.³⁷⁶ Tennant’ın belirttiği üzere sayının soyutlama ile elde edilmesi de

³⁷⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 119.

³⁷¹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 120, 121.

³⁷² Horsten, “Philosophy of Mathematics” (erişim 12.10.2021).

³⁷³ Neil Tennant, “Logicism and Neologicism”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/logicism/> (erişim 12.10.2021).

³⁷⁴ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 133.

³⁷⁵ Tennant, “Logicism and Neologicism” (erişim 12.10.2021).

³⁷⁶ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 144.

“#” operatörü sayesinde olmaktadır ki bu da “bir şeyin sayısı” değerini veren bir fonksiyondur. Mesela “#F” ifadesi, F’nin altına düşen nesnelerin sayısını ifade etmektedir. Bu açıdan Hume ilkesi, sayıların elde edilmesi için bir soyutlama ilkesi olmaktadır. Aynı şekilde çelişki içeren Beşinci Temel Yasa da bir soyutlama ilkesidir.³⁷⁷ Bu şekilde yeni-mantıkçı akım, Shapiro’nun da belirttiği üzere, matematiği analitik kurallarla türetmek istemekte ve bu açıdan matematiksel doğrulukların bilgisinin a priori olduğunu savunmaktadır. Bu çerçevede, yeni-mantıkçılar için matematik, Shapiro’nun da belirttiği üzere, ideal, zihinden bağımsız, nesnel bir nesneler alanıyla ilgilidir ki bu tez Frege tarafından da savunulmuş olan Platoncu ontoloji olmaktadır.³⁷⁸

Yeni-mantıkçılar da, Shapiro’nun da belirttiği üzere tıpkı Frege gibi sayı tanımı için Hume ilkesini kullanmaktadırlar. Burada Hume ilkesinin yüklemiçi olması, yeni-mantıkçılar için sorun olmadığı gibi gereklidir de. Aynı zamanda, bu yüklemiçi tanım sayesinde Platoncu ontoloji de mümkün olmaktadır.³⁷⁹ Zira Çevik’in de belirttiği üzere Platoncu ontolojide bizden bağımsız varlıkların varlığı kabul edildiği için, bir kavramı da onun parçaları cinsinden tanımlamak mümkün olmaktadır.³⁸⁰ Yeni-mantıkçılardan olan Wright ve Hale, çelişkiye sebep olan Beşinci Temel Yasa’ya gerek duyulmaksızın, Frege’nin projesinin, Hume İlkesinin ikinci derece mantığa bir aksiyoym olarak başarılı bir şekilde eklenmesi halinde, gerçekleştirilebileceğinin mümkün olduğunu belirtmişlerdir. Böyle bir durumda temel aksiyoymlarının kanıtı için yeterli sistem elde edilecektir.³⁸¹ Yine Wright, Frege’nin teoreminin, aritmetiğin temel yasalarını ikinci derece bir mantıktan çıkarmayı sağlayacağını ileri sürmüştür. Bu ikinci derece mantık içerisinde sayal sayının özdeşlik tanımı verilebilir ve buradaki tanımlar analitik olabilir.³⁸² İkinci derece mantık, Berto ve Plebani’nin belirttiği üzere, birinci-derece mantığın dilsel çerçevesine, yüklemelerin yerini alacak ve niceleyicilerle nicelenecek değişkenlerin eklenmesiyle elde edilir. Mesela “Ali çalışkandır ve Veli çalışkandır”

³⁷⁷ Tennant, “Logicism and Neologicism” (erişim 12.10.2021).

³⁷⁸ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 133.

³⁷⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 134, 135.

³⁸⁰ Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 61.

³⁸¹ Hale ve Wright, *The Reason’s Proper Study*, s. 4, 5.

³⁸² Crispin Wright, “On the Philosophical Significance of Frege’s Theorem”, *The Reason’s Proper Study*, ed. Bob Hale ve Crispin Wright, Oxford: Clarendon Press, 2001, s. 279; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 135, 136.

(“Ça & Çv”) önermesinde “çalışkan” kavramı değişken olarak alınırsa “öyle bir şey vardır ki Ali ve Veli o şeydir” [$\exists X (Xa \& Xv)$] şeklinde bir önerme elde edilir.³⁸³

Berto ve Plebani’nin belirttiği üzere, yeni-mantıkçılıkta, sayının tanımı ve Platoncu ontolojik anlamda varlığı, Hume İlkesi ve birebir eşleme bağıntısı üzerinden şöyle ortaya konmaktadır: Hume İlkesini hatırlayacak olursak; herhangi iki F ve G kavramı için, F’nin altına düşen nesnelerin (F’lerin) sayısı ile G’nin altına düşen nesnelerin (G’lerin) sayısı birbirine eşittir, ancak ve ancak, F’nin altına düşen nesneler ile G’nin altına düşen nesneler arasında bir R birebir eşleme ilişkisi var ise. Bu sayının tanımı olmaktadır.³⁸⁴ Bunun ardından Berto ve Plebani’nin gösterdiği şekilde, sayının bağımsız varoluşunu ortaya koymak mümkündür:

(1) $s(F) = s(G) \leftrightarrow R(F, G)$ (Hume İlkesi).

R birebir eşleme ilişkisi her kavramın kendisi için de geçerli olacağı için;

(2) $R(F, F)$.

(3) $s(F) = s(F)$ (1, 2, *modus ponens*).

Sonuç: $\exists x[x = \#(F)]$ (3, “ $\exists$ ” tikel niceleyici girişi).

Bu şekilde, Berto ve Plebani’nin de belirttiği üzere, F’nin altına düşen nesnelerin “sayısının” varoluşu Hume İlkesinden hareketle mantıksal olarak ortaya konmuş olmaktadır. Bunun ardından yeni-mantıkçılar bu Hume İlkesini ikinci-derece mantığa ekleyerek buradan aritmetiğin temel aksiyomlarını da mantıksal olarak türetmeye çalışmışlardır.³⁸⁵

Yeni-mantıkçılar, Berto ve Plebani’nin de belirttiği üzere, tezlerini kanıtlamak için şu üç iddianın doğruluğunu göstermek zorundadır: İkinci-derece mantık gerçekten de mantıktır; Hume İlkesi sayı kavramının uygun bir tanımıdır; Frege’nin aritmetiği, bizim aritmetiksel bilgiyi nasıl elde ettiğimizi açıklayabilmektedir.³⁸⁶ Aynı şekilde, Shapiro’nun da belirttiği üzere, Frege’nin mantıkçılığı gibi yeni-mantıkçılığın da başarısı, ikinci derece mantığın gerçekten mantık olmasına, yani belli ön varsayımlardan bağımsız olarak analitik olmasına bağlıdır. Zira ikinci derece mantığın içine matematik dahil olursa o zaman döngüsellik ortaya çıkmış olur.³⁸⁷ Tam bu nokta

³⁸³ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 147, 148.

³⁸⁴ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 143.

³⁸⁵ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 143, 144.

³⁸⁶ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 144.

³⁸⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 136.

yeni-mantıkçılar için bir sorun teşkil etmektedir. Zira Shapiro'nun da belirttiği üzere, ikinci derece mantığın felsefî durumu tartışmalıdır. Mesela Quine, ikinci derece mantığın aslında “koyun kılığına girmiş bir kurt gibi”, “kılık değiştirmiş küme kuramı” olduğunu ileri sürmüştür.³⁸⁸ Quine küme kuramının mantığa ait olmadığını söylemiştir ki bu nedenle kılık değiştirmiş küme kuramı olan ikinci derece mantık da aslında bir mantık olmamaktadır ve bu nedenle yeni-Fregecelik projesini problemli hale getirmektedir.³⁸⁹ Dolayısıyla, Berto ve Plebani'nin de belirttiği Quine'a göre küme kuramı matematiktir ki bu nedenle de, ikinci-derece mantıktan aritmetiğin türetildiğini söylemek, aslında matematiğin yine matematikten türetildiğini söylemek olmaktadır. Dolayısıyla yeni-Fregecilerin ikinci-derece mantığın gerçekten de mantık olduğunu kanıtlamaları gerekir.³⁹⁰

Berto ve Plebani, Quine'ın ikinci derece mantığın aslında kümeleri varsayması yönündeki itirazını şu şekilde açıklamaktadır: Biraz önce örnek olarak verdiğimiz “öyle bir şey vardır ki Ali ve Veli o şeydir” [$\exists x (Xa \& Xv)$] ifadesini hatırlayalım. Bu ifade aslında küme-kuramsal bir ifade olmaktadır ve şunu söylemektedir: “bir x kümesi vardır ki a ve v onun elemanıdır” [$\exists x (a \in x \& v \in x)$] denilmektedir. Yani ifadedeki niceleyici aslında kümeleri kapsamaktadır ve dolayısıyla ikinci-derece mantık dilinde aslında kümelere yönelik bir ontolojik bağlanma gerçekleşmiştir.³⁹¹

Şunu da belirtelim ki Berto ve Plebani'nin de belirttiği üzere ikinci-derece mantığın ontolojik durumuna ilişkin tartışma sürmektedir. Mesela Boolos, Quine'a cevap olarak ikinci-derece nicelemenin aslında tekil nesne olan kümelere yönelik değil, çoğul nesnelere yönelik olduğunu söylemiştir. Mesela “ $\exists x (Xa)$ ” ifadesi “bazı şeyler vardır ki a onlardan biridir” şeklinde okunmalıdır.³⁹² Ancak kanaatimizce bu yöndeki bir savunma da “çoğul şeyler” yönünde sınırlı bir kavram kullanmakta ve bunun da kümeden bir farkı olmamaktadır.

Özetleyecek olursak, Frege'nin projesi Beşinci Temel Yasa'daki çelişki nedeniyle çökmüştür. Russell'ın tipler kuramı ise tek başına, doğal sayıların sonsuzluğu gibi, aritmetiğin en temel bazı ilkelerini vermede başarısız olmakta ve bu ilkeleri

³⁸⁸ W. V. O. Quine, *Philosophy of Logic*, 2. baskı, Cambridge, Massachusetts, Londra: Harvard University Press, 1986, s. 66-68; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 136.

³⁸⁹ Quine, *Philosophy of Logic*, s. 64.

³⁹⁰ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 144.

³⁹¹ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 147-149.

³⁹² Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 149.

mantikî olmayan bir şekilde postüle etmektedir ki bu nedenle başarısız olmuş ve yerini küme kuramına bırakmıştır. Hume İlkesine dayanmaya çalışan yeni-mantıkçılığın ise ikinci-derece mantık üzerinden bir “çokluk” veya “küme” fikrini varsaydığı görülmektedir. Zaten Hume ilkesinin kendisi de iki tane “çokluğu” ve bu iki çokluk arasındaki birebir eşleme ilişkisini varsaymaktadır. Yine, Hume İlkesinde, Frege’nin de kabul etmiş olduğu üzere bir “aynılık” fikri de varsayılmaktadır.³⁹³ Zira altına düşen nesnelerin birebir eşlenebildiği iki kavramın nesnelerinin sayısının “aynı” olduğu varsayılmıştır. Hume İlkesinin üzerine temellendiği bu “aynılık” kavramının Platon’un *Sofist* diyalogunda saydığı 5 temel İdeadan biri olduğunu görmüştük.³⁹⁴

Bu noktada, şimdiye kadar ele aldığımız mantıkçılık düşüncesini, ilk bölümde ele aldığımız Platoncu metafizik açısından şöyle değerlendirmemiz mümkündür: Gerek Frege’nin sayının tanımı için kullandığı Hume İlkesi, gerek Russell’ın tipler kuramı, gerekse yeni-mantıkçıların görüşleri, belli bir mantıksal dil içinde tanımlanmış bir kavram veya sınıf altına düşen “nesneleri” varsaymaktadır. Mantıkçılar, bu nesnelerin birebir eşlenebilirlikleri üzerinden bir sayı tanımı ortaya konmaya çalışmaktadır. Her ne kadar Frege ve yeni-mantıkçılar ontolojik anlamda Platoncu olsalar da, bu nesneler önvarsayılmış bir dilde tanımlanan nesneler olarak kabul edilmekte ve sayılar da bu nesnelerin kavramlarının özellikleri olarak tanımlanmakta, yani sayılar aslında “inşa edilmiş” olmaktadır. Dolayısıyla Platoncu metafizikte söylediklerimizin aksine, sayılar inşaları değil, inşalar sayıları mümkün kılmış olmaktadır.

Bununla beraber mantıkçılık düşüncesinde, bir nesnenin bir kavramın altına nasıl düşürüldüğü, o nesnenin nasıl “bir” “nesne” olarak tanımlandığı ele alınmamakta, yani kavram-nesne ilişkisinin zemini konusunda bir açıklama getirilmemektedir. Bu ilişki varsayılmaktadır. Bu ilişki, belli bir dil içinde kurulan bir ilişkidir. Platoncu metafizik açısından düşünecek olursak, böyle bir ilişki, ruhun tecrübesinde ortaya çıkmaktadır. Bu tecrübenin zemini de ruhun tanışık olduğu, dili aşan ve dili mümkün kılan kendindelikler, yani İdealardır. Frege’nin vermiş olduğu örnek olan “Dünya’nın uydusu” kavramını düşünecek olursak, bu kavramın altına “bir” nesne (Ay) düştüğü için bu kavramın sayısı, diğer tüm bir nesneye sahip kavramlarla olan ortaklığından hareketle, 1 olmaktadır. Ancak bu Ay nesnesi, kendi kendine “bir” olmamakta ve kendi

³⁹³ Frege, *Aritmetiğin Temelleri*, s. 156, 157.

³⁹⁴ Platon, “Sofist”, s. 603-605, 254d-255e.

kendine dilde ifade edilmemektedir. Bu birlik, onu “bir” olarak “gören” ruhun tecrübesinde ortaya çıkmaktadır ki ruhun bunu yapabilmesi de kendinde “Bir” ile tanışık olması sayesinde. Aynı şekilde bu nesnenin, içinde ifade edildiği dilde, üstü kapalı olarak kendisiyle “aynı” olduğu kabul edilmektedir. Zira mantık dilinde, “Ay, Dünya’nın uydusudur” ifadesi “D(a)” şeklinde yazılabilir ki burada a kendisiyle aynıdır ($a=a$). Bu “aynılık” da yine nesnenin kendisinde değil, ruhun tecrübesinde ortaya çıkmaktadır ki bunun da zemini, her türlü nesneyi ve dili aşır buradaki inşaların kendisiyle aynı görünmesini sağlayan “Aynılık” İdeasıdır. Aynı şekilde a’nın başka herhangi bir b nesnesinden farklı olması da ruhun tanışık olduğu Farklılık İdeası ile mümkün olabilir. Bu dediklerimiz, kavramlar altına düşen tüm nesneler ve dolayısıyla tüm sayı kuruluşları için geçerlidir. Mesela altına iki nesne düşen tüm kavramlardan hareketle 2 sayısı, bu kavramların bir özelliği olarak tanımlanmaktadır. Ancak bir kavramın kaplamındaki çokluğun “iki adet nesne” belirlemesini anlayacak olan ruhtur ve bunun da zemini İki İdeasıdır.

Frege’nin mantıkçılık projesini akamete uğratan olayın, “kendi kendine yüklenemeyen kavram” olarak Russell paradoksu olduğunu söylemiştik. Kanaatimizce bu paradoks, dilin, veya muhakemenin (*dianoia*), her şeyi tüketemeyeceğini göstermesi yönünden önemlidir. Zira her “şeyin” dil içinde tanımlanabileceğini söylersek, çelişkiye düşmüş oluyoruz. Bunu *Kratylos* diyalogunda gördüğümüz terminolojiyle ifade edecek olursak, “adlar” bize nesneleri öğretme konusunda başarısız olmaktadır. Dolayısıyla adlar, yani dil sınırlanmış olmakta ve dilin ötesindeki nesnenin önemi kanaatimizce görünür hâle gelmiş olmaktadır.

Dildeki nesnelerin anlamlı birer nesne olarak ortaya çıkmasının, bu anlamı tanışık olduğu İdealar sayesinde veren ruh ile mümkün olduğunu söylemiştik. Ancak 20. yüzyıl başında, matematik felsefesinde, matematiğin temellerine ilişkin bir diğer görüş olan Biçimselcilik düşüncesi, matematiğin aslında hiçbir anlam ifade etmeyen bir disiplin olduğunu ve matematiğin sadece, belli işaretleri belli kurallar aracılığıyla yazıp manipüle etmek olduğunu söylemiştir. Şimdi bu görüşü inceleyelim.

2.1.2. Biçimselcilik

Biçimselcilik, dediğimiz gibi, matematiğin özünde hiçbir anlam içermeyen sembollerin belli kurallarla manipülasyonundan ibaret olduğunu ileri süren bir görüştür. Biçimselcilere göre, Shapiro'nun da belirttiği üzere, matematik bu sembol ve manipülasyon kuralları dışında hiçbir şey ifade etmemektedir.³⁹⁵ Biçimselcilik böylece, Linnebo'nun da belirttiği üzere, matematiği salt sentaktik bir çerçevede ele almış olup felsefi yorumlardan kaçınmayı hedeflemiştir.³⁹⁶ Frege'nin biçimselciliği savunan Thomae'den de alıntılacağı üzere, biçimselciler, bu görüşün matematiği metafiziksel zorluklardan kurtardığını düşünmüşlerdir.³⁹⁷ Literatürde, “terim biçimselciliği”, “oyun biçimselciliği” ve “çıkarımcılık” şeklinde çeşitli biçimselciliklerden söz edilmektedir.³⁹⁸

Terim biçimselciliği, Shapiro ve Çevik'in de belirttiği üzere, matematiğin dilsel semboller hakkında olduğunu ileri süren görüştür ki buna göre matematiksel nesneler, adlarıyla özdeşleştirilmiştir. Mesela 3 doğal sayısı aslında bir sayı değil, “3” karakteridir. $6+2i$ karmaşık sayısı aslında “ $6+2i$ ” şeklindeki sembolü ifade etmektedir.³⁹⁹ Dolayısıyla Shapiro'nun da belirttiği üzere, terim biçimselciliğine göre matematiğin konusunu teşkil eden sayılar, kümeler vs. aslında dilsel sembollerdir ve matematiksel bilgi de bu sembollerin birbirleriyle olan ilişkileri ve manipülasyonlarıdır.⁴⁰⁰ Frege'nin aktardığı üzere Heine, sayıların belli somut işaretler olduğunu söyleyerek, Linnebo'nun da belirttiği üzere, bu görüşü savunmuştur. Böylece Heine, sayıların kendinde var olup olmadığına ilişkin metafiziksel sorundan kaçınmış olmaktadır.⁴⁰¹

Terim biçimselciliğinde, Shapiro ve Çevik'in de belirttiği üzere, tip-sembol ayrımı söz konusudur. Buna göre semboller kağıttaki mürekkep izi veya bilgisayar yazısı gibi fiziksel nesnelerdir; tipler ise sembollerden soyutlanmış olan ve semboller tarafından temsil edilen nesnelerdir. Mesela “ $0 = 0$ ” ifadesinde soldaki “0” ile sağdaki “0” sembol olarak birbirlerinden farklı olmakla beraber bu sembollerin temsil ettiği tip

³⁹⁵ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 140.

³⁹⁶ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 38.

³⁹⁷ Gottlob Frege, “Basic Laws of Arithmetic II”, *Gottlob Frege: Basic Laws of Arithmetic*, çev. ve ed. Philip A. Ebert, Marcus Rossberg ve Crispin Wright, Oxford: Oxford University Press, 2013, s.98.

³⁹⁸ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 40, 44, 48.

³⁹⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 142; Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 78.

⁴⁰⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 142.

⁴⁰¹ Frege, “Basic Laws of Arithmetic II”, s. 97; Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 45.

aynıdır. Bu ifade “0” tipinin kendisiyle aynı olduğunu söylemektedir. Bu açıdan matematik tipler hakkında olmaktadır.⁴⁰²

Linnebo’nun belirttiği üzere, terim biçimselciliği için ortaya çıkan bir sorun, dil ile işaretler arasındaki farktır. Mesela “=” sembolü, her iki yanındaki sembollerin aynı nesneye işaret ettiği anlamına geliyorsa, bu durumda terim biçimselciliğine göre, mesela “ $2+2=4$ ” ifadesi için, eşitliğin iki yanındaki semboller ve bunların temsil ettiği tipler, yani “ $2+2$ ” ve “4”, aynı olmamasına rağmen bu ifade doğru olmaktadır. Buna göre aritmetik dili ile fiziksel işaretler arasında bir fark ortaya çıkmaktadır.⁴⁰³

Terim biçimselciliği açısından bir diğer sorun, Shapiro ve Çevik’in de belirttiği üzere, reel sayılardır. Çevik’in belirttiği üzere sayılamaz sonsuz kadar reel sayı olmakla beraber sayılabilir sonsuz kadar ad vardır. Dolayısıyla tüm reel sayıların bir isimle özdeşleştirilmesi söz konusu olamaz.⁴⁰⁴ Linnebo da sonsuz sayıda sayıyı temsil edecek sonsuz sayıda sembol bulamayacağımızı söylemiştir ki, döneminde biçimselci anlayışa açık bir şekilde karşı olan Frege de bu durumu, sonsuz uzunlukta bir kara tahta ve tebeşire sahip olmadığımızı ifade ederek belirtmiştir.⁴⁰⁵ Aynı şekilde Shapiro da bir terim biçimselcisinin π sayısını “ π ” sembolüyle özdeşirmesinin sorunlu olduğunu belirtmiştir. Zira π sayısının açılımı tamamlanmış bir dilsel sembol değildir ve sonsuza dek sürmektedir.⁴⁰⁶ Dolayısıyla sayıların somut sembolik temsillerinin bizzat sayıların kendileri olduğunu söyleyen terim biçimselcileri açısından, somut bir şekilde temsil edilemedikleri hâlde var reel sayılar bir problem olarak durmaktadır.

Biçimselciliğin bir diğer versiyonu ise oyun biçimselciliğidir. Shapiro ve Çevik’in belirttiği üzere, oyun biçimselciliğine göre matematik, dilsel sembollerle, belli kurallara göre oynanan bir oyun gibidir. Bu görüşe göre matematiğin satranç oyunundan bir farkı yoktur. Nasıl ki satrançta şah ile kale arasında hiçbir taş yokken, bu taşlardan hiçbirisi daha önce oynatılmamışken ve rakip oyuncu şah çekmiyorken “rok” hamlesi yapılabilirse, matematikte de mesela “ $x + 2 = 10$ ” verilmişse “ $x = 8$ ” yazılabilir.⁴⁰⁷ Shapiro’nun belirttiği üzere kimi radikal biçimselciler, bu sembollerin hiçbir anlam ifade etmediğini ve dolayısıyla matematikte doğru veya yanlış

⁴⁰² Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 142, 143; Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 78.

⁴⁰³ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 46, 47; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 143.

⁴⁰⁴ Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 78.

⁴⁰⁵ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 47; Frege, “Basic Laws of Arithmetic II”, s. 127.

⁴⁰⁶ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 144.

⁴⁰⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 144; Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 79.

önergelerden söz edemeyeceğinizi söylerken, daha ılımlı biçimselciler bu sembollerin yorumlanarak anlam kazanabileceğini, ama bunun matematik pratiği açısından önemsiz olduğunu söylemişlerdir.⁴⁰⁸

Oyun biçimselciliğine göre, Shapiro'nun da belirttiği üzere, matematiğin aslında bir konusu yoktur. Çünkü sayılar, kümeler vs. yoktur. Matematiksel bilgi sadece sembollerle oynanan oyunun kurallarının bilgisidir. Yani, terim biçimselciliğinin aksine, burada aslında sembollerin temsil ettiği şeyler de yoktur. “2” sembolü 2'yi sembolize etmemektedir, çünkü 2 diye bir şey yoktur. Burada önemli olan sadece sembollerin oyun içindeki rolleridir.⁴⁰⁹

Oyun biçimselciliğinin karşılaştığı en büyük sorun, Shapiro'nun da belirttiği üzere, onların bu “anlamsız matematik oyununun” nasıl fiziksel dünyayı açıklamaya çalışan diğer bilimler için kullanışlı olduğunu açıklama konusunda güçlük çekmeleridir. Mesela satranç oyununun dünyaya herhangi bir uygulaması söz konusu değilken, matematik, dünyaya uygulanabilmektedir.⁴¹⁰ Biçimselciliğin matematiği anlam ve düşünce içeriğinden arındırmasını eleştiren Frege de matematiğin dünyaya yönelik uygulamasının olmasının sebebinin, matematiğin, biçimselcilerin iddia ettiğinin aksine, anlam ve düşünce içermesi olduğunu ifade etmiştir. Frege'ye göre satrancın uygulamasının olmamasının sebebi gerçekten de onun düşünce içeriğine sahip olamamasıdır. Ancak aritmetiğin dünyaya uygulanabilmesi tesadüf değildir, çünkü aritmetik anlamlıdır ve düşünce içeriğine sahiptir ki bu nedenle uygulama imkânı da olmaktadır. Bu durum Frege'ye göre, aritmetiği bir oyun olmaktan çıkarıp onun bir bilim olmasını sağlamaktadır.⁴¹¹

Oyun biçimselciliği açısından, bir diğer sorun olarak, Linnebo'nun da belirttiği üzere, matematiğin dilinin anlamlı görünmesini söyleyebiliriz. Buna göre aritmetiksel bir cümle okunduğu zaman onun ne söylediği anlaşılmaktadır. Aynı şekilde, Linnebo'nun belirttiği üzere, bu durum aritmetiğin Peano ve Dedekind tarafından 1880'lerde aksiyomatikleştirilmesinden önceki durumunda da açıkça görülmektedir. Zira bu yıllarda oyunun kuralları açıkça ortaya konmadan önce de matematiğin anlamlı bir dili vardı. Bu durum, matematiğin biçimselleştirilmeden önce, kurallardan ziyade

⁴⁰⁸ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 144.

⁴⁰⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 145.

⁴¹⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 146, 147.

⁴¹¹ Frege, “Basic Laws of Arithmetic II”, s. 99, 100; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 147.

anlamdan hareketle ilerlediğinin bir göstergesi olabilir. Zaten matematikçiler de bu anlamlardan hareketle biçimsel yapıyı oluşturmuşlardır. Aritmetiğin aksiyomatikleştirilmesinden önceki varlığının nasıl açıklanacağı, oyun biçimselciliği açısından bir problem olarak görülmektedir.⁴¹²

Frege'nin oyun biçimselciliğine yönelttiği bir diğer itiraza göre, aritmetikte yeni işaret ve kuralların bulunması mümkünken, satrançta böyle bir şey mümkün değildir ve her şey baştan belirlenmiştir. Frege'ye göre aritmetikte hiçbir zaman bir "son cümle" olmayabilir, hatta yeni işaretlerin dahil olmasıyla önceden imkânsız olan şeyler mümkün, mümkün olan şeyler imkânsız hâle gelebilir. Frege'ye göre bu, matematiği satrançtan ayıran bir diğer noktadır.⁴¹³

Biçimselciliğin bir diğer versiyonu ise "çıkarımcılıktır". Linnebo'nun belirttiği üzere, çıkarımcılık, "matematiğin, rastgele seçilmiş aksiyomlardan yorumlanmamış biçimsel bir dille yapılan çıkarımsal sonuçların incelenmesi olduğunu ileri süren görüştür".⁴¹⁴ Çıkarımcılığa göre aksiyomların seçilmesinde tam bir serbestlik olmakla beraber, teorem elde etmek için aksiyomlardan yapılan çıkarımların geçerli olmaları gerekir.⁴¹⁵ Bu açıdan, Shapiro ve Çevik'in de belirttiği üzere, bir çıkarımcı, bir oyun biçimselcisinden farklı olarak, Frege'nin çıkarımların bir doğruluğa sahip olduğu fikrini kabul etmekle beraber bu aksiyomların rastgele ve yorumlanmamış olarak kabul edilmesini ister. Yani çıkarımlar geçerli olmalıdır, ama anlamlı olmak zorunda değildir. Bir matematikçi isterse bu aksiyomları yorumlayıp anlam atfedebilir. Yani çıkarımcılıkta önemli olan yorumlardan ziyade çıkarımların "geçerliliğidir". Çıkarımcılığa göre bir çıkarım zinciri geçerliyse bu tüm matematiksel ve fiziksel yorumlar altında doğrudur. İşte bu sayede çıkarımcılık, biçimselciliğe yöneltilen "uygulama" sorununu çözmektedir. Buna göre aksiyomları doğru yapan yorumların bulunmasıyla matematiğin uygulanması mümkün olmaktadır. Matematik sadece neyin neyden çıktığının bilgisidir, bunun dışında matematik bir şey hakkında değildir.⁴¹⁶ Yani Linnebo'nun da belirttiği üzere, bu anlayışta matematiksel bir teorem, soyut bir biçimsel yapıyı temsil etmektedir ve bu yapının matematikte veya fizikte özellenmesi

⁴¹² Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 40, 41.

⁴¹³ Frege, "Basic Laws of Arithmetic II", s. 102.

⁴¹⁴ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 48.

⁴¹⁵ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 48.

⁴¹⁶ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 149, 150; Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 80.

mümkündür.⁴¹⁷ Dolayısıyla çıkarımcı anlayışa göre matematik, soyut biçimsel sistemlerden, yani belli anlamsız aksiyomlardan ve bunlardan yapılacak çıkarım kurallarından ibaret olmaktadır. Biçimsel sistemleri üçüncü bölümde daha detaylı inceleyeceğiz.

Shapiro'nun belirttiğine göre, çıkarımcılıkta “ve”, “ise”, “tüm”, “en az bir” gibi mantıksal terimler ile “sayı”, “küme”, “doğru”, “düzlem” gibi mantıkî olmayan matematiksel terimler birbirinden ayrılır. İşte burada mantıksal terimler normal anlamıyla alınırken mantıkî olmayan terimler yorumlanmamış nesneler olarak alınır.⁴¹⁸ Mesela, Linnebo'nun da belirttiği üzere, çıkarımcı bir fikri savunan Hilbert, Öklid geometrisinin aksiyomatik bir şekilde biçimselleştirmek istemiş ve burada “nokta”, “doğru”, “düzlem” gibi terimleri sadece sezgiye yardımcı olması için kullanmış ve bu terimlerin yerine “masa”, “sandalye”, “şişe” gibi terimlerin de kullanılabileceğini belirtmiştir.⁴¹⁹ Yani Hilbert'e göre bu terimler aslında anlamsız, yoruma açık “kelimelerden” ibarettir ve geometri aksiyomları da bunlar arasındaki ilişkileri bildirmektedir.⁴²⁰

David Hilbert, Shapiro ve Linnebo'nun da belirttiği üzere, matematiğin temellerine dair krizleri biçimselci bir bakış açısıyla çözmek için, çözmek için terim biçimselciliği, oyun biçimselciliği ve çıkarımcılığın çeşitli yönlerini birleştirerek “Hilbert programını” ortaya atmıştır.⁴²¹ Hilbert, kuramının amacının “matematiksel metotların kesinliğini temelden sağlamak” olduğunu belirtmiştir.⁴²² Burada Hilbert, özellikle sonsuzluk ve küme kuramı temellerindeki bazı paradokslardan kurtulmak istemektedir. Bu amaçla Hilbert, tanım ve çıkarım yöntemlerini “dikkatlice inceleyerek” kullanmak ve paradoksların sadece dikkatsizlikten kaynaklandığını ortaya koyarak matematiğin kesinliğini sağlamak istemiştir.⁴²³ Hilbert burada, Shapiro'nun da belirttiği

⁴¹⁷ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 52.

⁴¹⁸ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 149, 150.

⁴¹⁹ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 51.

⁴²⁰ David Hilbert, *The Foundations of Geometry*, çev. E. J. Townsend, LaSalle: The Open Court Publishing Company, 1950, s. 2; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 151, 152.

⁴²¹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 158; Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 56.

⁴²² David Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, *Matematik felsefesi*, 2. baskı, ed. Bekir S. Gür, çev. Halim Güner, Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 119.

⁴²³ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 128.

üzere, matematiğin tüm branşlarını net bir şekilde biçimselleştirmek ve onların tutarlılığını temin etmek istemektedir.⁴²⁴

Hilbert burada, Linnebo'nun belirttiği üzere, matematiği, sonlu matematik ve sonsuz matematik şeklinde ikiye ayırmıştır. Sonlu matematik, somut sentaktik işaretleri belirtmektedir ve bunlar bir tür görüşle bilinir. Bu açıdan sonlu matematik, terim biçimselciliğine yaklaşmaktadır. Sonsuz matematik ise tamamen biçimsel ve ideal olarak matematiğin tüm sonsuz yapısını kapsayan soyut bir yapıdır ki bu da oyun biçimselciliğine benzemektedir.⁴²⁵

Hilbert, sonlu matematik olarak, somut mantıksal çıkarımın zorunlu olduğunu belirtmiş, ancak sonsuz matematikteki “sonsuz sayıda nesne” gibi keyfî soyut tanımların bizi aldattığını ileri sürmüştür. Ona göre somut mantıksal çıkarımın bu soyut tanımlara uygulanması yanlıştır. Bu şekilde Hilbert, matematikle mantığı ayırt ettiğini belirtmiş ve böylece matematiğin tamamen mantığa indirgenemeyeceğini söyleyerek Frege'nin projesinin baştan başarısız olduğunu ileri sürmüştür.⁴²⁶

Hilbert'e göre mantıksal çıkarım için, bütün düşüncelere öncel olarak sezilen ve mantıksal olmayan bazı nesneler verili olmalıdır. Bu nesneler, kesin ve sınırlanmış olarak sıralı ve somut bir şekilde görülmeli ve başka bir şeye indirgenmemelidir. Ona göre “[m]atematiğin konusu, bu kurama uygun olarak, yapıları dolaysız olarak açık ve tanınabilir somut sembollerin kendileridir”.⁴²⁷ Bu şekilde Hilbert, kendini baştan ontolojik olarak bir somut semboller kümesine bağlamış olmakta ve bunları ön varsaymaktadır. Kısacası Hilbert'e göre insan düşünce ve akıl yürütmesi, görüsel bazı belli sembolere ve kurallara dayanmaktadır ki sonlu matematik de buradan elde edilmektedir.⁴²⁸

Hilbert, bu şekilde sonlu sayı kuramının, sezgisel ve somut sayısal yapılardan inşa edildiğini belirtmiştir. Ona göre, sayı kuramında “1”, “11”, “111”, “1111” gibi, görüsel olarak tanınabilecek sayısal semboller bulunmaktadır ve bunlar kendi içlerinde bir anlam taşımamaktadır. Ancak bu sembollerin yanında anlamlı olan ve iletişimi sağlayan başka semboller de kullanılmaktadır. Mesela “11” sembolü için “2” sembolü;

⁴²⁴ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 159.

⁴²⁵ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 56, 57.

⁴²⁶ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 129.

⁴²⁷ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 129.

⁴²⁸ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 162.

“111” sembolü için “3” sembolü kısaltma olarak kullanılmaktadır, bunun yanında $+$, $=$, $>$ gibi semboller de kullanılmaktadır. Mesela “ $3>2$ ” ifadesi, “111” sembolünün “11” sembolünden uzun olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla matematik sadece sayılara indirgenememektedir.⁴²⁹ İşte Shapiro’nun da belirttiği üzere Hilbert, bu sonlu matematiğin nesnelerin görüsel, anlamlı ve somut olduğunu ileri sürmüştür.⁴³⁰

Bununla beraber, Hilbert, görüsel sonlu matematiğin uygulanamadığı örneklerden hareket ederek sonsuz ve ideal matematiğe geçiş yapmak istemiştir. Burada Shapiro’nun verdiği örnekten hareket ederek şu iki cümleyi verelim: (1) Öyle bir p sayısı vardır ki, bu sayı 100’den büyük ve $101!+2$ ’den küçüktür ve asaldır. (2) Öyle bir p sayısı vardır ki bu sayı 100’den büyüktür ve hem p hem de $p+2$ asaldır. İşte burada (1) cümlesinde bağlı bir niceleme söz konusudur. Zira $101!+2$ ’den küçük olan doğal sayılar üzerine niceleme yapılmaktadır. Ancak (2) cümlesinde 100’den büyük tüm doğal sayılar üzerine sınırsız bir şekilde niceleme yapılmaktadır. İşte bu sonsuz çokluk üzerine yapılan nicelemeye bağlı olmayan niceleme denilmektedir. Dolayısıyla (1) cümlesi sonlu bir cümle olurken; (2) cümlesi sonsuz olmaktadır. Sonlu aritmetik (2) cümlesine uygulanamamaktadır.⁴³¹ Bunun yanında Hilbert, sonlu aritmetiğe a , b , c gibi harfleri de ekleyerek, Shapiro’nun da belirttiği üzere genellik belirten cümleleri tanıtmak istemiştir. Mesela “ $a + b = b + a$ ” ifadesi, $a + b$ sembolünün uzunluğuyla $b + a$ sembolünün uzunluğunun aynı olduğunu ileri süren genel bir ifade olmaktadır.⁴³² Bununla beraber Hilbert, bu genel ifadelerin olumsuzlanmasının sonlu perspektiften yapılamayacağını ve bu olumsuzlukların sonsuzluğa sebep olduğunu belirtmiştir. Yani mesela $a + 1 \neq 1 + a$ ifadesi, Linnebo’nun da belirttiği üzere, “ $\forall x \sim Fx$ ” şeklinde tümel niceleyicili bir ifade olmaktadır ki bu nedenle sonsuz bir niceleme olmaktadır.⁴³³

Hilbert, bunlardan yola çıkarak sadece sonlu ifadeler alanı içinde kalmanın matematik için çok zor olacağını belirtmiştir. Aynı şekilde, yukarıda görüldüğü üzere, olumsuzlamaların sonlu alan içinde yapılamaması nedeniyle, Aristoteles’in mantık yasalarından biri olan “üçüncü hâlin imkânsızlığı” ilkesini de kullanılamaz hâle getirmektedir ki Hilbert’e göre bu matematik için kabul edilemez bir şeydir. Ona göre

⁴²⁹ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 130.

⁴³⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 159.

⁴³¹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 159.

⁴³² Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 131; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 160.

⁴³³ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 132; Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 66, 67.

matematikte genel ifadelerin olumsuzlanmasından ve üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesinden asla vazgeçilemez.⁴³⁴ İşte Hilbert bu sorunu çözmek ve sonsuz matematik üzerinde işlem yapabilmek için “ideal elemanlar” kuramını ortaya atmıştır. Genel ifadelerin olumsuzlanması ve üçüncü hâlin imkânsızlığı gibi Aristoteles mantığının temel kurallarını korumak için, “sonlucu ifadeleri ideal ifadeler ile beslemeliyiz” diyen Hilbert, matematikçilerin de bu tür durumlarda ideal elemanlara başvurabildiğini söylemiş ve bazı denklemlerin çözümü için karesi -1 olan i sayısını ortaya atmalarını örnek olarak vermiştir.⁴³⁵

Hilbert’e göre “ $a + b = b + a$ ” şeklindeki genel ifadeler, görüsel somut nesneler değil, biçimsel yapılardır. Gerek bu ifade, gerekse a , b , $+$, $=$ gibi semboller kendi başlarına bir şey ifade etmemekte, ancak “sonlu ifadelerin iletişimi” olarak yorumlanması halinde anlam yüklenen diğer ifadeler, ispat kurallarına uyulması şartıyla çıkarılabilir. Mesela $a + b = b + a$ ifadesi, $2+3=3+2$ şeklinde değiştirilebilir. Dolayısıyla Hilbert, ideal ifadelerin kendi içlerinde hiçbir anlam ifade etmediğini, ancak bunların, sonlu ifadeler hakkında olduğu şeklinde yorumlanması halinde anlamlı başka formüllerin çıkarılabileceğini söylemiştir. Bu şekilde Hilbert matematikteki formülleri ikiye ayırmıştır: “Birincisi, sonlucu ifadelerin anlamlı iletişimlerine karşılık gelen formüller ve ikincisi, hiçbir şey belirtmeyen diğer formüller; ki bunlar *kuramımızın ideal yapılarıdır*”.⁴³⁶ Shapiro’nun da belirttiği üzere bu ideal yapılar, matematiğin tüm branşlarını kapsayan ideal matematik olmaktadır. İdeal matematik, oyun biçimselciliğine benzemekte, yani belli dilsel karakterlerin sentaktik kurallarla çıkarımlarından ibaret olmaktadır.⁴³⁷

Hilbert “ $3>2$ ”, “ $2+3=3+2$ ”, “ $2=3$ ” gibi sonlu ifadelerin görüyle doğrudan anlaşılabilirliğini, bunların doğru veya yanlış olarak değerlendirilebileceğini ve Aristoteles mantığının bunlara uygulanabileceğini söylemiştir. Ancak hem sonlu ifadelerdeki sorunları çözmek, hem de mantık kurallarının evrensel geçerliliği için ortaya konan ideal ifadeler, hiçbir anlam ifade etmeyen formüllerdir ve bu nedenle onlara mantıksal işlemler uygulanamamaktadır. Dolayısıyla Hilbert, bu ifadelerin

⁴³⁴ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 133; David Hilbert, “Matematiğin Temelleri”, *Matematik Felsefesi*, 2. baskı, ed. Bekir S. Gür, çev. Cezmi Kayan, Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 152.

⁴³⁵ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 133-135.

⁴³⁶ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 135.

⁴³⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 162, 163.

biçimselleştirilmeleri gerektiğini söylemiştir. İşte Hilbert bu biçimselleştirme için gerekli olan “mantıksal kalkülün” kendisinden önce geliştirilmiş olduğunu söylemiştir.⁴³⁸ Shapiro’nun da belirttiği üzere, bu, Frege gibi mantıkçılar tarafından geliştirilen modern mantıktır.⁴³⁹ Hilbert bu kalkülün, kendi düşüncesinden çok farklı olarak, iletişim için geliştirildiğini, ancak kendisinin bu kalkülü anlamsız ideal ifadeler olarak kabul ettiğini söylemiştir. Bu kalkül, matematiksel ifadeleri sembollere ve formüllere dönüştürmekte ve bu sayede çıkarımları biçimselleştirmektedir. Bu şekilde anlamdan soyutlanmış bir matematiksel ve mantıksal bir formüller kümesi elde edilmektedir. Aynı şekilde somut çıkarım kuralları da biçimselleştirilerek, görüsel anlamlarından bağımsızlaştırılmakta ve saf bir ilişkiler sistemi haline gelmektedir.⁴⁴⁰ Bu şekilde Hilbert, matematiği anlamdan arındırılmış, somut bir biçimsel sistem haline getirmek istemiştir ki bu yapı, sadece aksiyom ve çıkarım kurallarıyla işleyen bir ispat prosedürü olmaktadır.

Hilbert, kuramının tamamlanması için gereken son şartın, tutarlılık ispatı olduğunu söylemiştir. Hilbert’e göre tutarlılık, eski sonlu yapılara eklenmiş olan ideal yapıların çıkarılması halinde, elde edilen ilişkilerin eski yapılarda geçerliliğini sürdürmesi, yani eski yapılarda bir çelişkiye rastlanılmaması durumudur. Bu durumda kuram tutarlıdır ve meşru olmuş olur. Yani tutarlılık, aksiyomlardan, çıkarım kurallarıyla yapılan kanıtlamalarda, “ $1 \neq 1$ ” gibi bir çelişkinin bir tamdeyim olarak çıkmadığının ispatlanmasıyla elde edilir.⁴⁴¹ Hilbert’e göre biçimsel bir ispat, “sayısal bir sembol gibi, somut ve görülebilir bir nesnedir”.⁴⁴² Bu nedenle tutarlılık ispatının verilmesi de, ideal ifadeleri somut olarak temellendirmektedir. Yani Hilbert, tutarlılık ispatının, sonlu aritmetik kapsamında verilmesini istemektedir. Geometri ve fizik kuramlarının tutarlılığının, aritmetik aksiyomların tutarlılığına indirgenerek sağlanabileceğini söyleyen Hilbert, aynı metodun aritmetiğin kendi tutarlılığını veremeyeceğini söylemiştir. İşte ona göre ideal elemanların biçimselleştirilmesiyle

⁴³⁸ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 136.

⁴³⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 163.

⁴⁴⁰ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 136, 137.

⁴⁴¹ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 139.

⁴⁴² Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 140.

sağlanan ispat kuramı, bu tutarlılığı da sağlayacak ve dolayısıyla matematiğin de kesinliğini garantileyecektir.⁴⁴³

Hilbert programı, Linnebo'nun da belirttiği üzere, matematiği Platoncu soyut nesnelere başvurmaksızın temellendirmek için büyük bir fırsat sunmaktadır. Zira bu programda Platonculuğa bağlanan sonsuz teorilerin metotları, tutarlılık kanıtı şeklinde, sonlu matematik içinde verilmektedir. Yani Platoncu fikirler sunarmış gibi gözükten ideal matematiğin tutarlılığı, anlamlı ve sezgisel sonlu bir kanıtla temellendirilecektir.⁴⁴⁴ Hilbert de Frege gibi mantıkçıların dediğin aksine, bilimsel bilgi için mantığın tek başına yeterli olmadığını ve görüsel sonlu nesnelerin bu bilgi için şart olduğunu söylemiştir: “Sonsuzun kullanıldığı işlemlerde kesinlik, sadece sonlu ile yapılabilir”.⁴⁴⁵ Dolayısıyla, Hilbert programı, Shapiro'nun da belirttiği üzere, biçimselleştirilmiş matematiksel teorilere sonlu tutarlılık kanıtı aramaktadır. Yani ideal bir matematik teorisini meşrulaştırmak için, bu teori önce biçimselleştirilmeli, sonra sonlu aritmetik içerisinde bu teorinin tutarlı olduğu ispatlanmalıdır.⁴⁴⁶

Von Neumann, Hilbert programını şu dört aşamada özetlemiştir:

(1) Semboller: Matematik ve mantıkta kullanılan tüm sembollerin, yani “ $\rightarrow$ ” ve “ $\sim$ ” gibi “İksel sembollerin” bir listesini çıkarmak.

(2) Anlamlı formüller: İksel sembollerin, klasik matematikte “anlamlı” olacak şekilde cümleler oluşturmasını sağlayan tüm kombinasyonlarını karakterize ederek, “tamdeyimler” oluşturma. Burada “anlamlılık” ile kast edilen “doğruluk” değildir. Yani “ $1+1=2$ ” ve “ $1+1=1$ ” ifadelerinin her ikisi de, biri doğru biri yanlış olmakla beraber, anlamlıdır. Ama “ $1++=\rightarrow$ ” ifadesi anlamsızdır.

(3) Kanıtlama: Klasik matematikteki “kanıtlanabilir” önermelere karşılık gelen tüm formülleri inşa etmemizi sağlayacak bir inşa prosedürü ortaya koymak.

(4) “Klasik matematiğin cümlelerine karşılık gelen ve sonlu aritmetiksel metotlarla kontrol edilebilen bu formüllerin (3)’te anlatılan yolla inşa edilebilir

⁴⁴³ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 140; Hilbert, “Matematiğin Temelleri”, s. 153.

⁴⁴⁴ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 70.

⁴⁴⁵ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 142.

⁴⁴⁶ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 164, 165.

olduğunu, ancak ve ancak, ilgili cümlelerin kontrolünün onun doğru olduğunu gösteriyorsa” olduğunu sonlu bir şekilde göstermek.⁴⁴⁷

Burada, Shapiro ve Çevik’in de belirttiği üzere, matematiğin biçimselleşmesini ön gören ilk üç aşama başarılı olurken, son aşama başarısız olmuştur. Bunun sebebi Kurt Gödel’in “tamamlanamazlık teoremleridir”.⁴⁴⁸ Tamamlanamazlık teoremlerini çalışmamızın üçüncü bölümünde daha detaylı olarak ele alıp bu teoremlere Platoncu metafizik açısından bir yorum getirmeye çalışacağız. Ancak şimdilik bu teoremlerin Hilbert programını neden başarısızlığa uğrattığını vermekle yetineceğiz. Nagel ve Newman ile Shapiro’nun da belirttiği üzere, Gödel, tutarlı olduğu varsayılan bir T biçimsel dili içerisinde, şu sonlu G tamdeyimini biçimsel olarak inşa etmiştir: “G formülü, T kuralları içerisinde kanıtlanamaz”. Bunun yanında Gödel şunu da kanıtlamıştır ki, G, ancak ve ancak, $\sim G$ de kanıtlanabilir ise kanıtlanabilirdir. Eğer bir formülün hem kendisi hem de olumsuzlanması kanıtlanabilirse o zaman bu T’nin tutarsız olduğu anlamına gelir. Dolayısıyla eğer T tutarlı ise bu durumda G, T içinde, biçimsel olarak kanıtlanamaz, yani “karar verilemez” bir formül olmaktadır. Ancak G, tam da G’nin kanıtlanamayacağını söylemektedir ki bu nedenle G doğru olmaktadır. İşte bu Gödel’in “birinci tamamlanamazlık teoremidir” ve bu teorem T’nin “eksik” olduğunu, yani T’nin sistemin tüm doğru önermelerini kanıtlayamadığını söylemektedir. Hatta Gödel, G ifadesini bir aksiyom olarak T’ye eklese bile, yine T içinde karar verilemez bir G’ ifadesini de kurabileceğimizi göstermiştir ve bu durum sonsuza dek sürmektedir. Dolayısıyla, Nagel ve Newman’ın da belirttiği üzere, T dili “özünde eksik” olmaktadır. Bu teorem, tüm matematiği kapsayacak bir biçimsel dil oluşturma projesini yıkmış olmaktadır.⁴⁴⁹

Bunun da ötesinde Gödel, Nagel ve Newman ile Shapiro’nun da belirttiği üzere, T içerisinde “T tutarlıdır” diyen bir A cümlesini de inşa ederek “ $A \rightarrow G$ ” olduğunu göstermiştir. Bu ifade, “eğer T tutarlı ise, G, T içinde kanıtlanabilir değildir” demektir. Burada A’nın doğru olduğunu varsayarsak, bu durumda T tutarlıdır ve onun içinde G üretilebilir olmaktadır ki bu birinci tamamlanamazlık teoremiyle çelişmektedir.

⁴⁴⁷ Johann von Neumann, “The Formalist Foundations of Mathematics”, *Philosophy of Mathematics*, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, 2. baskı, Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 63.

⁴⁴⁸ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 165; Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 84.

⁴⁴⁹ Ernest Nagel ve James R. Newman, *Gödel Kanıtlaması*, çev. Bülent Gözkan, 3. baskı, İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınevi, 2010, s., 103, 104; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 166.

Dolayısıyla eğer T tutarlı ise, T içerisinde T'nin tutarlı olduğunu söyleyen A cümlesi kanıtlanamamaktadır. Yani T'nin tutarlılığı, T'nin kendi içerisinde biçimsel olarak kanıtlanamamaktadır. İşte bu da Gödel'in "ikinci tamamlanamazlık teoremidir". Buna göre hiçbir biçimsel dil, kendisinin tutarlılığını kendi içerisinde sonlu bir şekilde kanıtlayamamaktadır.⁴⁵⁰ Bu durum, Linnebo ve Çevik'in de belirttiği üzere, Hilbert programının başarısız olması anlamına gelmektedir.⁴⁵¹ Sonlu bir aritmetik dili, kendi tutarlılığını, sonlu bir şekilde ispatlayamamaktadır. Dolayısıyla Hilbert'in istediği sonlu tutarlılık kanıtı hiçbir zaman verilemeyecektir.

Gödel'in tamamlanamazlık teoremlerinin ardından, Shapiro'nun da belirttiği üzere, biçimselcilik büyük ölçüde terk edilmiş olmakla beraber, Haskell Curry gibi biçimselciliği savunanlar da olmuştur.⁴⁵² Curry, matematiğin her türlü metafiziksel varsayımlardan, yani Platoncu veya bir sonraki alt bölümde göreceğimiz görüselci varsayımlardan bağımsız olarak nesnel bir bilim olarak ele alınmasını istemiştir.⁴⁵³

Curry'nin biçimselci anlayışına göre, matematik bir biçimsel sistemler bilimidir ve biçimsel bir sistem, bir uzlaşımlar kümesidir. Curry bu kümeye "ilksel çerçeve" demiştir. Bu çerçeve, bir teorinin nesneleri olan terimleri, bu terimlerle ilgili önermelerin kurulumunu ve bu önermelerin hangilerinin doğru olduğunu belirtmektedir. Curry, bu ilksel terimlerin nihai doğasını vermeksizin bir listesinin verildiğini, ardından aksiyomlar olarak ilksel önermelerle başlanıp, çeşitli kurallarla daha ileri teoremlerin üretildiğini söylemiştir. Curry'e göre buradaki terim ve işlemler, somut değil, soyut nesne ve kavramlar olmaktadır.⁴⁵⁴ Bununla beraber, Curry, matematiğin sadece temel önermelerden yapılan çıkarımlarla sınırlanmayacağını; bunun yanında ilksel çerçevesi tarafından tanımlanmış bir sistemin de bir bütün olarak ele alınabileceğini ve böylece meta-teorik önermeler üretilebileceğini de söylemiştir. Dolayısıyla matematik, ilksel ve meta-teorik olmak üzere, bir biçimsel sistemin kendisinin veya sistemler kümesinin bilimi olmaktadır. Curry, meta-teorik önermelerin de matematiğe dahil edilmesiyle, Gödel'in tamamlanamazlık teoremleri üzerinden biçimselciliğe yapılan itirazlara da

⁴⁵⁰ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 94; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 166, 167.

⁴⁵¹ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 71; Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 85.

⁴⁵² Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 168.

⁴⁵³ Haskell B. Curry, "Remarks on the Definition and Nature of Mathematics", *Philosophy of Mathematics*, 2. baskı, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 202, 203.

⁴⁵⁴ Curry, "Remarks", s. 203, 204.

cevap verilebileceğini söylemiştir.⁴⁵⁵ Zira Curry, Shapiro'nun da belirttiği üzere, matematiği tek bir biçimsel sistemle sınırlamadığı için Gödel'in birinci tamamlanamazlık teoreminden etkilenmemektedir.⁴⁵⁶

Dolayısıyla Curry, Shapiro'nun da belirttiği üzere, matematiksel bir teoremin bir sistem "içindeki" önermeler olarak değil, daha çok bir biçimsel sistem "hakkındaki" önermeler olarak alınabileceğini düşünmektedir. Bu açıdan matematik, aslında meta-matematik (üst-matematik) olmaktadır.⁴⁵⁷ Burada Curry, "kabul edilebilirlik" kavramını ortaya atarak, bu üst-matematikte önemli olan noktanın "doğruluk" değil, doğruluktan farklı bir şey olan kabul edilebilirlik olduğunu söylemiştir. Curry'e göre kabul edilebilirlik, biçimsel sistemler arasında belli bir tanesini kabul etme sebebimiz olmaktadır. Dolayısıyla kabul edilebilirlik amaca göre değişmektedir; zira bir sistem belli bir amacı yerine getirebilirken başka bir amacı yerine getirmeyebilir, mesela fiziksel bir uygulama için belli sistemler tercih edilebilir vs.⁴⁵⁸ Curry'nin bu anlayışının, Shapiro'nun da belirttiği üzere, matematiği çok daha görelî ve pragmatik bir hâle getirmektedir.⁴⁵⁹

Curry, kabul edilebilirlik için şu üç kriteri öne sürmüştür: "(1) Öncüllerin sezgisel kanıtı; (2) tutarlılık (içsel bir kriter); (3) bir bütün olarak teoremin kullanışlılığı".⁴⁶⁰ Shapiro'nun da belirttiği üzere, burada tutarlılık kriteri Hilbert'in dediğinin aksine, teoremin başarısı için muhakkak kanıtlanması gereken bir husus değildir. Zira Curry'e göre tutarlılık kanıtı, kabul edilebilirliğin ne gerekli ne de yeterli şartıdır. Curry, Hilbert'in tutarlılık şartını öne sürmesinin sebebinin onun matematik için a priori bir temellendirme araması olabileceğini söylemiş, ancak tutarlılığın biçimselcilik için zorunlu olmadığını belirtmiştir. Curry'e göre bir tutarlılık kanıtı, bir sistemin kullanışlılığı üzerinde zorunlu olarak etkili olmaz. Aynı şekilde bir teoremin tutarsız olduğunun bulunması da o teoremin tamamen terk edilmesini değil, değiştirilmesini ve düzeltilmesini gerektirir. Curry örnek olarak 18. yüzyıldaki

⁴⁵⁵ Curry, "Remarks", s. 204, 205.

⁴⁵⁶ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 170.

⁴⁵⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 168, 169.

⁴⁵⁸ Curry, "Remarks", s. 205, 206.

⁴⁵⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 169.

⁴⁶⁰ Curry, "Remarks", s. 205.

matematiğin kendi içinde tutarsız olduğunu, ancak bunun neticesinde o yüzyıldaki matematikçilerin dediklerini terk etmediğimizi söylemiştir.⁴⁶¹

Shapiro'nun yorumuna göre, Curry gibi biçimselcilerin fikrini kabul etmemiz hâlinde, 19. yüzyıldan önceki biçimselleşmemiş matematiğin durumu problemli hâle gelmektedir. Aynı şekilde bu, biçimsel olmayan üst-matematiğin durumunu da belirsizleştirmektedir. Bu tarz bir biçimselciliğin kabulü, biçimsel bir şekilde hareket etmeyen matematikçilerin matematik yapmadığını iddia etmek gibi olmaktadır. Yine Shapiro, Frege ve Gödel gibi biçimselcilik karşıtlarının, matematiği tamamen biçimselleştirmenin, matematiğe özsel olan anlamları ortadan kaldırdığını söylediklerini nakletmektedir.⁴⁶²

Özetleyecek olursak, biçimselcilik matematiği anlamsız bir semboller ve türetim kuralları sistemine indirgemeye çalışmakta ve çeşitli sorunlarla karşılaşmaktadır. Terim biçimselciliği, sembollerle matematiksel nesneleri özdeşleştirmekte, ama aynı zamanda “ $2+2=4$ ” gibi örneklerde olduğu gibi farklı sembollerin aynı nesneye işaret etmesi gibi durumlarla karşılaşmaktadır. Yine terim biçimselciliği reel sayılar gibi tamamlanmamış nesneleri açıklama konusunda sorun yaşamaktadır. Oyun biçimselciliği özellikle matematiğin uygulamalarını açıklamada başarısız olmaktadır ki Frege, bunun matematiğin özünde anlamlı olmasından kaynaklandığını düşünmektedir. Çıkarımcılık ise matematiği belli aksiyomlar ve çıkarımlar sistemine indirgemek istemektedir. Çıkarımcılığı temel alan Hilbert'in, matematiğin tüm branşlarını biçimselleştirerek buradaki tüm doğrulukları ve bu biçimsel dizgenin tutarlılığını sonlu bir şekilde biçimsel olarak ispatlamayı amaçlayan programı, Gödel'in tamamlanamazlık teoremleri nedeniyle başarısız olmuştur.

Biçimselci anlayış, matematiği her türlü Platoncu nesne, anlam ve varsayımlardan bağımsız bir şekilde ele almaya çalışmaktadır. Bu açıdan biçimselciliğin ontolojik anlamda Platoncu olmadığını söyleyebiliriz. Ancak konuyu Platoncu metafizik açısından değerlendirecek olursak, biçimselciliğin kendini tıpkı mantıkçılık gibi belli nesnelere bağlamak zorunda olduğunu görmekteyizdir. Ancak bu kez, matematiğin bağlandığı nesneler, işaretler ve çıkarım kuralları olmaktadır. Terim biçimselciliği kendini ontolojik olarak somut tiplere ve soyut sembollere, oyun biçimselciliği kendini

⁴⁶¹ Curry, “Remarks”, s. 205, 206; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 169.

⁴⁶² Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 170.

işaretlere ve manipölasyon kurallarına, çıkarımcılık ise kendini belli aksiyom ve çıkarım kurallarına bağlamaktadır. Hilbert ise, sonlu aritmetiğin görüsel olarak yakalanan bir nesneler kümesine bağlandığını açıkça ifade etmiştir.⁴⁶³ Curry de aynı şekilde kendini, sistemleri oluşturacak ilksel terim ve önermelere bağlamıştır. Ancak tüm bu semboller kümesinin nasıl birer “nesne” olarak kabul edildiği dikkate alınmamıştır. Mesela anlamsız, sembolik bir ifade olan “ $a + b = b + a$ ” önermesini düşünelim. Bu ifade “ $a + b$ ” ile “ $b + a$ ” ifadelerinin aynı olduğunu belirtmektedir. Buradaki “a”, “b”, “=” ve “+” sembolleri, ifadeyi inşa eden nesneler olmaktadır. Ancak bunlar nasıl “nesne” olmaktadır? Kağıttaki veya bilgisayardaki izler olarak düşünürsek, bu semboller aslında çok sayıda birimden oluşmaktadır. Dolayısıyla bir “a” işareti, aslında bir çokluk içermektedir. Bu işaret nasıl oluyor da a tipine işaret eden “bir” sembol olarak tanınmaktadır? Dahası bu işaretlerin her birinin kendisiyle “aynı” olduğu ve diğerlerinden “farklı” olduğu nasıl bilinmektedir? Platoncu metafizik açısından burada “birlik”, “eşitlik”, “aynılık” ve “farklılık” gibi anlamların olduğu görünmektedir. Bu anlamlar ruhun tecrübesinde ortaya çıkmaktadır ki ruhun bunu yapabilmesi de onun bu kendineliklerle önsel olarak tanışık olmasına bağlıdır. Tıpkı *Phaidon* diyalogunda iki eşit görünen ama eşit olmayan nesnenin “Eşitlik İdeasını” hatırlatarak bu İdea üzerinden eşit olarak “anlaşılması” gibi, burada da “a”nın kendisiyle “aynı” ama “b”den “farklı” olduğunun anlaşılması, yine “a” sembolünün tek “bir” a tipini temsil ettiğinin anlaşılması da Aynılık, Farklılık ve Birlik fikirleri üzerinden mümkün olmaktadır. Eğer bir ruh var olmasa ve bu fikirlerle tanışık olmasa, “ $a + b = b + a$ ” ifadesinin bir “ifade” olarak ortaya çıkması da olanaksız olurdu. Çitil’in de ifade ettiği üzere, işaretlerin biçimsel bir nesne olması için bir “özne” gereklidir.⁴⁶⁴ Yine Çitil’e göre, işaretlerin biçimsel nesne belirtmesi için ayrıca, bu işaretlerin “art arda” sıralanmış olması gerekmektedir, ancak bu art ardalık işaretlerin kendisinden gelmemektedir. Çitil’e göre bu art arda sıralama, doğal sayıların sıralaması ile mümkün olmaktadır.⁴⁶⁵ Platon’un sayı anlayışını ele aldığımız kısımda da, Wedberg ve Mohr gibi bazı yorumcuların bu İdeal sayıların bir art ardalıkta sahip olduğunu ileri sürdüklerini görmüştük. Dolayısıyla yukarıdaki örnekte önce “a”, sonra “+”, “sonra “b”

⁴⁶³ Hilbert, “Sonsuz Üzerine”, s. 129.

⁴⁶⁴ Ahmet Ayhan Çitil, *Matematik ve Metafizik*, İstanbul: Alfa Yayınları, 2012, s. 157.

⁴⁶⁵ Çitil, *Matematik ve Metafizik*, s. 157, 159, 161, 162, 170-172.

sembollerinin gelerek bu şekilde bir biçimsel nesnenin oluşturulmasının da ruhun doğal sayıların İdealarının sıralanması fikriyle ön tanışık olması sayesinde mümkün olduğunu söyleyebiliriz.

Biçimselcilik projesine büyük bir darbe vuran, Gödel'in tamamlanamazlık teoremlerinin Platoncu metafizik açısından bir değerlendirmesini üçüncü bölümde sunacağız. Bu alt bölümü bitirmeden önce şunu da belirtelim ki, Güven'in yorumuna göre Hilbert esasında sadece biçimselci değildir. Zira Hilbert, tüm matematiğin temelinde, her türlü mantıksal çıkarımı önceleyen görüsel bir kavrayış olduğunu düşünmektedir ve tüm semboller, aksiyomlar ve çıkarımlar da nihayetinde bu görüsel kavrayışa dayanmaktadır. Hilbert, matematik anlayışını tüm düşünceleri önceleyen, mantıksal olmayan ve başka bir şeye indirgenemeyen görüsel nesnelerin üzerine bina etmektedir. Hilbert'e göre bu nesneler, tüm yönleriyle somut bir "nesne" olarak görülebilmelidir. Hilbert bunu tüm bilimsel düşünce için gerekli görmüştür. Dolayısıyla Güven'e göre Hilbert'in matematiğin çıkış noktası bu somut görüdür ki bu nedenle Hilbert'in matematik anlayışı anlamsız ve içeriksiz bir biçimselcilik olarak nitelendirilemez.⁴⁶⁶ Kanaatimizce Hilbert bu şekilde ele alınsa bile yine Hilbert kendini somut görüsel nesnelere ontolojik olarak bağlamış olmaktadır ki bu durum için de Platoncu metafiziğin bakış açısından yukarıda söylediklerimiz geçerli olmaktadır: Somut nesnelerin kendisiyle "aynı" ve diğer nesnelerden "farklı" "bir" "nesne" olarak görülmesi, ancak bir ruhun tecrübesinde, ruhun bu kendineliklerle (İdealarla) tanışık olması sayesinde mümkündür.

Bu şekilde, matematiğin biçimsel bir dilde inşasının da, tıpkı mantıksal bir dilde inşasında olduğu gibi, ruhun, dili aşan bir nesneyle ön tanışıklığı sayesinde mümkün olduğunu söyleyebiliriz. Yirminci yüzyılın ilk yarısında, mantıkçılık ve biçimselcilikten farklı olarak ortaya çıkmış olan üçüncü bir yaklaşım, matematiğin özünde dilsel sistemlere indirgenemeyeceğini ve dolayısıyla aslında, Shapiro'nun da belirttiği üzere "informel" olduğunu iddia eden ve matematiğin kaynağının zihin olduğunu ileri süren görüselcilik (inşacılık) düşüncesini inceleyelim.⁴⁶⁷

⁴⁶⁶ Özgüç Güven, "Hilbert, Matematiğin Temelleri ve Görü", *Felsefe Arkivi* 52 (2020): 114, 115, 145-148.

⁴⁶⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 170; Gür, "Giriş", s. 45, 46.

2.1.3. Görüselcilik (İnşacılık)

Matematik felsefesinde görüselcilik düşüncesinin kurucusu kabul edilen L. E. J. Brouwer, görüselciliği, matematiğin kesinliğinin zeminliği tartışmasında, biçimselciliğin karşısında konumlandırmıştır. Brouwer'a göre biçimselciler, bu kesinliğin zeminin “kağıtta” olduğunu söylerken, görüselciler, bunun “insan zihninde” olduğunu söylemektedir.⁴⁶⁸ Brouwer, teoremlerin mantıksal çıkarımlarda değil, içsel inşa ile türetilmesi işine “görüselci matematik” dendiğini belirtmiştir.⁴⁶⁹ Bunun karşısındaki matematik ise “klasik matematik” olarak adlandırılmaktadır.

Brouwer, görüselcilik düşüncesinin kökenlerini Immanuel Kant'a dayandırmıştır. Kant'ın zaman ve uzayın, insan zihninin saf kavrayış formları olduğunu ileri süren fikri, Brouwer'ın da belirttiği üzere aritmetik ve geometrinin de temeli olmaktadır.⁴⁷⁰ 19. yüzyılda matematik alanındaki gelişmelerin, matematiği içerikten bağımsızlaştırıp biçimselleştirerek, Kantçı matematik anlayışını zayıflattığını belirten Brouwer, Kantçı matematik anlayışına asıl darbeyi Öklidçi-olmayan geometrilerin ortaya çıkışının vurduğunu ileri sürmüştür. Buna göre farklı aksiyomlardan tutarlı bir şekilde oluşturulabilen farklı geometriler, bizim uzay tecrübemizi kesin olarak yansıtabilecek aslî bir geometrinin imkânını ortadan kaldırmıştır.⁴⁷¹

Bununla beraber Brouwer, bu gelişmelerin sonunda zayıflayan görüselciliğin, Kant'ın uzayın a priori'liği fikrinin terk edilip yerine sadece zamanın a priori'liği fikrinin benimsenerek kurtarılabileceğini belirtmiştir.⁴⁷² Brouwer'ın bu anlayışına göre biz, Shapiro'nun da yorumunda belirttiği üzere, ayırık zaman algılarına sahibizdir. Her bir an, tek başına bir birlik olarak algılanmakla beraber, aynı zamanda yeni bir anı da doğurmaktadır. Brouwer, “iki-birliğin görüsü” dediği bu fenomenin, matematiğin en temel sezgisi olduğunu belirtmiştir. Buna göre her bir anın görüsü bir yenisini doğurmakta, ikinci an da üçüncüsünü doğurmakta ve bu sınırsızca tekrarlanarak doğal

⁴⁶⁸ L. E. J. Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, *Philosophy of Mathematics*, 2. baskı, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 78.

⁴⁶⁹ L. E. J. Brouwer, “Consciousness, Philosophy, and Mathematics”, *Philosophy of Mathematics*, 2. baskı, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 90.

⁴⁷⁰ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 78.

⁴⁷¹ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 79, 80.

⁴⁷² Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 80.

sayıları oluşturmaktadır.⁴⁷³ Brouwer’a göre matematiğin bu temel sezgisinde “birleşik ve ayrı” olan birleşmiştir ki buna göre, Shapiro’nun da belirttiği üzere, her bir anın kendisi biricik olmakla beraber diğer anlarla bağlantılı durumdadır. Yine bu temel sezgide, zaman sürekli akmakta olduğu, ama her bir an da biricik olduğu için “sürekli ve süreksiz” de bir aradadır. Bu sayede doğrusal sürekliliğin de görüşü oluşmaktadır. Shapiro’nun da belirttiği üzere, herhangi iki anın “arasına” üçüncü bir an da daima eklenebileceği için, bu sayede reel sayıların ve sürekliliğin de görüşü oluşmaktadır.⁴⁷⁴ Linnebo, Brouwer’ın bu zaman görüşü fikrinin, Hilbert’in somut temel işaretler fikrinin zihinsel karşılığı olduğunu söylemiştir.⁴⁷⁵

Bu şekilde, zamanın a priori’liği sayesinde aritmetiği “sentetik a priori” olarak temellendirdiğini söyleyen Brouwer, yine bu görünün geometriyi de temellendirebileceğini söylemiştir. Burada kartezyen koordinatlar sisteminden yararlanan Brouwer, tüm n-boyutlu geometrilerle birlikte, Öklidçi-olmayan geometrilerin de kartezyen koordinatlara indirgenebileceğini belirtmiştir.⁴⁷⁶ Zira, Shapiro’nun da belirttiği üzere, kartezyen koordinat sisteminde geometri reel sayılarla ifade edilebilmekte; mesela bir nokta ikili bir sayı çiftiyle ifade edilebilmektedir.⁴⁷⁷

Brouwer, temel matematiksel görü ile, tüm matematiksel birim kümelerinin inşa edilebileceğini söylemiştir. Brouwer’a göre bu inşalarda günlük veya biçimsel dil, farklı matematikçilerin kendi inşalarını başkalarına aktarabilmek ve iletişim kurabilmek için yardım işlevi gören bir araçtan başka bir şey değildir.⁴⁷⁸ Bu şekilde Brouwer, biçimselcilerin matematiğin özü olarak kabul etmiş oldukları dili, özünde matematiksel olmayan ve matematiksel iletişime yardımcı olan bir araç haline getirmiştir. Bu açıdan, Shapiro’nun da belirttiği üzere, görüşelcilik açısından mantıkçılık ve biçimselcilik, matematiğin sadece iletişim yönüne odaklanmaktadır ki bu nedenle matematiğin özünü

⁴⁷³ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 80; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 176, 177.

⁴⁷⁴ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 80; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 177.

⁴⁷⁵ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 77.

⁴⁷⁶ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 80.

⁴⁷⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 177.

⁴⁷⁸ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 81.

ihmal etmektedir.⁴⁷⁹ Brouwer'ın öğrencisi olan bir başka görüşelci Arend Heyting'e göre de mantık, matematiğin bir parçasıdır ki bu nedenle matematiğe temel olamaz.⁴⁸⁰

Brouwer, biçimselcilere yönelik bir eleştiri mahiyetinde, biçimselciliğin matematiği, matematiksel nesneler arasındaki anlamsız ilişkiler dizisine indirgediğini, bunların yalnızca dilde temsil edildiğini ve biçimselcilerin, neden bazı biçimsel sistemleri kabul edip de diğerlerini kabul etmediğimizi ve biçimsel sistemlerin doğaya nasıl etkili bir şekilde uygulandığını açıklayamadıklarını ve bu açıklamaları da matematikçilere değil, felsefeci ve psikologlara bıraktıklarını söylemiştir.⁴⁸¹ Brouwer'a göre biçimselciler, çeşitli aksiyomlardan geçerli bir şekilde teoremler üretebilmektedirler, ama burada “doğruluklardan doğruluklar üretildiği” düşüncesi “matematiksel” bir düşünce değildir ve bir kesinliğe de sahip değildir. Brouwer'a göre, biçimselcilerin bu anlayışında doğruluktan ziyade, sadece bu ilişkileri doğaya başarılı bir şekilde yansıtmaktan kaynaklanan bir “zevk duygusu” vardır.⁴⁸² Brouwer'ın biçimselci anlayışa yönelik bir diğer eleştirisine göreyse, matematiksel tümevarım görüşelci inşada apaçık iken, biçimselci anlayışta kanıtı ihtiyaç duyulmaktadır. Brouwer'a göre biçimselciler, belli aksiyomlardan çıkarılan sınırsız sayıda sonuçların herhangi bir n'inci adımında çelişki çıkmadığını ispatladıktan sonra n+1'inci adımda da çelişki çıkmadığını ispatlarken tümevarım ilkesine sezgisel bir şekilde başvurmak durumunda kalmaktadır.⁴⁸³

Brouwer'a göre biçimselcilerin matematiği tamamen biçimselleştirme çabası, insandan ve doğadan bağımsız ve mantık kurallarını izleyen bir matematiksel nesneler dünyasının varlığının ön kabulünü de beraberinde getirmektedir.⁴⁸⁴ Dolayısıyla Brouwer'a göre biçimselciler, aslında Platoncu bir ontolojiye sahiptir. Mantık kullanarak teorem üreten klasik matematik, bilinmeyen doğrulukların varlığına inanmaktadır. Burada özellikle her matematiksel önermenin ya doğru ya yanlış olacağını söyleyen “üçüncü hâlin imkânsızlığı” ilkesinin kullanımı meselesi, klasik

⁴⁷⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 185.

⁴⁸⁰ Arend Heyting, “Disputation”, *Philosophy of Mathematics*, 2. baskı, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 71.

⁴⁸¹ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 78, 79.

⁴⁸² Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 78.

⁴⁸³ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 81.

⁴⁸⁴ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 81.

matematik ile görüselci matematiği birbirinden ayıran en önemli hususlardan biridir.⁴⁸⁵ Zira klasik matematik bu ilkeyi kabul ederken, görüselci matematik, birazdan daha detaylı göreceğimiz üzere, bunu kabul etmemektedir. Benzer şekilde Brouwer, klasik matematiğin kendini önceden belirlenmiş sonsuz dizilerle bağladığını söylemiştir.⁴⁸⁶ Buna karşın görüselciler için “elemanları uzayın noktaları olan küme”, “elemanları bir değişkenin sürekli fonksiyonları olan küme” veya “elemanları bir değişkenin süresiz fonksiyonları olan küme” gibi kavramlar anlamsızdır.⁴⁸⁷ Zira Shapiro’nun da belirttiği üzere, bu tarz çoklukların tüm elemanlarının inşası zihin tarafından asla tamamlanmamıştır ki bu nedenle bunların kümeleri hakkında konuşulamaz.⁴⁸⁸ Yine Brouwer, görüselci matematik ile klasik matematiğin kullandıkları dillerin de birbirilerinden farklılaştığını ve biri için doğru olan bir teoremin diğesinde yanlış hatta çelişkili dahi olabileceğini belirtmiştir.⁴⁸⁹

Brouwer’a göre görüselci bakış açısından, üçüncü hâlin imkânsızlığına dair inanç, tıpkı π sayısının rasyonel olmasına dair inanç veya gök cisimlerinin dünyanın etrafında döndüğüne dair eksi inançlar gibidir ve bir tür “dogmadır”. Brouwer’a göre bu dogmanın sebepleri, bir önermenin çelişki içermemesi gerektiği şeklindeki apaçık fikir ve klasik mantığın günlük hayattaki yaygın geçerliliğidir. Klasik mantığın bu kadar yaygın kullanımı, bir düşünce alışkanlığı hâline gelerek, onun kullanışlı olmasının yanında a priori sanılmasına da yol açmıştır.⁴⁹⁰ Yani, Shapiro’nun da belirttiği üzere, görüselciler, üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesinin realist, veya bizim tanımımız itibarıyla Platoncu bir ontoloji anlayışından kaynaklandığını düşünmektedir.⁴⁹¹ Heyting de Brouwer’ın programının zihinsel matematik inşalarını olduğu gibi ele almak olduğunu ve bunların ontolojik doğasını sorgusuzluğuna belirtmiştir. Ona göre bu fikir üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesinin reddini de beraberinde getirmektedir.⁴⁹² Linnebo’nun da belirttiği üzere, görüselcilikte matematiksel nesneler, zihinsel inşalardan ibarettir ki bu nedenle onların fiziksel nesneler gibi insandan bağımsız bir gerçekliğe sahip olmaları

⁴⁸⁵ Brouwer, “Consciousness, Philosophy, and Mathematics”, s. 90.

⁴⁸⁶ Brouwer, “Consciousness, Philosophy, and Mathematics”, s. 90.

⁴⁸⁷ Brouwer, “Intuitionism and Formalism”, s. 82.

⁴⁸⁸ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 180, 181.

⁴⁸⁹ Brouwer, “Consciousness, Philosophy, and Mathematics”, s. 90, 91.

⁴⁹⁰ Brouwer, “Consciousness, Philosophy, and Mathematics”, s. 94.

⁴⁹¹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 174.

⁴⁹² Heyting, “Disputation”, s. 66.

söz konusu değildir. Bu şekilde görüselcilik, matematiksel nesnelerin bağımsız varlığını varsaymakla suçladığı klasik matematikten ve Platonculuk'tan da ciddi şekilde uzaklaşmış olmaktadır.⁴⁹³

Heyting görüselci bakış açısını anlatmak için şöyle bir örnek vermiştir: Şu iki sayı tanımını düşünelim: (1) k , $k-1$ de asal olmak üzere en büyük asal sayıdır ve eğer böyle bir sayı yoksa $k=1$ 'dir. (2) m , $m-2$ de asal olmak üzere en büyük asal sayıdır ve eğer böyle bir sayı yoksa $m=1$ 'dir. Heyting burada klasik matematiğin bu iki tanım arasında bir fark görmediğini söylemiştir, buna karşın görüselci matematikte bu iki önerme arasında bir fark söz konusudur. Zira ilk önerme için $k=3$ olduğu açıkça bulunabilirken, ikinci önermede, ikiz asal sayılar serisinin sonlu mu sonsuz mu olduğu henüz bilinmediği için m 'yi hesaplamanın bir yolu yoktur. İşte görüselcilere göre ikinci önerme bir sayı tanımı belirtmemektedir. Zira onlara göre bir sayı ancak onu hesaplamanın bir yolu varsa tanımlı kabul edilir. Heyting'e göre bu düşünce aynı zamanda üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesini de beraberinde getirmektedir, zira ikiz asal sayılar serisi, üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesindeki gibi ya sonlu ya da sonsuz olsaydı, ikinci önerme bir tanım belirtirdi.⁴⁹⁴

Heyting'in de belirttiği üzere, görüselci anlayışta bir matematiksel nesne için “var olmak”, “inşa edilmiş olmaktır”. Heyting bu şekilde görüselcilerin matematiği metafiziksel varsayımlardan arındırmaya çalıştığını ve matematiği daha “doğrudan” ele almak istediklerini belirtmiştir. Dolayısıyla Heyting'e göre matematik, metafiziksel varsayımlardan arındırılmalıdır. Yukarıdaki örnekte Heyting, ikiz asal sayılar serisinin sonsuzluğunun kanıtlanması hâlinde, $m=1$ olduğunun da kanıtlanacağı, dolayısıyla bu kanıttan önce de $m=1$ 'in doğru olup olmadığına yönelik bir itiraz gelmesi hâlinde de, bu itirazın zihinsel inşadan bağımsız, mutlak bir “ $m=1$ ” nesnesi varsaydığını belirtmiştir. Buna karşın görüselci anlayışa göre, ikiz asal sayılar serisinin sonsuzluğu kanıtlanmadan önce bir inşa söz konusu değildir ki bu nedenle, zihinden bağımsız bir “ $m=1$ ” nesnesinden söz edilemez.⁴⁹⁵

Heyting'e göre görüselci anlayıştaki matematiksel düşünce, dış dünyadaki doğruluklarla ilgili değildir. Görüselci matematik sadece zihinsel inşalarla ilgilidir ve bu

⁴⁹³ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 76.

⁴⁹⁴ Heyting, “Disputation”, s. 66, 67.

⁴⁹⁵ Heyting, “Disputation”, s. 67, 68.

neden görüselci matematiğin nesneleri, zihinde inşa edilmiş nesnelerdir. Bu açıdan Heyting, zihinsel inşanın kendinde açık olduğunu ve dogmatik olmadığını söylemiştir.⁴⁹⁶ Yine Shapiro'nun da belirttiği üzere görüselci anlayışa göre, klasik matematik, bilinmeyen doğrulukların varlığına inanırken, görüselci matematikte bütün matematiksel doğruluklar, matematikçi tarafından inşa edildiği için erişilebilir durumdadır.⁴⁹⁷

Heyting, doğal sayıların inşası meselesinde ise, bunların empirik algılardan soyutlamayla elde edilebileceğini söylemiştir. Buna göre biz bir nesneyi algıladığımız zaman, onu bir “şey” olarak kavramaktayızdır ki bunu da nesneyi bazı niteliklerinden soyutlama ile yapmaktayızdır. Bu şekilde, “şeylerin” birer birer kavranmasının sınırsızca tekrar edilebilmesini fark etmemiz sayesinde de doğal sayılar serisini üretebilmekteyizdir. Bu noktada Heyting, bir “şey” fikrinin sadece soyutlamayla mı elde edildiği, yoksa zihinde var bir “şeylik” kavramı sayesinde mi nesneleri soyutlayabildiğimiz şeklindeki bir sorunun ve buna dair bir açıklama girişiminin metafiziksel bir mesele olduğunu ve bunun matematiğin ilgi alanına girmediğini söylemiştir. Ona göre soyut şeyler ve bu şeylerin dizisi, tüm insanlar için apaçıktır ki bu görü doğal sayıların inşası için yeterlidir.⁴⁹⁸ Bununla beraber Heyting, değişik zamanlarda inşa edilen doğal sayıların sadece zihinsel bir inşa olduğunun kabul edilmesi halinde bunların sürekli varlığını sürdüremeyeceğini söylemiş ve bu nedenle onları, kağıttaki noktalar gibi fiziksel temsillerle sabitlediğimizi ve bu sayede onları birbirleriyle kıyaslayıp birebir eşleyebildiğimizi söylemiştir. Yine Heyting, doğal sayıların her insan için anlaşılır olduğu ve sayma işleminde evrensel olarak kabul edilmiş olmasından hareketle, matematikteki en temel kavramlar olarak kabul edilmesinin meşru olduğunu söylemiştir.⁴⁹⁹ Bu şekilde Heyting de, Brouwer gibi, doğal sayıların varlığını algısal (görüsel) inşalar üzerinden temellendirmiş olmaktadır.

Görüselcilerin üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesini reddetmelerinin, onların inşacı matematik anlayışlarından kaynaklandığını belirten Shapiro, bu durumu şu örnekle açıklamıştır: Mesela klasik matematik anlayışına göre, bir P özelliğinin tüm doğal sayılarda bulunduğunu söylersek, bu durumda P özelliğine sahip bir n sayısının var

⁴⁹⁶ Heyting, “Disputation”, s. 72, 73.

⁴⁹⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 180.

⁴⁹⁸ Arend Heyting, *Intuitionism*, Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1956, s. 13.

⁴⁹⁹ Heyting, *Intuitionism*, s. 15.

olduğunu da söylemiş oluruz ki bu $\exists nPn$ şeklinde gösterilir. Ancak görüşelcilere göre bu $\exists nPn$ önermesi sadece, P özelliğine sahip bir n sayısının nasıl inşa edileceğinin gösterilmesiyle kurulabilir. Bu önermenin olumsuzu ise bu önermenin varsayılmasının çelişkiye götürmesi halinde kurulabilir. Aynı şekilde $\sim\sim\exists nPn$ önermesi de sadece $\sim\exists nPn$ varsayımının çelişkiye götürmesi halinde kurulabilir. Ancak $\sim\exists nPn$ varsayımından çelişki türetilmesi, P özelliğine sahip bir n sayısını inşa etmemektedir. Dolayısıyla görüşelci matematik anlayışına göre $\sim\sim\exists nPn$ önermesinden Pn önermesinin türetilmesi geçersizdir. Bu durum aynı zamanda, görüşelci matematikte çift olumsuzlama ilkesinin de reddedildiğini göstermektedir. Buna karşın klasik anlayışta kabul edilen üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesine göreyse n sayısı P özelliğine ya sahiptir ya da değildir. Bu ilkeye göre Pn 'nin doğru olduğunu göstermek için bu önermenin ispatlanması, ya da $\sim Pn$ varsayımından çelişki üretilmesi yeterlidir.⁵⁰⁰

Brouwer'ın ve görüşelcilerin inşacı anlayışı, Shapiro'nun da belirttiği üzere, tam da Platon'un *Devlet* diyalogunda “dinamik” bir dil kullandıkları için eleştirmiş olduğu geometriciler gibi, dinamik bir matematik ve geometri anlayışını da beraberinde getirmektedir. Zira Brouwer, insandan bağımsız, statik bir matematiksel nesneler dünyasını kabul etmemektedir ki bu nedenle insanın zihni inşalarına dayalı bir matematik dili de dinamik olmalıdır.⁵⁰¹

Heyting, Shapiro'nun da belirttiği üzere, görüşelci mantık için bir biçimsel sistem geliştirmiştir. Klasik mantık, doğruluk koşulları üzerinden ilerlemekteydi ve üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesi gereğince her önerme ya doğru ya yanlış olmaktaydı. Ancak görüşelci mantık bu ilkeyi reddetmektedir ve sadece inşa edilebilenleri kanıtlanmış saymaktadır. Dolayısıyla Heyting'in geliştirdiği dil, doğruluk koşulları üzerine değil, “kanıt koşulları” üzerine kurulmaktadır. Bu semantik, her bir önerme için neyin kanıt sayılacağını sunmaktadır.⁵⁰² Linnebo'nun belirttiği üzere bu semantiği, Brouwer'dan hareketle Heyting'in yanında Kolmogorov da geliştirmiş olduğu için, bu dil “BHK yorumu” olarak da adlandırılmaktadır.⁵⁰³ Linnebo ve Shapiro'nun da belirttiği üzere bu semantiğin temel önermeleri şunlardır:

⁵⁰⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 173, 178, 179.

⁵⁰¹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 179, 180; Platon, *Devlet*, s. 247, 527a; Wedberg, *Plato's Philosophy of Mathematics*, s. 58, 59.

⁵⁰² Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 185.

⁵⁰³ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 79.

“ $A \& B$ ” önermesi için bir kanıt, A ’nın bir kanıtı ve B ’nin bir kanıtı olmaktadır.
“ $A \vee B$ ” önermesinin bir kanıtı, A ’nın veya B ’nin bir kanıtı olmaktadır.
“ $\sim A$ ” önermesinin bir kanıtı, A önermesinin varsayımından çelişki üretilmesidir.
“ $A \rightarrow B$ ” önermesinin bir kanıtı, A ’nın bir kanıtını, B ’nin bir kanıtına dönüştüren bir inşa metodudur.
“ $\forall xPx$ ” önermesinin bir kanıtı, herhangi bir a nesnesi için Pa önermesinin bir kanıtını veren bir inşa metodudur.
“ $\exists xPx$ ” önermesinin bir kanıtı, bir a nesnesinin ve Pa önermesinin bir kanıtının inşasıdır.⁵⁰⁴

Görüldüğü gibi, Shapiro’nun da belirttiği üzere bu semantikte üçüncü hâlin imkânsızlığını ifade eden “ $P \vee \sim P$ ” önermesi kendiliğinden geçerli olmamaktadır. Zira bu önermenin kurulabilmesi için ya P ya da $\sim P$ inşa edilmiş olmalıdır. Aynı şekilde bir a nesnesi inşa edilmeden de “ $\exists xPx$ ” önermesi kurulamamaktadır.⁵⁰⁵ Yani bir nesnenin veya özelliğin varsayımı, henüz inşa gerçekleşmeden yapılamamaktadır. Kısacası, Linnebo’nun da belirttiği üzere, bu mantıkta doğru olmak, inşa edilmiş olmak veya kanıtlanmış olmaktır.⁵⁰⁶ Shapiro’nun da belirttiği üzere, Heyting bu semantiği klasik görüşü savunanların da görüselci matematiği anlaması için geliştirmiştir. Zira Heyting de dil ve mantığın yalnızca iletişim için gerekli olup matematiğin özünü teşkil etmediği ve matematiğin özünün zihinsel inşalar olduğu konusunda Brouwer ile hemfikirdir.⁵⁰⁷ Heyting, biçimsel dilin matematik için güçlü bir araç olduğunu kabul etmekle beraber, biçimsel sistemin matematiksel düşüncüyü tamamen temsil edeceğinden asla emin olamayacağımızı söylemiş ve yeni metotların keşfiyle biçimsel sistemin genişletilmesi gerekebileceğini belirtmiştir.⁵⁰⁸

Horsten’in belirttiği üzere görüselci matematik, başta matematikçilerin ilgisini çekmiş olsa da zamanla klasik anlayıştan ciddi şekilde uzaklaşması ve karmaşık bir hale gelmesi nedeniyle zamanla bu ilgiyi kaybetmiştir.⁵⁰⁹ Yine Yıldırım’ın da belirttiği üzere üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesinin reddi de klasik matematikteki pek çok ispat

⁵⁰⁴ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 80; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 186.

⁵⁰⁵ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 186.

⁵⁰⁶ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 80, 81.

⁵⁰⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 186, 187.

⁵⁰⁸ Heyting, “Disputation”, s. 69; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 186, 187.

⁵⁰⁹ Horsten, “Philosophy of Mathematics” (erişim 25.12.2021).

imkânını ortadan kaldırdığı için görüselci matematiği pratik açıdan zor duruma düşürmektedir.⁵¹⁰

Buraya kadar gördüğümüz üzere, görüselci anlayış, matematiği insanın temel zihinsel görü ve inşalarına indirgeyerek, insandan bağımsız bir matematiksel nesneler fikrini reddetmiş olmaktadır. Bu durumu Platoncu metafizik açısından incelersek, görüselcilğin, mantıkçılık ve biçimselcilğin aksine, “bilginin ancak bir ruhun tecrübesinde” mümkün olduğu fikrine yaklaşmış olmaktadır. Zira içinde doğal sayıların ve tüm matematiğin inşa edildiği “zihinsel görünün” bu görüyü gerçekleştiren bir nefsin varsaydığını söylememiz mümkündür. Ancak kanaatimizce, yine Platoncu metafiziğin bakış açısından, Brouwer’ın sayıları zaman görüsünden çıkarma fikri şöyle bir döngüsellğe düşmektedir: Görüdeki zaman akışında her bir anın “bir” sayı nesnesi ürettiği söylenmekte, ancak tek bir an, diğerlerinden ayırt edildiği zaman baştan bir “bir” fikri varsayılmış olmaktadır. Yani görüşteki bir anın, “bir an” olarak diğer anlardan ayırt edilmesi için, önceden bir “birlik” fikri gerekli görünmektedir. Bu birlik fikri, zaman görüsünün kendisinden gelmemektedir. Çitil’in ifadeleriyle, “tane” veya “birim” fikirleri, zamanın veya mekânın kendisinden gelmemektedir.⁵¹¹ Zira ruh, sürekli bir akış tecrübe etmekte ve gördüğü her anda bir çokluk deneyimlemektedir. Bu durum Platon’un *Devlet*, *Sofist* ve *Parmenides* diyaloglarında, “birlik” fikrinin fiziksel yığınlardan ve duysal sezgilerden gelmediği şeklinde belirtilmişti. Yine *Phaidon* diyalogundaki “Eşitlik” fikrini tekrar hatırlayacak olursak, tıpkı eşit görünen duysal nesnelerin bu şekilde görünmesinin ruhun “Eşitlik” ideasını hatırlaması sayesinde mümkün olması gibi, görüşteki her bir anın, diğerlerinden “farklı” ama kendisiyle “aynı” “bir” an olarak görülmesinin de ruhun Farklılık, Aynılık ve Birlik İdealarıyla tanışık olması sayesinde mümkün olduğunu ileri sürebiliriz. Bu dediklerimiz, Heyting’in doğal sayıları, duysal algılardan soyutladığımız “şey” fikri üzerinden inşa ettiğimiz yönündeki fikri için de geçerlidir. Tıpkı Birliğin veya Eşitliğin, duysal nesnelerden gelmemesi gibi, duysal bir çokluğun da “bir şey” olarak ruhta tecrübesi, ruhun bu Birlik ve Eşitlik gibi fikirlere önceden sahip olması sayesinde mümkündür.

Bu alt bölümde, yirminci yüzyılın ilk yarısında ortaya çıkan, matematiğin temellerine ilişkin üç büyük yaklaşımın temel fikirleri anahatlarıyla sunmaya ve bunları

⁵¹⁰ Yıldırım, *Matematiksel Düşünme*, s. 142.

⁵¹¹ Çitil, *Matematik ve Metafizik*, s. 102.

ilk bölümde ele aldığımız Platoncu metafizik açısından değerlendirmeye çalıştık. Değerlendirmelerimiz sonucunda şunları söyleyebiliriz ki, bu yaklaşımların her biri, ontolojik olarak kendilerini bir nesneler kümesine, üstü açık veya kapalı bir şekilde bağlamaktadır. Mantıkçılıkta belli bir mantıksal dildeki kavramlar ve kavramların altına düşen nesneler açık bir şekilde varsayılmakta; biçimselcilikte işaretler, aksiyomlar ve çıkarım kuralları açık bir şekilde varsayılmakta; görüselcilikte ise bir “birlik” fikri örtük bir şekilde varsayılmaktadır. Dolayısıyla her üç yaklaşımda da matematiğin ve matematiğin temelinde yer alan sayıların kendisine dayandırıldığı “nesneler” söz konusudur. Ancak bu nesnelerin kendinde “birer” “nesne” olarak nasıl ortaya çıktığının zeminine dair bir görüş söylenmemiştir. Dolayısıyla bu varsayımların Platon’un Bölünmüş Çizgi benzetmesinde *pistis* veya *dianoia* düzeyinde kaldığını veya *Kratylos* diyalogundaki “ad” düzeyinde kaldığını söyleyebiliriz. İşte Platon’un metafiziğine göre, bu nesnelerin nesne olarak ortaya çıkması, *noesis* düzeyindeki “kendineliklerle” veya *Kratylos*’taki “nesnelerle” tanışık olan bir ruh zemininde mümkün olmaktadır. Dolayısıyla mantıksal ve biçimsel diller veya zihinsel tecrübeler sayısal ve matematiksel nesneleri inşa etmemekte; tam tersine İdeal Sayılar ve “nesneler”, dilsel veya zihinsel inşaları mümkün kılmaktadır.

Ruhun, bu kendineliklerle tanışıklığı sayesinde tecrübesinde ortaya çıkarıp dilde ifade ettiği “nesneler” sayesinde, matematik yapması mümkün olmaktadır. Peki bu matematiksel nesnelerin mahiyeti nedir? Mantıkçılığı ele aldığımız bölümde, Russell’ın tipler kuramının terk edilmesinin ardından, matematiğin kümeler kuramı üzerinden geliştirildiğini söylemiştik. Aynı şekilde Quine’in da ikinci derece mantığın “kılık değiştirmiş küme kuramı” olduğunu söylediğini görmüştük. Dolayısıyla Çevik’in de belirttiği üzere, neredeyse tüm matematiğin kümeler üzerinden ifade edilmesi, yani tüm matematiğin temelinin kümeler olarak kabul edilmesi mümkündür.⁵¹² Dolayısıyla en temel matematiksel nesnelerin kümeler ve elemanları olduklarını söyleyebiliriz. Peki bu nesneler nasıl anlaşılmalıdır? Platon’un metafiziği açısından kümeler ne ifade etmektedir? Bir sonraki alt bölümde, yirminci yüzyılın ikinci yarısında matematiksel nesnelerin varlıksal statüsüne ilişkin görüşleri ele alırken, bu soruları Platoncu metafizik ekseninde değerlendirmeye çalışacağız.

⁵¹² Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 27.

2.2. Matematiksel Nesnelerin Varlıksal Statüsü

Bu bölümde matematiksel nesnelerin varlığına ilişkin yirminci yüzyıldaki tartışmaların kısa bir dökümünü yapıp, konuyla ilgili öne çıkan görüşleri vermekle yetinip ayrıntılara girmeyeceğiz. Burada, çalışmamız açısından önemli olan husus, tartışmaların bizim tanımımız itibariyle ontolojik bir düzlemde yapılmış olması ve metafiziksel zeminin dışlanmış olmasıdır.

Her şeyin küme olarak kabul edilmesi, “kendi kendisinin elemanı olmayan” küme fikrine ve dolayısıyla Russell paradoksuna sebep olacağı için, kümeler kuramı aksiyomatikleştirilmiştir. Bu aksiyomatizasyonlardan en meşhuru, Nesin’in de belirttiği üzere, “Zermelo-Fraenkel+Seçim Aksiyomu” (ZF+C veya ZFC) aksiyomatizasyonudur. Bunun yanında von Neumann-Bernays-Gödel aksiyomatizasyonu (NBG) de vardır.⁵¹³ Bir küme kuramının temeli, Quine’in da belirttiği üzere, “ $\in$ ” şeklinde gösterilen “elemanı olma” ilişkisine dayanmaktadır.⁵¹⁴ Bunun yanında, Çevik’in de belirttiği üzere, $=, \sim, \forall, \rightarrow, \exists, \nabla$, gibi mantıksal semboller de kullanılmakta, ve kümeler de x ve y gibi sembollerle gösterilmektedir.⁵¹⁵ ZFC aksiyomatizasyonunun bazı temel aksiyomları, Çevik’in de belirttiği üzere şunlardır: (1) Hiç elemanı olmayan bir küme (boş küme) vardır: “ $\exists y \forall x (x \notin y)$ ”. Bu aksiyom ile “boş kümenin”, yani hiçbir elemanı olmayan kümenin varlığı baştan varsayılmıştır. Boş küme kısaca “ $\emptyset$ ” işaretiyle gösterilmektedir. (2) Elemanları aynı olan iki küme, birbirlerine eşittir: “ $\forall a (a \in x \leftrightarrow a \in y) \rightarrow x = y$ ”; (3) x bir küme ve $\varphi(z)$ küme kuramı içinde bir özellik olmak üzere, x ’in $\varphi(z)$ özelliğini sağlayan z elemanları bir küme oluştururlar. Nesin’in de belirttiği üzere, bu aksiyom, rastgele bir $\varphi(z)$ özelliğini sağlayan kümelerin küme oluşturduğunu söylememekte, bu kümenin oluşumunu x ’in $\varphi(z)$ özelliğini sağlayan elemanlarıyla kısıtlamaktadır. Bu sayede her şeyin küme olamayacağı söylendiği için Russell

⁵¹³ Ali Nesin, *Sezgisel Kümeler Kuramı*, 6. baskı, İstanbul: Nesin Yayıncılık, 2015, s. 269. Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 139.

⁵¹⁴ Quine, *Philosophy of Logic*, s. 64.

⁵¹⁵ Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 27.

Paradoksu engellenmiş olmaktadır.⁵¹⁶ ZFC'nin bu saydıklarımız dışında 7 tane daha aksiyomu vardır.

Çalışmamız açısından burada önemli olan nokta, matematiksel nesnelerin bu şekilde kümeler diliyle ifade edilebileceğidir. Mesela sayıların ZFC dilinde gösterimine göre, 0 sayısı boş küme " $\emptyset$ " olarak tanımlanmaktadır. 1 sayısı boş kümeyi içeren küme olan $\{\emptyset\}$ şeklinde; 2 sayısı $\{\{\emptyset\}\}$ şeklinde; 3 sayısı ise $\{\{\{\emptyset\}\}\}$ şeklinde tanımlanmaktadır ve böyle sürmektedir. Buna karşın, NBG aksiyomatizasyonunda ise, 0 yine boş küme " $\emptyset$ " ve $1 = \{\emptyset\}$ olarak tanımlanırken; 2 sayısı $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ şeklinde, 3 sayısı $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ şeklinde tanımlanmaktadır ve böyle sürmektedir.⁵¹⁷

Dolayısıyla, günümüzde, matematiğin genelde küme-eleman ilişkisi şeklinde, tanımlı olmak üzere belli matematiksel "nesneler" varsayımı üzerinden inşa edildiğini söyleyebiliriz. İşte bu alt bölümde, yirminci yüzyılın ikinci yarısında, matematiksel nesnelerin varlıksal statüsüne ilişkin görüşleri, ayrıntılara girmeden ele almaya çalışıp bölüm sonunda konuyu Platon'un metafiziğiyle irtibatlı olarak incelemeye çalışacağız.

2.2.1. Gödel'in Platonculuğu

Matematiksel nesnelerin varlığını kabul edenlerin, yani bir dil içinde kendini matematiksel nesnelere ontolojik olarak bağlayanların "matematiksel Platoncular" olarak adlandırıldığını söylemiştik. Yirminci yüzyılda matematiksel Platonculuğun en bilinen temsilcilerinden biri, tamamlanamazlık teoremlerini de ortaya koyarak Hilbert'in biçimselcilik projesini akamete uğratmış olan Kurt Gödel'dir. Gödel, Maddy'nin de belirttiği üzere, matematik ile doğa bilimleri arasında bir benzerlik kurmaktadır ve bu fikrin köklerini Russell'ın erken dönemki fikirlerinde bulmaktadır.⁵¹⁸ Gödel, Russell'ın matematiksel mantığını incelediği makalesinde, Russell'ın erken yazılarında daha realist bir tavır sergilediğini ve mantık ile matematiğin tıpkı doğa bilimleri gibi gerçek dünyayla, ancak dünyanın daha soyut ve genel özelliklerini çalışmak suretiyle, ilgilendiğini belirttiğini aktarmıştır. Gödel, Russell'ın daha sonraki yazılarında ise bu realist tavrı zamanla bıraktığını ve sınıf ve önerme gibi mantıksal

⁵¹⁶ Nesin, *Sezgisel Kümeler Kuramı*, s. 272.

⁵¹⁷ Gür, "Giriş", s. 60.

⁵¹⁸ Penelope Maddy, *Realism in Mathematics*, Oxford: Oxford University Press, 1990, s. 76.

nesnelere, daha önce belirttiğimiz gibi, kurgusal nesneler olarak yaklaştığını belirtmiştir.⁵¹⁹

Gödel, Russell'ın matematiğin nesneleri olarak kabul ettiği sınıf ve kavramların kurgu kabul edilmesi fikrine karşı, bunların bizim tanım ve inşalarımızdan bağımsız gerçek nesneler olarak anlaşılabileceğini söylemiştir. Buna göre sınıflar, “şeylerden” oluşan bir çokluk veya “şeyler çokluğundan” oluşan bir yapı; kavramlar da şeylerin nitelikleri veya şeyler arasındaki ilişkiler olmaktadır.⁵²⁰ Gödel, bir başka makalesinde ise, sonlu-ötesi küme kuramının nesnelerinin fiziksel dünyadan bağımsız olduğunu söyleyerek, kendi matematiksel Platonculuğunu ortaya koymuştur.⁵²¹ Bunun ardından, bu görüşünü şu ifadelerle netleştirmiş ve aynı zamanda bir epistemoloji de sunmuştur:

Yine de duyu tecrübelerimizden uzaklıklarına rağmen, aksiyomların kendilerini bize doğru gibi kabul ettirmeleri olgusunda görüldüğü üzere, küme kuramının nesnelerinin bir algısına benzeyen bir şeye de sahibiz. Bu tür bir algıya, yani matematiksel sezgiye duyu algısından daha az güvenmemiz için bir sebep göremiyorum. Fiziksel kuramlar oluşturmamızı sağlayan duyu algıları, gelecekteki duyu algılarının bu kuramlarla uyumlu olmasını beklememize sebep olur; dahası, şu an için kararsız olan bir sorunun bir anlamı olduğuna ve gelecekte karar verilebileceğine inanmamızı sağlar. Matematikteki küme-kuramsal paradokslar, fizikteki duyu yanılgılarından daha çok sıkıntılı değildirler. Cantor'un süreklilik hipotezi türü problemlerin bir çözümüne yol açacak, yeni matematiksel sezgilerin tamamen mümkün olduğu daha önce belirtilmiştir.⁵²²

Pasajda görüldüğü üzere Gödel, Russell'ın erken döneminde yaptığı matematik ile doğa bilimi analojisini devam ettirmektedir. Buna göre aksiyomlar bir tür matematiksel sezgi aracılığıyla bilinmektedir ve Gödel'e göre bu sezginin durumu duyu algılarına benzemektedir. Aynı şekilde Gödel, matematikte karşılaşılan paradoksları da fiziksel dünyaya ilişkin olarak duyu algılarının yanılabilmesine benzetmiştir.

⁵¹⁹ Kurt Gödel, “Russell's Mathematical Logic”, *Philosophy of Mathematics*, 2. baskı, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 449.

⁵²⁰ Gödel, “Russell's Mathematical Logic”, s. 456.

⁵²¹ Kurt Gödel, “Cantor'un Süreklilik Problemi Nedir?”, *Matematik Felsefesi*, 2. baskı, ed. Bekir S. Gür, çev. Cezmi Kayan ve Bekir S. Gür, Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 235; Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 33.

⁵²² Gödel, “Cantor'un Süreklilik Problemi”, s. 236.

Ancak Gödel şunu da belirtmiştir ki matematiksel sezgi, matematiksel nesnelere dair dolaysız bilgi vermemektedir. Ona göre biz matematikte, fizikte olduğu gibi, fikirlerimizi, dolaysızca verilen başka bir şey temeli üzerine “kurmaktayızdır”. Gödel’e göre fizikte, nesneler hakkındaki düşünce ve cümlelerimiz, duyulardan farklı bileşenler içerir ki ona göre “nesne” fikrinin kendisi böyledir. Yani Gödel’e göre “fiziksel nesne” fikri, Shapiro’nun da belirttiği üzere, duyular tarafından verilmemekte ve zihnin katkısıyla oluşmaktadır.⁵²³ Bununla beraber biz, bu nesne fikrinde yoktan yeni bir şey üretmemekte, sadece verilenleri yeniden üretmekte ve işlemekteyizdir. İşte Matematikte verilenler de, fizikten farklı olarak, düşüncelerimizdeki “soyut elemanlarla” ilişkilenebilir ve bu şekilde kurulmaktadır.⁵²⁴ Ancak Gödel şunu da belirtmiştir ki, sezgi üzerine inşa ettiğimiz matematiksel bilgiler, Kant’ın fikrinin aksine, tamamen öznel değildir. Bu bilgiler nesnel gerçekliğin, yani Platoncu anlamdaki bir matematiksel gerçekliğin bir kısmını temsil etmektedir.⁵²⁵ Gödel, sezgi ile yakalanan matematiksel nesnelerin nesnel varlığına ilişkin felsefi sorunun, fiziksel dünyanın nesnel varlığı sorunundan farklı olmadığını belirtmiştir. Ona göre bu sorun, matematiksel problemler açısından önemli değildir. Zira sezgilerin varlığı, psikolojik bir olgu olarak bile, küme kuramı aksiyomları oluşturmak ve matematiksel problemleri anlayıp çözmek için yeterlidir.⁵²⁶

Şunu da belirtelim ki, Gödel, küme kuramının kavram ve teoremlerinin açık ve iyi-belirlenmiş bir evren tanımladığını düşünmektedir. Burada aksiyomların kendisine dayandığı küme kavramı, “kümesi olma” işleminin sürekli tekrarlarıyla ve yeni aksiyomlarla genişletilebilir ki bu nedenle, bu gerçeklik açık uçlu olmaktadır. Bu gerçeklikte, Cantor’un süreklilik hipotezi gibi çözülmemiş problemler nihayetinde doğru veya yanlış olarak karar verilebilir olur ki bu, Gödel’in Platonculuğunun başka bir yönüdür.⁵²⁷ Ancak Gödel, her ne kadar Kant’ın aksine nesnel bir matematiksel gerçeklikten söz ettiğini belirtmiş olsa da, bir dipnotta “kümesi olma” işleminin, Kant’ın anlama yetisinin kategorilerinin yaptığı gibi, bir “sentez” olduğunu söylemiştir. Bu

⁵²³ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 207.

⁵²⁴ Kurt Gödel, “Cantor’un Süreklilik Problemi”, s. 236; Kurt Gödel, “What is Cantor’s Continuum Problem?”, *Philosophy of Mathematics*, 2. baskı, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 484.

⁵²⁵ Gödel, “Cantor’un Süreklilik Problemi”, s. 236, 237; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 207.

⁵²⁶ Gödel, “Cantor’un Süreklilik Problemi”, s. 237.

⁵²⁷ Gödel, “Cantor’un Süreklilik Problemi”, s. 225-227.

sentez, çokluklardan birlik üretme sentezidir ki bu Kant'ta bir nesneyi birçok yönünden "bir" olarak alma fikrine benzemektedir.⁵²⁸ Gödel, "x" belli nesneleri ifade ediyor olmak üzere, "x'in kümesi olma" işleminin, şu anki bilgimizle tanımlanamayacağını, ancak "çokluk", "çokluğun parçası" gibi terimlerle ifade edilebileceğini söylemiştir.⁵²⁹ Dolayısıyla Gödel, her ne kadar ontolojik anlamda Platoncu olsa da, kümelerin belli bir dilde yapılan "kümesi olma" işlemiyle yakalandığını kabul ettiği için, metafiziksel anlamda Platonculuktan uzaklaşmakta, ve kanaatimizce Frege'nin sayıyı yargı bağlamında tanımlama düşüncesine yaklaşmaktadır.

Gödel, matematiksel aksiyomların doğruluğuna ilişkin ikinci bir kanıt da öne sürmüştür ki bu, Gödel'in Platonculuğunun pragmatik yönünü teşkil etmektedir. Bu ayrıca, birazdan ele alacağımız doğalcı zeminde anlaşılan Platonculuğun da bir örneği olmaktadır. Buna göre, aksiyomların doğrulukları için, sezginin yanındaki diğer kanıt, onların matematik ve fizikteki "faydalılıklarıdır".⁵³⁰ Maddy'nin de belirttiği üzere, Gödel'in bu iki kanıt şekli "içsel" ve "dışsal" olarak isimlendirilmektedir. Gödel'in Platoncu epistemolojisinde, basit kavram ve aksiyomların sezgisel olarak bilinebilmesi onların içsel kanıtı olurken; daha üst düzey ve karmaşık aksiyomlar, matematik ve fizikteki uygulamalarda verimli olmaları yönünden "dışsal" olarak doğru olmaktadır ki bu düşünce, Maddy'nin de belirttiği üzere, a priori ve kesin olmaktan uzaktır.⁵³¹ Gödel, dışsal kanıtı şöyle ifade etmiştir:

Bununla birlikte, ikinci olarak, bazı yeni aksiyomların tabii zorunlulukları dikkate alınmadan bile ve bu tabii zorunluluğu hiç olmasa bile, doğruluğu hakkında olası bir karar diğer bir yolla elde edilebilir; yani tümevarımsal olarak "başarı"sı üzerinde çalışarak elde edilebilir. Burada başarı, sonuçlardaki, özellikle de "doğrulanabilir" sonuçlardaki verimliliklerdir. Bu sonuçlar yeni aksiyom sunulmadan kanıtlanabilen sonuçlardır; fakat, ispatların keşfi, yeni aksiyomun yardımıyla oldukça kolay ve daha basittir ve birçok değişik ispatı diğer bir ispata indirgemeye imkan sağlar. Sezgiciler tarafından reddedilen, reel sayılar sisteminin aksiyomları, bu anlamda, bir dereceye kadar doğrulanmıştır. [...] Tüm alanı aydınlatan ve problemleri çözmek için güçlü metotlar sağlayan (ve hatta mümkün olabildiği kadar onları inşacı tarzda çözen)

⁵²⁸ Gödel, "Cantor's Continuum Problem", s. 484, 26. dipnot; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 209.

⁵²⁹ Gödel, "Cantor's Continuum Problem", s. 475, 11. Dipnot.

⁵³⁰ Gödel, "Cantor'un Süreklilik Problemi", s. 237.

⁵³¹ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 33.

doğrulanabilir sonuçlarda bolca bulunan aksiyomlar var olabilir. Öyle ki, tabii olarak gerekli olup olmadıklarına bakılmaksızın, en azından iyi-kurulmuş herhangi bir fiziksel kuramla aynı anlamda oldukları kabul edilmelidir.⁵³²

Bu şekilde Gödel, Russell’a dair makalesinde yapılan matematik ile doğa bilimleri arasındaki benzetmeyi de sürdürmüş olmaktadır. Gödel, Russell mantığını ele aldığı makalesinde, Russell’ın erken dönemki bir yazısında, mantık ile matematiğin aksiyomlarını doğa yasalarına ve mantıksal kanıtı da duyu algısına benzettiğini belirtmiştir. Bu benzetmeye göre, aksiyomlar zorunlu bir apaçıklığa sahip olmak zorunda değildir ve onların doğrulukları, tıpkı doğa yasalarının algıları doğrulaması gibi, mantıksal kanıtları sağlayabilmesinde, yani açıklamadaki kullanışlılığında yatar. Gödel, matematikteki gelişmelerin bunu doğruladığını belirtmiş, ve mesela aritmetikteki bazı problemlerin çözümü için aritmetiği aşan bazı tartışılmaz varsayımlarda bulunmanın, yani bazı aksiyomları kabul etmenin gerekli olduğunu söylemiştir. Gödel, mevcut bazı matematiksel problemlerin varlığını da henüz gerekli aksiyomların henüz bulunmamış olmasına bağlamıştır. Ona göre bu durum, matematiğin mutlak kesinliğini kaybetmesine sebep olmaktadır ki bu zaten, modern dönemde matematiğe dair temellerin eleştirilmesi süreciyle beraber gerçekleşmiştir. Gödel bunu Hilbert’in somut sezgiyi soyut aksiyomlarla desteklemesi fikrine benzetmiştir. Bununla beraber Gödel, aynı bağlamda hem aksiyomların hem de doğa yasalarının bir “içsel” makuliyete sahip olabileceğini de belirtmiştir ki bu da biraz önce ele aldığımız içsel kanıt olmaktadır.⁵³³

Özetleyecek olursak Gödel, kendini, aksiyom ve küme gibi insandan bağımsız bir matematiksel nesneler dünyasına ontolojik olarak bağlamaktadır. Epistemolojik açıdan ise Gödel, bu nesnelerin doğruluğunun bilgisinin bir tür sezgi vasıtasıyla ve bu nesnelerin uygulamadaki kullanışlılığıyla elde edildiğini öne sürmektedir.

Gödel’in savunduğu bu Platoncu anlayış, Frege’de gördüğümüz Platonuluğa benzer şekilde, “geleneksel” Platonculuk anlayışını temsil etmektedir. Bu anlayışa göre, kümeler gibi matematiksel nesneler, insandan ve doğadan bağımsız bir varoluşa sahip olmaktadır. Ancak daha önce de dediğimiz üzere, bu anlayışa göre aslında nesnelerin “kendinde” bir varlığa sahip olduğu düşünülmemekte, “dilde” bir varlığa sahip olduğu

⁵³² Gödel, “Cantor’un Süreklilik Problemi”, s. 228, 229.

⁵³³ Gödel, “Russell’s Mathematical Logic”, s. 449, 450.

düşünülmektedir. Yani “dilde” inşa edilen nesneler “var” kabul edilmekte, ancak bu kabulün zemini sorgulanmamaktadır. Bu durum, giriş bölümünde söz ettiğimiz, Carnap’ın ileri sürmüş olduğu, anlam ve doğrulama koşulları verilmiş bir “dilsel çerçeve” içerisinde belli soruların anlamlı olabileceği fikrinin bir örneği olmaktadır. Carnap, mesela fizik dili çerçevesi içinde dışsal nesnelerin var olup olmadığı sorusunun anlamlı olduğunu ve bu sorunun duysal gözlem yoluyla “evet” şeklinde cevaplandığını; aritmetik dili çerçevesinde sorulan bir “sayı var mıdır?” sorusunun da sadece böyle kabul edilmiş çerçevelerde anlamlı olduğunu ve bu soruya mantıksal tanım ve analiz yoluyla “evet” cevabının verilebileceğini söylemişti. Carnap bu tarz “içsel” soruların yanında bir de belli dilsel çerçevelere öncel olarak sorulan “sayı diye bir şey var mıdır?” şeklindeki soruların “dışsal” ve metafiziksel sorular olduğunu ve bu soruların anlamlı olmadığını belirtmişti.⁵³⁴ İşte Frege ve Gödel’in savunduğu bu geleneksel Platonculuk, esasında bir “mantıksal” veya “küme kuramsal” dil çerçevesi içinde inşa edilen nesnelerin varlığına dayanan bir Platonculuk örneği olmaktadır.

Bu şekilde klasik anlamdaki Platonculuk, bizim tanımladığımız anlamda ontolojik bir Platonculuk olmaktadır. Bunun yanında, çağdaş felsefede, Platonculuğun doğalcı zeminde bir savunusu da mevcuttur. Bu doğalcı fikrin Gödel’in sadece “dışsal kanıtını” devam ettirip içsel kanıtı kabul etmeyen bir Platonculuk olduğunu söyleyebiliriz. Bu fikrin temeli Willard V. O. Quine’in doğalcılık anlayışıdır. Şimdi bu doğalcı fikri inceleyelim.

2.2.2. Doğalcı Platonculuk: Quine-Putnam Vazgeçilmezlik Argümanı

Quine’un savunduğu doğalcı anlayışa göre, tarih boyunca felsefenin ele aldığı bilgi, zihin ve anlam gibi konular, doğa bilimleri tarafından ele alınan dünyadan bağımsız değildir. Dolayısıyla ona göre, doğa bilimlerine öncel bir “ilk felsefeye” gerek yoktur.⁵³⁵ Doğalcı anlayıştaki felsefe, bilime temel değildir, bilimle beraber ilerlemektedir ve onunla “aynı gemidedir”.⁵³⁶ Quine’a göre doğalcılık, ilk felsefeyi terk

⁵³⁴ Carnap, “Empiricism, Semantics, and Ontology”, s. 242-245.

⁵³⁵ Willard V. O. Quine, “Ontological Relativity”, *Ontological Relativity*, ed. Willard V. O. Quine, New York: Columbia University Press, 1969, s. 26.

⁵³⁶ Willard V. O. Quine, “Natural Kinds”, *Ontological Relativity*, ed. Willard V. O. Quine, New York: Columbia University Press, 1969, s. 126, 127.

etmek ve gerçeklik soruşturmasını doğa bilimine bırakmaktır. Bilim de gözlem ve çıkarım metodu ile çalışmaktadır. Mesela doğalcı anlayışa göre, epistemoloji meseleleri, empirik psikoloji bilimine bırakılmaktadır.⁵³⁷ Doğalcı anlaşılan epistemoloji, psikolojinin bir bölümü olmaktadır.⁵³⁸ Quine’a göre, bilim, geniş anlamıyla herkes tarafından yapılabilir.⁵³⁹ Bu açıdan doğa bilimi, genel olarak sağduyuya dayanmaktadır ve sağduyunun bir uzantısı olmaktadır.⁵⁴⁰ Quine, bilimi, geçmiş tecrübelerin ışığında geleceği tahmin etmek için bir araç olarak gördüğünü de belirtmiştir.⁵⁴¹

Quine’ın felsefesinin bir diğer önemli fikri, “epistemolojik bütüncülük” anlamındaki “holizmdir”. Buna göre bilimsel bir önermenin, parçası olduğu teoriden bağımsız ve “izole” bir anlamı olamaz. Bilimsel teorilerin önermeleri bir bütünün parçaları olarak düşünülmeli ve değerlendirilmelidir.⁵⁴² Yani Quine’a göre “bilimi bilim yapan sistemdir”.⁵⁴³ Quine’ın bu bütüncülüğü, Hlyton ve Kemp’in belirttiği üzere, bizim tüm bilgimizin bir “inanç ağı” olduğu metaforuyla ifade edilmektedir.⁵⁴⁴ Shapiro’nun belirttiği üzere, ağdaki her bir düğüm bir inancı temsil etmektedir ve bunların hepsi diğer inançlarla bağlantılıdır. Doğrudan gözleme dayanan inançlar, ağın dış çevresinde yer almaktadır. Buna karşın bilgimizin, gözlemde uzak, daha teorik olan tarafları da ağın çevreden uzak merkez taraflarında yer almaktadır. Bu durum matematik için de geçerlidir. Matematik de, bilimin daha teorik taraflarıyla birlikte, ağın merkez kısımlarında yer almaktadır.⁵⁴⁵

Quine’ın düşüncesinde, Shapiro’nun ifadesiyle, “herhangi bir şeyi -matematik, fizik, psikoloji, gündelik nesneler, mit- kabul etmenin nihai kriteri, onun inanç ağında özsel bir rol oynamasıdır”.⁵⁴⁶ Quine, bir doğalcı ve empirist olarak, bilimin kabul ettiği, yani ontolojik olarak bağlandığı fiziksel nesneleri kabul ederken, Homeros’un

⁵³⁷ Willard V. O. Quine, *Theories and Things*, 2. baskı, Cambridge, Massachusetts ve Londra: Harvard University Press, 1982, s. 72.

⁵³⁸ Willard V. O. Quine, “Epistemology Naturalized”, *Ontological Relativity*, ed. Willard V. O. Quine, New York: Columbia University Press, 1969, s. 82.

⁵³⁹ Willard V. O. Quine ve J. S. Ullian, *Bilgi Ağı*, çev. A. Hadi Adanalı, Ankara: Kitâbiyât, 2001, s. 11.

⁵⁴⁰ Willard V. O. Quine, “The Scope and Language of Science”, *The British Journal for the Philosophy of Science* 8/29 (1957): 2.

⁵⁴¹ Willard V. O. Quine, “Two Dogmas of Empiricism”, *From a Logical Point of View*, ed. Willard V. O. Quine, 2. baskı, New York, Hagerstown, San Francisco, London: Harper Torchbooks, 1961, s. 44.

⁵⁴² Quine, *Theories and Things*, s. 70, 71.

⁵⁴³ Quine ve Ullian, *Bilgi Ağı*, s. 11.

⁵⁴⁴ Peter Hlyton ve Gary Kemp, “Willard Van Orman Quine”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <https://plato.stanford.edu/archives/spr2020/entries/quine/> (erişim 8.3.2022).

⁵⁴⁵ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 213-216; Quine, “Two Dogmas”, s. 43, 44.

⁵⁴⁶ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 215.

tanrılarını, her ne kadar bunlar epistemolojik olarak fiziksel nesnelerle aynı düzlemde olup aralarında sadece derece farkı olduğunu belirtmiş olsa da, kabul etmediğini belirtmiştir.⁵⁴⁷ Quine’a göre, fiziksel açıklama, dağınık duyu algılarını açıklamayı, bunları “nense” denilen şeylerle ilişkilendirerek basitleştirmektedir. Dolayısıyla “fiziksel nesnelerin” varlığı, bizim tecrübe akışımızı açıklamayı kolaylaştırmak için postüle edilmişlerdir. Quine, fenomenalist bakış açısından, fiziksel nesnelerin varlığının faydalı bir “mit” durumunda belirtmiştir.⁵⁴⁸

Quine, matematiksel nesnelere dair Platoncu ontolojiyi de aynı şekilde kullanışlı bulunduğunu belirtmiştir. Buna göre, fizikalist bir bakış açısından, matematiksel nesneler birer “mit” durumunda olmalarına rağmen, fiziksel bilim için ne kadar kullanışlı oldukları açıktır. Zira matematik, fiziği basitleştirmektedir ve bunu yaptığı sürece, bilimin ayrılmaz bir parçası olacaktır.⁵⁴⁹ Bu şekilde Quine, tamamen doğalcı ve pragmatik bir perspektiften kendini Platoncu bir ontolojiye bağlamış olmaktadır.

Hilary Putnam da Quine’ın bu görüşünden hareketle, matematiksel nesnelerin varlığına ilişkin benzer bir argüman geliştirmiştir. Buna göre, “matematiksel nesneler üzerine niceleme yapmak, hem formel hem de fiziksel bilim için vazgeçilemezdir; dolayısıyla biz bu nicelemeyi kabul etmeliyiz; ama bu, bizi matematiksel nesnelerin varlığını kabul etmeye bağlar.”⁵⁵⁰ Yine Putnam’a göre, “matematik ve fizik öyle birbiri içine geçmiştir ki, fiziksel bir teoriye nispetle realist, matematiksel bir teoriye nispetle nominalist olmak mümkün değildir”.⁵⁵¹

İşte, küme ve sayı gibi matematiksel nesnelerin varlığını kabul etmenin gerekliliğini, matematiğin bilimdeki vazgeçilmez rolü üzerinden hareketle öne süren bu argüman, literatüre “Quine-Putnam vazgeçilmezlik argümanı” olarak bilinmektedir.⁵⁵² Bu argüman, Gödel’in dışsal kanıtının doğalcı bir zeminde temellendirilmiş versiyonu olarak düşünülebilir. Şunu belirtelim ki, bu argüman, Maddy’nin de belirttiği üzere, matematiğin a priori ve zorunlu olduğu yönündeki geleneksel Platonculukla uyuşmamaktadır. Zira, vazgeçilmezlik argümanının savunduğu Platonculuğun üzerine

⁵⁴⁷ Quine, “Two Dogmas”, s. 44, 45.

⁵⁴⁸ Quine, “On What There Is”, s. 17, 18.

⁵⁴⁹ Quine, “On What There Is”, s. 18.

⁵⁵⁰ Hilary Putnam, *Philosophy of Logic*, Oxford: Routledge, 2010, s. 57.

⁵⁵¹ Hilary Putnam, *Mathematics, Matter and Method*, 2. baskı, Cambridge: Cambridge University Press, 1979, s. 74; Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 29.

⁵⁵² Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 217.

temellendiği doğal bilim, a priori olmadığı gibi zorunlu da değildir.⁵⁵³ Quine da her türlü önermenin değişime ve revizyona açık olduğunu söylemiştir ki matematik de buna dahildir.⁵⁵⁴ Yine Shapiro'nun belirttiği üzere, Quine'ın düşüncesinde bilginin temeli gözlemdir ki bu nedenle bir a priori bilgiden söz edilememektedir. Matematiğin tarih boyunca zorunlu ve a priori sanılmasının nedeni de, onun “inanç ağının” çok derinine kök salmasıdır. Bu nedenle, teoriye aykırı bir gözlemle karşılaşıldığı zaman, matematik değil, teorinin başka kısımları değiştirilmektedir.⁵⁵⁵ Zira Quine, teoriye aykırı gözlemle karşılaşıldığında, sistemi mümkün olduğunca az şekilde değiştirmeye çalıştığımızı söylemiştir ki bu nedenle, matematik ve teorik fizik gibi merkezî önermelerden daha empirik önermeler değiştirilmekte ve düzeltilmektedir.⁵⁵⁶ Ancak teorik olarak, matematiğin de revizyonu mümkündür.

Şunu da belirtelim ki, Maddy ve Shapiro'nun belirttiği üzere, Quine'ın bu doğalcı anlayışına göre, matematiğin sadece doğa bilimlerine uygulanmış hali kabul edilmektedir. Onların aktardığı üzere Quine, açık bir şekilde, matematiğin, sonlu-ötesi kümeler gibi, doğa bilimlerine uygulanmayan üst seviye teorilerini biçimselciliğin çıkarımcı anlayışında gördüğümüz “yorumlanmamış sistemlerle” aynı konumda görmektedir.⁵⁵⁷

Vazgeçilmezlik argümanı, Maddy ve Shapiro'nun da belirttiği üzere, matematiksel pratiği ihmal etmektedir. Zira matematikçiler, teorilerinin geçerliliği için doğa bilimlerindeki uygulamalara bakmamaktadır. Aynı şekilde bu argüman, basit matematiğin apaçıklığını da gözden kaçırmaktadır. Zira “ $2+2=4$ ” gibi önermelerin “çekimsel kuvvet uzaklıkla ters orantılıdır” gibi teorik fiziksel önermelerle aynı seviyede olmadığı ve temel matematiksel önermelerin çok daha açık ve kolay bir şekilde bilindiği açıktır. Quine-Putnam vazgeçilmezlik argümanı ile savunulan doğalcı matematik anlayışı, uygulamadan bağımsız olan temel matematiğin varlığına ve doğruluğuna ilişkin bir açıklama sağlayamamaktadır.⁵⁵⁸

Bu şekilde, çağdaş dönemde, matematiksel Platonculuğun en bilinen iki versiyonu, Gödel'in klasik anlamdaki Platonculuğu ile Quine-Putnam argümanlarında

⁵⁵³ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 30.

⁵⁵⁴ Quine, “Two Dogmas”, s. 43.

⁵⁵⁵ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 218, 219.

⁵⁵⁶ Quine, “Two Dogmas”, s. 43, 44.

⁵⁵⁷ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 30, 31; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 219, 220.

⁵⁵⁸ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 30, 31; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 218-220.

gördüğümüz doğalcı zemindeki Platonculuktur. Doğalcı zemindeki Platonculuğu, Platon metafiziği açısından incelemeden önce, Paul Benacerraf'ın genel anlamda Platonculuğa karşı geliştirdiği iki ciddi itirazı incelememiz yerinde olacaktır. Zira bu argümanlar sonraki süreçte tüm matematik felsefesi tartışmalarının seyrini etkilemiştir. Dolayısıyla bu argümanları ve argümanlara karşı geliştirilen bazı cevapları ve tartışmaların seyrini anahatlarıyla inceledikten sonra ilgili görüşlerin Platon metafiziği açısından genel bir değerlendirmesini yapacağız.

2.2.3. Benacerraf'ın Platonculuğa Yönelttiği İtirazlar

Benacerraf, *Mathematical Truth* adlı makalesinde, matematiksel Platonculuğa karşı epistemolojik açıdan önemli bir itiraz öne sürmüştür. Benacerraf, öncelikle “nedensel bilgi kuramını” benimsediğini öne sürmüştür ki buna göre, bir x kişinin, bir S önermesinin doğru olduğunu bilebilmesi için, x ile, S 'nin isimleri, yüklemeleri ve niceleyicileri arasında nedensel bir ilişki bulunmalıdır. Aynı şekilde Benacerraf, nedensel bir referans kuramını da benimsediğini ifade etmiştir.⁵⁵⁹ Bu anlayışa göre, orta boyutlu fiziksel nesnelere dair bilğimiz ve onlara yönelik referansımız mümkündür. Zira, bizler, fiziksel varlıklar olarak, diğer fiziksel nesnelerle nedensel olarak etkileşime girebilmekteyizdir.⁵⁶⁰ Ancak Benacerraf'a göre matematiksel bilgi için aynı şey geçerli değildir:

Örneğin sayılar normal addedilmesi gereken bir çeşit varlık ise, sayı kuramının önermelerinin hakikat koşulları ile matematiksel bilgiye sahip olduğu düşünülen kişilerle ilişkili herhangi bir olay arasında bir bağlantı kurulamaz. Kişinin herhangi bir sayı-kuramsal önermeyi düzgün bir şekilde nasıl bilebileceğine dair bir çalışma imkânsız olacaktır. Matematiksel önermelerin içerdiği hakikat koşullarını nasıl bilebileceğimize dair bir anlayışımız olmadığı için de matematiksel hakikat hakkındaki bir görüş üzerindeki ikinci şartımız sağlanamayacaktır.⁵⁶¹

⁵⁵⁹ Paul Benacerraf, “Matematiksel Hakikat”, *Matematik Felsefesi*, 2. baskı, ed. Bekir S. Gür, çev. Muharrem Özlük, Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 252.

⁵⁶⁰ Benacerraf, “Matematiksel Hakikat”, s. 254.

⁵⁶¹ Benacerraf, “Matematiksel Hakikat”, s. 255.

Bu şekilde Benacerraf, insanın fiziksel biliş yetileri ile soyut matematiksel nesneler arasında bir nedensel ilişkinin kurulamadığını iddia etmiş olmaktadır. Benacerraf, Gödel'in matematik ile doğa bilimleri arasında kurduğu analojiyi de yeterli bulmadığını belirtmiştir. Doğa bilimlerinde bilen ile bilinen arasında nedensel ilişki kurulabilmektedir. Ancak Gödel'in "sezgisi", bize önermeleri nasıl bildiğimizi tam olarak söylememektedir.⁵⁶² Yine de Benacerraf, Gödel'in bilen insanlar ile matematiksel nesneler arasında ilişki kurma çabasını olumlu bulduğunu belirtmiştir.⁵⁶³ Ancak ona göre "matematiksel sezgimizin matematiksel önermelerin hakikatiyle nasıl ilişkili olduğuna dair uygun bir görüşün yokluğu, bütün görüşü yetersiz göstermektedir."⁵⁶⁴ Yine Benacerraf, tarihte Platon'un *anamnesis* kuramının konuyla ilgili mantıksız bir çaba olmadığını da vurgulamıştır.⁵⁶⁵ Platon'un metafiziği açısından Benacerraf'ın bu probleminin nasıl anlaşılabilceği meselesini bu bölümün sonunda ele alacağız.

Benacerraf, "What Numbers Could Not Be" adlı makalesinde ise, sayıları Platoncu birer nesne olarak tanımlamaya yönelik başka bir itiraz geliştirmiştir. Bu alt bölümün başında, ZFC aksiyomları ile NBG aksiyomlarındaki sayı tanımlarının nasıl verildiğini söylemiştik. Mesela ZFC aksiyomlarında 3 sayısı " $\{\{\{\emptyset\}\}\}$ " nesnesi ile özdeşleştirilirken, NBG aksiyomlarında bu sayı " $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ " şeklinde ifade edilmekteydi. İşte Benacerraf, sayıların bu şekilde kümelerle özdeşleştirmesine karşı bir itiraz geliştirmiştir. Benacerraf'a göre, birbirinden farklı olduğu kabul edilen B ve C kümeleri için, eğer $3=B$ diyorsak, $3=C$ diyemeyiz. Buna karşın sayılara ilişkin her iki küme kuramsal açıklama da doğru görünmektedir. Dolayısıyla burada bir ikilem çıkmaktadır. Benacerraf'a göre, mesela, hem " $3 = \{\{\{\emptyset\}\}\}$ " demek, hem de " $3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ " demek saçmadır. Zira buradaki ifadeler farklı nesne kümelerine gönderme yapmaktadır.⁵⁶⁶ Mesela " $\{\{\{\emptyset\}\}\}$ " ifadesi tek elemanlı bir küme belirtirken, " $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ " ifadesi 3 elemanlı bir küme belirtmektedir.⁵⁶⁷

⁵⁶² Benacerraf, "Matematiksel Hakikat", s. 257, 258.

⁵⁶³ Benacerraf, "Matematiksel Hakikat", s. 258.

⁵⁶⁴ Benacerraf, "Matematiksel Hakikat", s. 258.

⁵⁶⁵ Benacerraf, "Matematiksel Hakikat", s. 259.

⁵⁶⁶ Paul Benacerraf, "What Numbers Could Not Be", *Philosophy of Mathematics*, 2. baskı, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 279, 280.

⁵⁶⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 265.

Benacerraf'a göre bu şekilde, sayılar için aslında sonsuz farklı uygun açıklama getirilebilmektir, ancak bunlardan hangisini “doğru” olarak seçip de diğerlerini eleyeceğimiz konusunda hiçbir sebep öne sürememekteyizdir. Yani 3'ün neden belli bir küme olup da başka bir küme olamayacağı konusunda bir açıklama bulunamamaktadır.⁵⁶⁸ Benacerraf, bu durumdan hareketle, sayıların küme olamayacağı sonucuna varmıştır.⁵⁶⁹

Benacerraf'a göre, Frege'nin sayıları birer “nesne” olarak düşünüp bunların özdeşlik koşullarını bulma çabası da daha önce gördüğümüz Caesar problemine sebep olmuştur.⁵⁷⁰ Bununla beraber Benacerraf'a göre, sayılar küme olamamalarının da ötesinde, aslında nesne bile olamazlar. Ona göre sayılar nesne değildir ve dolayısıyla sayıları belli birer nesne ile özdeşleştirip başkalarından ayırt etme çabası anlamsızdır.⁵⁷¹ Benacerraf'ın bu durumda sayıların nasıl anlaşılması gerektiği hususundaki fikrine, yapısalcı matematik anlayışında değineceğiz.

Benacerraf'ın bu iki itirazı, gerek Platoncu düşünürleri, gerekse matematik felsefesindeki genel olarak düşünce seyrini etkilemiştir. Platoncu düşünürler, bu itirazlara karşı çeşitli cevap önerileri geliştirmişlerdir. Şimdi bunlardan biri olan, Penelope Maddy'nin erken döneminde ele aldığı “küme kuramsal realizmi” inceleyelim.

2.2.4. Maddy: Küme Kuramsal Realizm

Maddy, erken dönemlerinde, “küme kuramsal realizmi” hem Gödel ile Quine'in realizmlerini uzlaştırmak, hem de Benacerraf'ın itirazına karşı bir argüman sunabilmek amacıyla geliştirmiştir.⁵⁷² Maddy, bu “uzmaşımcı Platonculuğun”, hem Quine-Putnam vazgeçilmezlik argümanını hem de Gödel'in sezgi fikrini birleştirdiğini belirtmiştir. Buna göre, Quine-Putnam argümanı, matematiğin başarılı bilimdeki uygulanmasından hareket etmekte, ancak matematiksel pratiğe ve temel matematiğin apaçıklığına ilişkin

⁵⁶⁸ Benacerraf, “What Numbers Could Not Be”, s. 284.

⁵⁶⁹ Benacerraf, “What Numbers Could Not Be”, s. 285, 289.

⁵⁷⁰ Benacerraf, “What Numbers Could Not Be”, s. 285, 286.

⁵⁷¹ Benacerraf, “What Numbers Could Not Be”, s. 290, 291.

⁵⁷² Maddy, *Realism in Mathematics*, s. vii, viii, 34-36; Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 102, 103.

bir açıklama sunamamaktadır. Maddy, saf matematiğin bu apaçıklığını da Gödel'in sezgi fikrinden hareketle, doğalcı bir zeminde açıklamak istemiştir.⁵⁷³

Bu uzlaşım, Quine/Putnam'dan vazgeçilmezlik argümanlarının merkeziliğini alır; Gödel'den de kanıtın saf matematiksel formlarının tanınmasını ve onları açıklama sorumluluğunu alır. Dolayısıyla bu, Quine/Putnam'daki büyük bir zorluğu -matematiksel pratiğe kayıtsızlık- ve Gödel'deki büyük bir zorluğu -matematiğin doğruluğu için açık bir argümanın olmayışı- önlemektedir.⁵⁷⁴

Bu şekilde Maddy, epistemolojisini ikiye ayırmış ve düşük seviyedeki temel matematiğe dair açıklamasını, Gödel'in sezgisini doğalcı/nörolojik bir zemine çekmek suretiyle değiştirerek açıklamıştır. Daha üst seviye matematiği ise, tıpkı Gödel'in "dışsal kanıtında" veya Quine-Putnam'ın vazgeçilmezlik argümanında olduğu gibi, bunun matematikteki ve bilimlerdeki uygulamaları üzerinden temellendirmeye çalışmıştır. Shapiro'nun belirttiği üzere Maddy'de her iki açıklama da birbirini tamamlamaktadır.⁵⁷⁵

Maddy, Balaguer'in de belirttiği üzere, bu Platonculuğu tıpkı Quine gibi doğalcı bir zeminde ele almıştır.⁵⁷⁶ Maddy, geleneksel Platoncu anlayışı, bilişsel yetilerimizle ilişki içinde olduğumuz "bu dünyaya indirmek" istediğini belirtmiştir.⁵⁷⁷ Maddy burada esas olarak kümelerin temellendirilmesine odaklanacağını belirtmiştir. Zira ona göre küme kuramı, geri kalan matematik için de bir temel olmaktadır.⁵⁷⁸ Maddy'nin "küme kuramsal realizmi", kümelerin insan düşüncesinden bağımsız olarak var olduğunu savunmaktadır.⁵⁷⁹ Ancak Maddy, geleneksel Platonculuktan farklı olarak, kümelerin "soyut" nesneler olmadığını, bunların uzay-zamanda var olduğunu savunmuştur ki Maddy'nin geleneksel Platonculuğu "bu dünyaya indirmekten" kast ettiği de budur.⁵⁸⁰

⁵⁷³ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 34, 35.

⁵⁷⁴ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 35.

⁵⁷⁵ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 35, 76, 107; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 221.

⁵⁷⁶ Mark Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, New York ve Oxford: Oxford University Press, 1998, s. 28; Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 35.

⁵⁷⁷ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 48; Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism*, s. 28.

⁵⁷⁸ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 4; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 221, 222.

⁵⁷⁹ Penelope Maddy, "Perception and Mathematical Intuition", *The Philosophical Review* 89/2 (1980): 163.

⁵⁸⁰ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 59; Maddy, "Perception", s. 179.

Maddy, kendi doğalcı epistemolojisi için, Donald Hebb'in nörofizyolojiye ilişkin geliştirdiği bazı teorilerinden destek almıştır.⁵⁸¹ Maddy'nin aktardığına göre Hebb'in teorisi, bir şekle veya fiziksel bir nesneye dair algısal inancın nasıl gerçekleştiğine ilişkin nörolojik bir açıklama sunmaktadır. Buna göre, mesela bir kişi, belli üçgen kalıplarını algılamaya başladıktan ve bunu tekrar ettikten bir süre sonra, beyinde üçgene ilişkin bir hücre kümesi ("cell assembly") oluşmaktadır. Bu hücre-kümesi oluşuktan sonra, özne, üçgenleri birer "üçgen" olarak tanımakta ve onlara ilişkin algısal inançlar geliştirmektedir. Bu hücre kümesi bir "üçgen dedektörü" olarak iş görmektedir. Maddy'e göre aynı şekilde insanlar, fiziksel nesnelere dair algısal inançlarının oluşumu için de beyinlerinde belli nöral "nesne dedektörleri" geliştirmektedir. Nesne dedektörü, nesnenin kendisinin fikrinin oluşumunu sağlamaktadır.⁵⁸² Maddy'e göre hücre kümeleri, "kendileriyle etkileşilen şey ile algılanan şey arasındaki boşlukta bir köprü kurmaktadır".⁵⁸³

İşte Maddy'e göre, biz, tıpkı fiziksel nesnelere dair algısal inanç geliştirmemiz gibi, fiziksel nesnelerin "kümelerini" de algılamakta ve onlara dair algısal inanç geliştirmektediriz. Mesela bir kişi, bir yumurta kutusunu açıp 3 adet yumurta gördüğü zaman, 3 adet yumurtadan oluşan bir küme algılamış olur ve buna ilişkin algısal inanç gelişir. Maddy burada, bu algı ve inancı geliştiren fiziksel nesneler kümesinin uzay-zamanda bir mekân işgal ettiğini söylemiştir. Yani ona göre mesela boş kümenin veya reel sayılar kümesinin mekânı yoktur; buna karşın fiziksel nesneler kümelerinin uzay-zamanda mekânları vardır ve bunlar oluş ve bozuluşa tâbîdir.⁵⁸⁴ Maddy'e göre, aynı şekilde, daha üst düzey kümeler de aynı şekilde ele alınabilir. Mesela yumurtaların kümesinin mekânı da yumurtaların kendilerinin mekânı olabilir.⁵⁸⁵

Maddy'e göre bu küme algısı gelişiminin de, çocukluktan itibaren nesnelere ve kümelere maruz kalma ile gelişmektedir. Fiziksel nesne kümelerinin algılanması, bunların yeniden gruplandırılması, bunlar arasında birebir eşleme yapılması, altkümelerin kurulması vs. ile beyinde yavaş yavaş, tıpkı Hebb'in teorisinde olduğu gibi, ilgili hücre kümeleriyle bir "küme dedektörü" gelişmektedir ki bu sayede

⁵⁸¹ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 55.

⁵⁸² Maddy, "Perception", s. 176-178.

⁵⁸³ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 58; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 222.

⁵⁸⁴ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 58; Maddy, "Perception", s. 178, 179.

⁵⁸⁵ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 59.

kümelerin algılanması mümkün olmaktadır.⁵⁸⁶ Dolayısıyla Maddy'e göre, bir kişi yumurta kutusuna baktığı zaman, orada yumurtalar kümesini görmekte ve bu kümeye ilişkin algısal inanç oluşturmaktadır; mesela bu kümenin 3 elemanlı olduğunu ve 2 elemanlı altkümelerinin olduğunu bilmektedir. Yumurtaların kendileri, bu inançların sebepleridir ve beyindeki küme dedektörü de bu bilginin oluşumunu sağlamaktadır.⁵⁸⁷ Küme kuramsal realizm anlayışına göre de, sayılar, kümelerin nitelikleri olarak anlaşılmaktadır ki böylece sayının bilgisi de kümenin bilgisinden elde edilmiş olur.⁵⁸⁸ Böylece Maddy, Benacerraf'ın epistemolojik itirazına da bir cevap sunmuş olmaktadır.

Bu şekilde, Maddy'e göre, beyindeki nöronların oluşturduğu karmaşık yapılar, algısal inançları sağlamaktadır. Üçgen dedektörü üçgenlerin, nesne dedektörü nesnelerin, küme dedektörü de kümelerin algılanmasını sağlamaktadır. Her bir kavrama ilişkin algısal inançlar da bu dedektörlerin yapısı tarafından belirlenmektedir. Maddy'nin verdiği örneğe göre, mesela, üçgen dedektörü, bütün üçgenlerin üç kenarlı olduğu inancını da beraberinde getirmektedir. Maddy'nin “sezgisel inançlar” dediği bu inançlar kümeler için de geçerlidir. Buna göre küme dedektörü, kümelerin sayı niteliklerine sahip olduğu, birden fazla elemanı olan kümelerin altkümelere sahip olduğu, elemanların yerinin değişmesiyle kümenin sayısının değişmemesi gibi sezgisel inançları da beraberinde getirmektedir. Maddy'e göre sezgisel inançlar, dille ifade edilmelerinden ve biçimsel dilde yazılmalarından önce gelişmektedir.⁵⁸⁹

Maddy'e göre Gödel'in aksiyomların “bize kendini doğru olarak kabul ettirmesi” fikri, aslında ilksel sezgisel inançların dilde başarılı bir şekilde ifade edilmesinden ibarettir. Dilde ifade edilen sezgilerin yanlış olması da, doğru sezgilerin yanlış ifade edilmesi de, yanlış sezgilerin doğru ifade edilmesi de mümkündür. Bununla beraber, sezgilerin bu dilsel ifade edilişleri, insanlar arasında yayıldıkça, sezgisel inançlarla da daha uyumlu hâle gelmektedir.⁵⁹⁰ Ayrıca Maddy'e göre, sezgisel inançları kavramları oluşturacak hücre kümelerinin oluşması için başlangıçta duyuşsal tecrübe gerekiyor olsa da, bu inançlar bir kez yerleşince artık tecrübeye ihtiyaç duyulmaz. Maddy'e göre bu nedenle sezgiler, “saf olmayan (*impurely*) a priori” statüsüne

⁵⁸⁶ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 64, 65; Maddy, “Perception”, s. 181, 182.

⁵⁸⁷ Maddy, “Perception”, s. 182, 183.

⁵⁸⁸ Penelope Maddy, “Kümeler ve Sayılar”, *Matematik Felsefesi*, 2. baskı, ed. Bekir S. Gür, çev. Murat Özoğlu, Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 310, 311.

⁵⁸⁹ Maddy, “Perception”, s. 185.

⁵⁹⁰ Maddy, “Perception”, s. 186, 187.

gelmektedir, ancak nihai olarak bunlar a priori değildir. Dolayısıyla bunlar, Gödel’de gördüğümüz anlamda, “dışsal” bir destek almadığı sürece sadece varsayım olarak kalırlar. Bu şekilde Maddy, Shapiro’nun da belirttiği üzere, geleneksel Platonculuktan ziyade Quine tarzı bir doğalcılığa daha yakınlaşmış olmaktadır.⁵⁹¹ Maddy’e göre bu sezgiler, bilimlerin temeli olmaktadır. Bunların uygulamada doğrulanması ve yanlışlanması mümkündür. Aynı şekilde ZFC aksiyomları gibi, küme kuramının aksiyomlarının temelleri de bu sezgilere dayanmaktadır.⁵⁹²

Şunu da belirtelim ki, Maddy, tıpkı Platon ve Frege’nin fiziksel nesneler için söylemiş olduğu gibi, bir yumurtanın parçalarının, moleküllerinin vs. olması nedeniyle aslında sadece “bir” olmayıp bir çokluk belirttiğini kabul etmiştir. Dolayısıyla Maddy’e göre dış dünyaya ait bilgimizin çoğu teoriktir ki buna göre biz, sayı niteliğine sahip olabilecek bir şeyler algılamaktayızdır. Ancak bu sayı nitelikleri olan “kümeler”, “çokluklar”, “kavramlar” vs. arasından neyin sayı olarak kabul edileceğine ilişkin algıdan değil, bizim dünyaya ilişkin bilimsel teorilerimizden gelmektedir ki Maddy’e göre burada kümeler sayı olarak kabul edilmeye en uygun adaylardır.⁵⁹³

Maddy, Benacerraf’ın ikinci itirazına cevap vermek için ise, sayıların kümelerin nitelikleri olduğu görüşünden ve matematik ile doğa bilimi arasındaki benzerlik fikrinden hareket etmiştir. Buna göre, kümelerin sayı niteliklerine sahip olmaları, fiziksel nesnelerin uzunluklara sahip olmaları gibidir. Fiziksel bir nesnenin uzunluğu ölçülürken farklı nitelikte ölçek veya cetveller kullanılabilir. Mesela 1 cm’lik bir uzunluk, tahta veya plastik bir cetvelle ölçülebilir. Aynı şekilde, küme kuramı içinde de aritmetiğin, ZFC ve NBG’deki sayı yorumları gibi, birçok farklı yorumu bulunmaktadır ki bu yorumlar, “kümelerin sayı niteliklerinin ölçülebileceği alternatif kurallar” olmaktadır.⁵⁹⁴ Dolayısıyla Maddy’e göre, Benacerraf’ın ikinci itirazında dile getirdiği sorun, “1 cm tahta mıdır yoksa plastik midir?” sorusunu sormak gibidir.⁵⁹⁵ Bu soru, matematik felsefesini aşmakta ve fiziksel nitelikleri de içine alacak şekilde, niteliklere ilişkin genel bir tartışma halini almaktadır. Burada Maddy’e göre matematik felsefesi

⁵⁹¹ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 74; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 223.

⁵⁹² Maddy, “Perception”, s. 187, 188.

⁵⁹³ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 60-62.

⁵⁹⁴ Maddy, “Kümeler ve Sayılar”, s. 318, 319; Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 98.

⁵⁹⁵ Maddy, “Kümeler ve Sayılar”, s. 318, 319.

açısından önemli olan nokta, aritmetiğin küme kuramına indirgenebileceği ve sayılar hakkında konuşmanın sadece kümeler üzerinden yapılabileceğidir.⁵⁹⁶

Maddy bu şekilde, hem Gödel ile Quine'in Platonculuğunu uzlaştırmaya çalışmakta, hem de Benacerraf'ın itirazlarına bir cevap geliştirmiş olmaktadır. Maddy burada, Gödel'in kümelere ve aksiyomlara ilişkin “sezgi” fikrini, nörolojik yapılara indirgeyerek doğallaştırmış olmaktadır.

Doğalcı savunmaların yanında, Platoncu düşünürler arasında, Benacerraf'ın itirazlarına karşı başka bir önemli cevap girişimi de geliştirilmiştir ki literatürde buna “saf-kan Platonculuk” veya “bol Platonculuk” adı verilmiştir. Şimdi bu fikri inceleyelim.

2.2.5. Saf-Kan Platonculuk

“Saf-kan Platonculuk”, Horsten'in belirttiği üzere, “mantıksal olarak tutarlı bütün matematiksel teorilerin, zorunlu olarak soyut bir nesneye gönderme yaptığını” ileri sürmektedir.⁵⁹⁷ Tüm matematiksel teorilerin bir soyut nesneye gönderme yapması fikri, hem ZFC'nin hem NBG'nin de (tutarlı oldukları varsayımı altında) bazı nesnelere gönderme yaptığını söylemektedir ki bu Benacerraf'ın ikinci itirazına bir cevap belirtmektedir. Zira hem ZFC hem de NBG farklı evrenlerde nesneler tanımlamış olmaktadır. Dolayısıyla sayıların hangi nesnelerle özdeşleştirileceği sorusu geçersiz hâle gelmiş olmaktadır. Yine bu anlayışta, matematikçi, teoriyi ileri sürdüğü zaman onun bilgisini edinmiş olur ki bu da Benacerraf'ın ilk itirazı olan nedensellik eleştirisine bir cevap teşkil etmektedir.⁵⁹⁸

Linsky ve Zalta'nın geliştirdiği saf-kan Platonculuk versiyonu, matematiksel nesnelerin varlığını ve bunlara dair bilgimizi, sentetik a priori olarak ortaya konan “kavrama ilkeleri” üzerinden temellendirmektedir.⁵⁹⁹ Onlara göre bu ilkeler sayesinde soyut matematiksel nesnelerin varlığı açıklanmaktadır. Bu ilkeler, “hangi koşulların

⁵⁹⁶ Maddy, *Realism in Mathematics*, s. 98.

⁵⁹⁷ Horsten, “Philosophy of Mathematics” (erişim 20.3.2022); Baha Zafer, “Roger Penrose'da Matematiksel Platonculuk”, *Dîvân* 19/36 (2014): 92.

⁵⁹⁸ Horsten, “Philosophy of Mathematics” (erişim 20.3.2022).

⁵⁹⁹ Bernard Linsky ve Edward N. Zalta, “Naturalized Platonism versus Platonized Naturalism”, *The Journal of Philosophy* 29/10 (1995): 525, 526.

belli bir türde nesne belirleyeceğini ifade eden çok genel varlık iddialarıdır”.⁶⁰⁰ Bu iddialardan bazıları, tutarlı olduğu sürece, mümkün olabilecek her soyut nesnenin var olduğunu söylemektedir ki bu saf-kan Platonculuğun özü olmaktadır. Linsky ve Zalta ayrıca, bu ilkeler üzerine kurulu fikirlere “ilkeli Platonculuk” dendiğini belirtmiştir.⁶⁰¹ Burada, teori tarafından tanımlanan nesne ve teoriler, soyut nesneler olarak var kabul edilmektedir. Linsky ve Zalta’nın geliştirdiği bu teori, “kodlama” yüklemi ve x’in soyut olmasını ifade eden “A!x” yüklemi olmak üzere iki temel yüklem üzerine yükselmektedir. Burada “kodlama”, klasik realist anlayıştaki, tikelin tümeli “örneklemesinden” farklıdır. Klasik anlayışta, “x F’dir” diyen “Fx” ifadesi, x’in bir F olarak F yüklemine örneklediğini ileri sürmektedir. Ancak Linsky ve Zalta’nın ortaya attığı kodlama yüklemine “xF” ifadesi, “x F’yi kodlar” anlamındadır.⁶⁰² Linsky ve Zalta, kodlamaya ilişkin şu 3 ilkedен söz etmiştir:

- (1) Nitelikler üzerindeki her koşul için, o koşulu tam olarak yerine getiren nitelikleri kodlayan bir soyut birey vardır.
 $\exists x(A!x \ \& \ \forall F(x \equiv F\Phi))$, burada x, Φ içinde serbest değildir.
- (2) Eğer x bir F niteliğini mümkün olarak kodluyorsa, zorunlu olarak kodluyordur.
 $\Diamond xF \rightarrow \Box xF$.
- (3) Eğer x ve y soyut bireylerse, o zaman bunlar özdeşdir, ancak ve ancak, bunlar aynı nitelikleri kodluyorlarsa.
 $A!x \ \& \ A!y \rightarrow (x = y \equiv \forall F(xF \equiv yF))$.⁶⁰³

Linsky ve Zalta’nın belirttiğine göre, burada “ilk ilke soyut nesneler için kavrama ilkesi olmakta; ikinci ilke soyut nesnelerin (mümkün olarak) kodladığı şeylerin özsel olarak kodlandığını söylemekte; üçüncü ilke soyut nesneler için özdeşlik ilkesi olmaktadır”.⁶⁰⁴

Linsky ve Zalta, bu şekilde klasik Platonculu anlayıştaki, matematiksel nesne ve teorilerin soyutluklarını, gerçekliklerini ve doğruluklarını da koruduklarını bildirmişlerdir. Yine burada, önermelerdeki x, y gibi tekil terimlerin de soyut nesnelere gönderme yapmaları sağlanmaktadır.⁶⁰⁵ Nesneler, içinde tanımlandıkları teoriye göre değiştikleri ve belirlendikleri için de Benacerraf’ın ikinci itirazı da karşılanmış

⁶⁰⁰ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 533.

⁶⁰¹ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 533.

⁶⁰² Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 536.

⁶⁰³ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 536.

⁶⁰⁴ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 536.

⁶⁰⁵ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 541, 542.

olmaktadır. Zira, mesela, ZFC teorisindeki sayılar ile NBG teorisindeki sayılar, farklı nesneler belirtmektedirler. Her bir teori ayrı nesneler belirlediği için de, tüm matematiksel nesnelerin tek bir temel teoriye indirgenmesi gibi bir gereklilik bulunmamaktadır. Dolayısıyla bu anlayışa göre matematiğin keşfedilmeyi bekleyen tek bir temeli de yoktur.⁶⁰⁶ Linsky ve Zalta'ya göre matematiksel nesne ve ilişkiler tamamlanmış veya belirli değildir; “bunlar, biz onları [teoride] nasıl belirlersek öyledirler”.⁶⁰⁷

Linsky ve Zalta'ya göre, bu teori Benacerraf'ın ilk itirazına da bir cevap teşkil etmektedir. Zira buradaki soyut nesnelerin bilgisi, onların tanım koşullarının ve kodladıkları niteliklerin anlaşılması ve tanımlanmasından ibarettir. Dolayısıyla kavrama ilkesini anlama yetimiz ve yukarıda gördüğümüz kavrama ve özdeşlik aksiyomları, Benacerraf'ın istediği nedensel ilişkiyi sağlamaktadır.⁶⁰⁸ Linsky ve Zalta'ya göre, burada kavrama ilkesi sentetik ve a priori'dir. Sentetik olmasının sebebi, kavrama ilkesinin “belli nitelikleri kodlayan nesnelerin varlığını iddia etmesidir” ki bu yargı, “soyut”, “kodlama”, “nitelik” gibi terimlerin anlamlarından çıkmadığı için analitik değil, sentetik olmaktadır. İlkenin a priori olmasının sebebi de onun empirik kanıtlara ihtiyaç duymaması ve bu kanıtlara konu olmamasıdır.⁶⁰⁹

Linsky ve Zalta'ya göre, onların ilkeli Platonculuğu, doğalcılıkla da uyumludur. Zira onlara göre, gündelik dili ve bilimsel dili anlamak için de kavrama ilkesi gerekmektedir.⁶¹⁰ Bu nedenle onlar, teorilerine “Platonikleşmiş Doğalcılık” demiştir ki böylece, geleneksel Platonculuğu doğalcılıkla tutarlı hale getirdiklerini ileri sürmüş olmaktadır.⁶¹¹ Bunun yanında, Linsky ve Zalta'nın belirttiği üzere, onların Platoncu doğalcılığı, Maddy'nin küme-dedektörleri gibi, uzay-zamanın içinde yeni varsayımlarda bulunmamaktadır. Soyut nesneler, fiziksel bilimdeki gibi keşfedilmeyi bekleyen nesneler gibi değildir; bunlar kavrama ilkesi tarafından “tanımlanan” nesnelerdir.⁶¹² Linsky ve Zalta'ya göre bu, “kavrama ilkesine dair realizmin direk sonucudur”.⁶¹³

⁶⁰⁶ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 542, 543.

⁶⁰⁷ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 544.

⁶⁰⁸ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 547.

⁶⁰⁹ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 547.

⁶¹⁰ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 548.

⁶¹¹ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 525.

⁶¹² Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 551, 552.

⁶¹³ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 552.

Ayrıca Linsky ve Zalta, tüm mümkün soyut nesnelerin “var” kabul edilmesinin, doğalcılık açısından, bazı soyut nesneleri kabul edip bazılarını etmeyen klasik Platonculuktan daha avantajlı olduğunu düşündüklerini belirtmişler. Zira bu şekilde, bazı soyut nesnelerin açıklama yapılmadan keyfî bir şekilde öne sürülmesi gibi bir durumdan da kaçınılmış olmaktadır. Onların ifadeleriyle, saf-kan Platonculuktaki “bolluk, keyfî değildir” ve “soyut nesneler için, keyfî olmayan bir şekilde mümkün olduğunca az nesne eklemenin tek yolu, onların tümünü eklemektir!”⁶¹⁴

Saf-kan Platonculuğun veya bol Platonculuğun bir diğer versiyonu da, Mark Balaguer tarafından geliştirilmiştir. Balaguer, saf-kan Platonculuğu şu şekilde tanımlamıştır: “Tüm mümkün matematiksel nesneler vardır”.⁶¹⁵ Horsten’in belirttiği üzere, Balaguer’in ortaya koyduğu yorumda, “matematiksel evrenlerin çokluğu postüle edilmektedir ve bunların her biri tutarlı bir matematiksel teoriye karşılık gelmektedir.”⁶¹⁶ Dolayısıyla burada, Balaguer’in belirttiği üzere, tutarlılık temeldir. Yani “var olması mümkün” ifadesinden kasıt, mantıken mümkün olmaktır ki bu da tutarlılıktır.⁶¹⁷ Buna göre eğer saf-kan Platonculuk doğruysa, o zaman tüm tutarlı saf matematiksel teoriler, belli bir soyut matematiksel nesneler çokluğunu doğru bir şekilde tanımlamış olmaktadır. Balaguer’e göre matematiksel nesnelerin bilgisi de, bu teorilerin tutarlı olduğunun bilgisidir. Bu bilgi, matematiksel nesnelerle herhangi bir etkileşim gerektirmemektedir.⁶¹⁸ Balaguer’in verdiği örnek tarzına göre, mesela “3 tektir” ifadesiyle “3 pozitifdir” ifadesinin birbirleriyle tutarlı olduğunu bilgisi ve “3 tektir” ile “3 tek değildir” ifadelerinin çelişik olduğunun bilgisi için 3 sayısına bir erişim gerekmemektedir. Böylece Benacerraf’ın erişim itirazı da geçersiz hale gelmektedir. Zira burada matematiksel nesnelerin bilgisi, tutarlılığın bilgisini gerektirmektedir ve tutarlılığın bilgisi de matematiksel nesnelere bir erişim gerektirmemektedir.⁶¹⁹

Balaguer’e göre, burada, matematiksel nesnelerin varlığının temeli olan tutarlılığın “ilkel”, “sezgisel”, “mantıksal” ve anti-Platoncu bir terim olduğu söylenebilir.⁶²⁰ Ona göre bu bilgi, sezgisel olarak, Platoncu veya matematiksel

⁶¹⁴ Linsky ve Zalta, “Platonized Naturalism”, s. 552.

⁶¹⁵ Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism*, s. 5.

⁶¹⁶ Horsten, “Philosophy of Mathematics” (erişim 21.3.2022).

⁶¹⁷ Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism*, s. 49, 74.

⁶¹⁸ Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism*, s. 48, 49.

⁶¹⁹ Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism*, s. 73.

⁶²⁰ Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism*, s. 70, 73.

değildir.⁶²¹ Dolayısıyla, saf-kan Platonculuğa göre, matematiksel bilgi, varlığını doğrudan mantıksal bilgiye borçlu olmaktadır. Zira matematiksel nesnelerin varlığını ifade eden cümlelerin doğruluğu, yani tutarlılık matematiksel değil, mantıksaldır. Balaguer'in belirttiği üzere, bir T matematiksel teorisinin tutarlılığı, T'nin nesnelerin varlığından veya yokluğundan bağımsızdır. Dolayısıyla, T'nin nesnelerinin varlığını ifade eden “T, matematiksel gerçekliğin bir parçasını doğru bir şekilde tasvir eder” ifadesi, saf-kan Platonculuğa ontolojik bağlanmanın, yani tutarlılığın varlığı ima ettiği fikrinin ve T'nin tutarlı olmasının bir birleşimidir.⁶²² Bu şekilde Balaguer, Shapiro'nun da belirttiği üzere, “tutarlılık” kriterini, matematiksel evrenin dışında tutmuş ve matematiksel evrenin varlığını tutarlılığa bağlamış olmaktadır.⁶²³

Bu şekilde saf-kan Platonculuk, tüm mümkün ve tutarlı matematiksel teorilerin tanımladığı nesneleri “var” kabul ederek ve bu nesnelerin bilgisini de tanım veya tutarlılığın bilgisine bağlayarak Benacerraf'ın itirazlarına bir cevap geliştirmeye çalışmıştır.

20. yüzyılın ikinci yarısında matematiksel nesnenin varlıksal statüsüne ilişkin geliştirilen çeşitli yaklaşımları ele aldığımız bu bölümde, şimdiye değin Platonculuğu savunan belli başlı akımları bu şekilde görmüş olduk. Bunun yanında, bu dönemde, matematiksel nesneleri elemeye çalışan, yani matematiksel nesnelere ontolojik bağlanma yapmaktan kaçınmaya çalışan nominalist yaklaşımlar da söz konusudur. Şimdi bunlardan en bilineni olan, Hartry Field'ın nomanilazmini kısaca inceleyelim.

2.2.6. Field'ın Nominalist Bilimi

Field, bir nominalist olarak, nominalizmi, soyut nesnelerin varlığını kabul etmeme doktrini olarak tanımlamıştır. Dolayısıyla Field sayı, fonksiyon ve küme gibi matematiksel nesnelerin varlığını reddettiğini bildirmiş ve “dünyayı açıklarken”, bu nesnelere gönderme yapmanın veya bu nesneler üzerine niceleme yapmanın meşru olmadığını savunmuştur.⁶²⁴ Dünyayı açıklama, fizik bilimi ile yapıldığı için de, Field,

⁶²¹ Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism*, s. 74.

⁶²² Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism*, s. 74.

⁶²³ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 254.

⁶²⁴ Hartry Field, *Science Without Numbers*, 2. baskı, Oxford: Oxford University Press, 2016, s. 1.

fiziğe uygulanan matematiğin bu tür nesneleri içermemesi gerektiğini söylemiş ve bu matematiğe ilişkin “kurgucu” bir yaklaşım benimsediğini bildirmiştir.⁶²⁵ Kurguculuk, matematik felsefesinde, Gür ve Shapiro’nun belirttiği üzere, matematiksel nesneleri, tıpkı edebiyat ürünü kurguları gibi, birer kurgu nesnesi olarak kabul etmeyi ve onlara ontolojik bağlanma gerçekleştirilmemesi gerektiğini savunan görüştür.⁶²⁶ Dolayısıyla Field, soyut nesnelere ontolojik bağlanma gerçekleştiren matematiksel teorilerin “doğru” olarak nitelendirilemeyeceğini söylemiştir.⁶²⁷ Bu görüşleri benimseyen Field, fiziksel bilimi, matematiğin soyut nesnelere gönderme yapan kısımlarını kullanmadan yeniden nasıl formülleştirebileceğini göstermeye çalışmıştır.⁶²⁸ Field’ın *Science Without Numbers* adlı eseri, Newtoncu çekim teorisinin nominal bir versiyonunu geliştirmeye yöneliktir.⁶²⁹

Field’a göre, Platonculuğun lehine ve nominalizm aleyhine olan en ciddi argüman, Quine-Putnam vazgeçilmezlik argümanıdır. Yine ona göre, matematiğin fiziksel dünyaya uygulanması, matematiğin doğruluğunun lehine en ciddi argüman gibi görünmektedir. Bu nedenle Field, eğer bu vazgeçilmezlik argümanlarını çürütebilirse, o zaman Platonculuğu da çürütebileceğini öne sürmüştür.⁶³⁰ Field’a göre eğer, soyut nesneler kullanılmaksızın bilim yapılabileceği gösterilirse, o zaman vazgeçilmezlik argümanı çürümüş olur.⁶³¹

Field’a göre, eğer matematiğin uygulanabilirliği yönündeki Platoncu argüman çürürse ve bilimin soyut matematiksel nesnelere gönderme yapmadan da yapılabileceği gösterilirse, o zaman matematiğin doğruluğundan ve yanlışlığından da söz edilemez ki bu durumda matematik için “doğru” ifadesi de kullanılamaz. Field’a göre bu durum, Benacerraf’ın ilk itirazı olan epistemolojik erişim itirazını da gidermektedir. Zira matematiksel nesneler olmadığı ve matematik de doğru olmadığı için bunların bilgisi gibi bir durum da söz konusu olmamaktadır.⁶³²

⁶²⁵ Field, *Science Without Numbers*, s. 1, 2.

⁶²⁶ Gür, “Giriş”, s. 58; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 227.

⁶²⁷ Field, *Science Without Numbers*, s. 2.

⁶²⁸ Field, *Science Without Numbers*, s. 2.

⁶²⁹ Field, *Science Without Numbers*, s. 2.

⁶³⁰ Field, *Science Without Numbers*, s. 4, 5.

⁶³¹ Field, *Science Without Numbers*, s. 5, 6.

⁶³² Field, *Science Without Numbers*, s. i, ii.

Field ilk olarak, Linnebo'nun da belirttiği üzere, matematiğin bilim üzerinde “kapalı” olduğunu göstermek istemiştir. Zira Field'a göre, matematik, bilimdeki çıkarımlar için sadece bir kısayol görevi görmektedir. Dolayısıyla eğer matematiğin bilim üzerinde kapalı olduğu gösterilebilirse, nominal (matematiksel nesne içermeyen) bilimsel öncüllerden nominal sonuçlara yapılan çıkarımların matematik kullanılmadan da yapılabileceği anlaşılır.⁶³³ Field, kapalılığı şöyle tanımlamıştır: “M matematiksel kuramı tutucudur [kapalıdır]; ancak ve ancak fiziksel dünya ile ilgili herhangi bir A önermesi ve bu gibi önermelerden oluşan herhangi bir N yapısı için, A sadece N'den çıkarılamıyorsa N+M'den de çıkarılamaz”.⁶³⁴ Burada N, nominal bir kuram olmaktadır ve A'nın N+M'den çıktığının görülmesi, sırf N'den çıktığının görülmesinden daha kolay olmaktadır ki Field'a göre bu, matematiğin amacının çıkarımları kolaylaştırmak olduğunu göstermektedir.⁶³⁵ Field'a göre burada kapalılık, doğruluk değildir.⁶³⁶ Ayrıca ona göre “iyi” bir matematik, zaten kapalı olmalıdır. Zira matematiğin kapalı olmaması, onun fiziksel dünyayla etkileşimde olması anlamına gelir ki bu da onun sürekli değiştiği ve değişime ihtiyaç duyduğu anlamına gelirdi ki bu da matematiğin “iyi” olmadığını gösterirdi.⁶³⁷ Bunun yanında Field, matematiğin kapalılığına ilişkin, burada ele almayacağımız, iki tane biçimsel argüman da geliştirmiştir.⁶³⁸

Field, daha sonrasında, Newton fiziğinin dilini nominalleştirmeye yönelik bir strateji geliştirmiştir. Field, uzay-zamana ilişkin tözcü (*substantialist*) bir yaklaşım benimsediğini bildirmiştir ki buna göre uzay-zaman noktaları ve bu noktalardan oluşan uzay-zaman bölgeleri, bağımsız bir şekilde var olan nesneler olarak kabul edilmektedir.⁶³⁹ Bu nokta ve bölgeler üzerine gönderme ve niceleme yapmak da nominalizmle uyumludur ki, Field'ın stratejisinin temeli de budur.⁶⁴⁰ Field burada, Hilbert'in Öklid geometrisi için geliştirdiği aksiyomatizasyondan yararlandığını bildirmiştir.⁶⁴¹ Field'ın aksiyomları, Shapiro'nun da belirttiği üzere, sonsuz sayıda uzay-

⁶³³ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 110.

⁶³⁴ Hartry Field, “Matematikte Realizm ve Karşı-Realizm”, *Matematik Felsefesi*, 2. baskı, ed. Bekir S. Gür, çev. Muharrem Özlük ve Cezmi Kayan, Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 271.

⁶³⁵ Field, “Realizm ve Karşı-Realizm”, s. 272, 273.

⁶³⁶ Field, “Realizm ve Karşı-Realizm”, s. 273.

⁶³⁷ Field, *Science Without Numbers*, s. 13.

⁶³⁸ Field, *Science Without Numbers*, s. 17-21; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 234.

⁶³⁹ Field, *Science Without Numbers*, s. 35.

⁶⁴⁰ Field, *Science Without Numbers*, s. 36, 37; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 229.

⁶⁴¹ Field, *Science Without Numbers*, s. 27.

zaman noktası ve bölgesini varsaymaktadır ki bu noktalar, reel sayılar kümesinin dördüncü kuvvetiyle (R^4) izomorfiktir. Bu, uzay-zamanda, reel sayılar kadar nokta ve bölge olduğu anlamına gelmektedir.⁶⁴² Field burada, böyle “zengin” bir uzay-zamanı varssymakla reel sayıları varsaymak arasında bir fark olmadığı yönündeki muhtemel bir itirazı değerlendirmiş, ve burada iki durum arasındaki farkın somutluk-soyutluk farkı olduğunu belirtmiştir. Field, bir nominalist olarak, sayıların varlığını, sayılar soyut oldukları için reddetmektedir. Buna karşın uzay-zaman nokta ve bölgeleri fiziksel ve somut varlıklardır ki bu nedenle nominalizmin aleyhine bir durum oluşturmamaktadır.⁶⁴³ Field’a göre bu nedenle, fizikten sayılar, kümeler ve fonksiyonlar elenirken uzay-zaman bölgeleri elenmemektedir.⁶⁴⁴ Field’a göre ayrıca biz, uzay-zaman nokta ve bölgeleriyle, soyut nesnelerin aksine, fiziksel olarak da etkileşime girebilmekteyizdir ki bu da Benacerraf’ın matematiksel nesneler için öne sürdüğü epistemolojik erişim sorununun uzay-zaman nokta ve bölgeleri için geçerli olmadığını göstermektedir.⁶⁴⁵

Field’ın kurmaya çalıştığı bilim dili, Shapiro’nun da belirttiği üzere, işte bu uzay-zaman noktaları arasındaki ilişkileri, sayılara ve kümelere gönderme yapmadan ifade etmeye çalışmaktadır.⁶⁴⁶ Belirttiğimiz üzere Field burada öncelikle geometri için Hilbert’in ortaya koyduğu aksiyomlardan yararlanmaktadır. Field, geometri aksiyomlarına ilişkin “metrik yaklaşım” ve “sentetik yaklaşım” olmak üzere iki tür yaklaşım olduğunu ve metrik yaklaşımda, uzay noktalarının bir fonksiyonla reel sayılara yansıtılarak, geometri aksiyomların bu şekilde reel sayılar üzerinden yazıldığını belirtmiştir. Buna karşın sentetik yaklaşımda reel sayılar kullanılmamaktadır ki Öklid, kendi geometrisini de böyle kurmuştur ve Hilbert’in aksiyomatizasyonu da sentetiktir. İşte Field, aynı sentetik yaklaşımı, Newton fiziği için kurmaya çalışmıştır.⁶⁴⁷ Bu anlayışa göre, mesela, “arasında” ifadesi, üç değişkenli bir yüklem olmaktadır ve “*y Bet xz*” ifadesi *y*’nin *x* ile *z*’nin arasında olduğunu ifade etmektedir ki burada *y*, uçları *x* ve *z* olan bir doğru parçasında bulunmaktadır. Doğru parçalarının eşliğı ise dört değişkenli “*Cong*” yüklemi üzerinden tanımlanmaktadır ki buna göre “*xy Cong zw*”

⁶⁴² Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 232; Field, *Science Without Numbers*, s. 31.

⁶⁴³ Field, *Science Without Numbers*, s. 31, 32.

⁶⁴⁴ Field, “Realizm ve Karşı-Realizm”, s. 283.

⁶⁴⁵ Field, “Realizm ve Karşı-Realizm”, s. 283, 284, 286.

⁶⁴⁶ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 230.

⁶⁴⁷ Field, *Science Without Numbers*, s. 43.

ifadesi, x 'in y 'ye olan uzaklığının z 'nin w 'ya olan uzaklığının aynı olduğunu ifade etmektedir.⁶⁴⁸ Yine Field, bir açının tanımını şu şekilde yapmaktadır: “ $xyz A - Cong\ tuv$ ” ifadesi, tepe noktası y olan x, y, z noktalarıyla kurulan açının tepe noktası u olan t, u, v noktalarıyla kurulan açıyla aynı derecede olduğunu belirtmektedir.⁶⁴⁹ Field, “ $xy Tempcong zw$ ” ifadesini, “ x ile y 'nin sıcaklıkları, z ile w 'nun sıcaklıklarıyla aynıdır” şeklinde yorumlayarak bir sıcaklık tanımı vermiş olmaktadır.⁶⁵⁰ Böylece Field, Hilbert aksiyomlarından yola çıkarak, Newton fiziğini bu şekilde nominalleştirmiştir. Field, Linnebo'nun da belirttiği üzere, kütle ve yük gibi başka nicelikleri de belli birimler üzerinden özdeşlik koşullarını vererek tanımlamış ve Newton fiziğini sentetik olarak kurmaya çalışmıştır.⁶⁵¹

Field, belli nesnelerin sayısını belirten cümlelerin nasıl nominalleştirileceğini de göstermeye çalışmıştır. Mesela “en az bir tane F vardır” ifadesi “ $\exists xFx$ ” şeklinde, “bir” kelimesini içermeyen yazılabilmektedir.⁶⁵² “Tam olarak bir tane F vardır” ifadesi de, Berto ve Plebani'nin belirttiği üzere, “ $\exists x(Fx \& \forall y(Fy \rightarrow y = x))$ ” (“en az bir F vardır ki, tüm y 'ler için eğer y F ise x ile aynıdır”) şeklinde; “tam olarak iki tane F vardır” ifadesi de “ $\exists x\exists y(Fx \& Fy \& x \neq y \& \forall z(Fz \rightarrow z = x \vee z = y))$ ” (“öyle bir x ve y vardır ki x ve y F 'dir ve x ile y aynı değildir ve tüm z 'ler için eğer z F ise z ya x ya da y 'dir”) şeklinde yazılabilmektedir.⁶⁵³ Bu şekilde Field, sayı terimlerine referans vermeksizin sayı ifade eden cümlelerin nasıl ifade edilebileceğini göstermeye çalışmıştır.

Kısacası Field, Platonculuk lehine en güçlü argüman olarak gördüğü Quine-Putnam vazgeçilmezlik argümanını çürütmek için, matematiğin bilim için “vazgeçilebilir” olduğunu göstermeye ve matematiksel nesnelere gönderme yapmayan bir bilim dili geliştirmeye çalışmıştır. Çağdaş matematik felsefesinde, nominalist akımlara başka örnekler olarak, burada incelemeyeceğimiz, Chihara'nın, klasik matematikteki “ $\exists$ ” varlık niceleyicisini mümkün bir inşa edilebilirlik yüklemi olarak

⁶⁴⁸ Field, *Science Without Numbers*, s. 27; Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 107.

⁶⁴⁹ Field, *Science Without Numbers*, s. 27.

⁶⁵⁰ Field, *Science Without Numbers*, s. 56; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 230.

⁶⁵¹ Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 107, 108.

⁶⁵² Field, *Science Without Numbers*, s. 23.

⁶⁵³ Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 130.

yorumlayan ve mesela klasik matematikteki “öyle bir x vardır ki” şeklindeki bir ifadeyi “ Cx ” yüklemiyle “öyle bir x inşa etmek mümkündür ki” veya “öyle bir x ’in olması mümkündür ki” şeklinde tercüme eden “modal inşacılığı”; veya Yablo’nun matematiksel nesneleri birer “kurgu” ve bunları bilim için “temsili yardımlar” olduğunu ileri süren “kurguculuğu” gösterilebilir.⁶⁵⁴

Çağdaş matematik felsefesinde nominalist akımlar, bu şekilde, matematiksel nesnelere ontolojik bağlanma yapmaktan kaçınıp bunları farklı şekillerde yorumlamaya çalışmışlardır. Bunun yanında, son olarak ele alacağımız, çağdaş matematik felsefesinde ortaya çıkmış bir diğer önemli akım da, doğal sayılar gibi bireysel matematiksel nesneleri elemekle beraber bunları bir yapı içinde kabul eden yapısalcılıktır.

2.2.7. Soyut Yapı Bilimi Olarak Matematik: Yapısalcılık

Yapısalcılık, en genel haliyle, matematiğin tekil nesneler hakkında değil, soyut yapılar hakkında olduğunu iddia eden görüştür. Yapısalcılık akımı ayrıca, Benacerraf’ın ikinci itirazına karşı da önemli bir cevap verme girişimidir.⁶⁵⁵ Benacerraf’ın bizzat kendisinin dışında Shapiro, Resnik ve Hellman gibi düşünürler de yapısalcılığın çeşitli versiyonlarını savunmuşlardır. Benacerraf’ın ifadesiyle, bu anlayışta, mesela 3 olmak, bir doğal sayı “yapısında” 1 ve 2’den sonra gelmek ve 4 tarafından geçilmekten başka bir şey değildir. Bu anlamda her şey, ardışık bir dizide 3 rolünü oynayabilir.⁶⁵⁶ Dolayısıyla 3 bir nesne değil, bir pozisyonur.

Shapiro, yapısalcılık anlayışını şöyle özetlemiştir:

Yapısalcı, net bir şekilde, doğal sayılar arasında her türlü ontolojik bağımsızlığı reddeder. Bir doğal sayının özü, onun diğer doğal sayılarla ilişkisidir. Aritmetiğin konusu tek bir soyut yapıdır, bu yapı bir ardıllık

⁶⁵⁴ Charles Chihara, *Constructibility and Mathematical Existence*, Oxford: Oxford University Press, 1990, s. 24, 25; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 239; Stephen Yablo, “The Myth of the Seven”, *Fictionalism in Metaphysics*, ed. Mark Eli Kalderon, Oxford: Oxford University Press, 2005, s. 94, 95; Stephen Yablo, “Go Figure: A Path Through Fictionalism”, *Midwest Studies in Philosophy* XXV (2001): 74; Berto ve Plebani, *Ontology and Metaontology*, s. 84, 87.

⁶⁵⁵ Horsten, “Philosophy of Mathematics” (erişim 23.3.2022).

⁶⁵⁶ Benacerraf, “What Numbers Could Not Be”, s. 291.

ilişkisi olan, tek bir başlangıç nesnesi olan ve tümevarım ilkesini yerine getiren tüm sonsuz nesne çokluklarında ortaktır. 2 sayısı doğal sayı yapısındaki ikinci pozisyonundan daha az veya fazla bir şey değildir; ve 6 da altıncı pozisyonudur. Bunların hiçbirinde pozisyon oldukları yapıdan bağımsız değildir, ve bu yapıdaki pozisyonlar olarak, hiçbirisi bir diğerinden bağımsız değildir.⁶⁵⁷

Resnik de, matematiğin sadece yapılarla uğraştığını, yapıların içinde yer alan nesnelerin “içsel” niteliklere sahip olmadıklarını ve bunların “yapı içindeki yapısız” konumlar olduğunu belirtmiştir.⁶⁵⁸ Mesela Shapiro’nun verdiği örneğe göre, bir satranç yapısı veya bir basketbol takımı yapısı böyle düşünülebilir. Bu örneklerde soyut bir sistem tanımlanır ve sistemin pozisyonları arasındaki ilişkiler (kurallar, satranç taşların hareket yönü, takımın formasyonu vs.) belirlenir, ama pozisyonları işgal eden nesnelerin (taşların veya oyuncuların) bireysel nitelikleri dikkate alınmaz.⁶⁵⁹ Her şey, bir satranç yapısındaki pozisyonları işgal ederek, mesela şah veya kale rolü oynayabilir. İşte yapısalcılara göre matematik de sadece soyut yapılara ve yapıların pozisyonları arasındaki ilişkilere odaklanmakta ve yapıların pozisyonlarını işgal eden nesnelerin mahiyetlerini dikkate almamaktadır. Aynı şey, matematiğin alt alanları için de geçerlidir. Mesela Öklid geometrisi, Öklidçi uzay “yapısını” çalışmaktadır.⁶⁶⁰ Öklid geometrisinin nesneleri olarak kabul edilen noktalar, reel sayı yapısının nesneleri olarak kabul edilen reel sayılar, küme kuramının nesneleri olarak kabul edilen küme ve elemanlar vs. gibi nesnelerin hepsi, bir yapıdaki pozisyonlardır.⁶⁶¹

Yapılar, çeşitli somut veya soyut sistemler tarafından örneklenebilir. Sistemler, Shapiro’nun belirttiği üzere, üzerinde belli ilişkilerin tanımlı olduğu bir nesneler topluluğudur ve yapı da bu sistemin biçimidir.⁶⁶² Mesela bir doğal sayı yapısı, “I, I, I, I...” şeklinde art arda dizilmiş semboller tarafından, “0, 1, 2, 3,...” şeklindeki rakamlar tarafından, art arda dizilmiş somut taşlar tarafından veya “ $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots$ ” şeklindeki kümeler tarafından örneklenebilir. Benzer şekilde bir satranç yapısı da bilgisayardaki bir

⁶⁵⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 258.

⁶⁵⁸ Michael D. Resnik, “Modeller Bilimi Olarak Matematik: Ontoloji ve Referans”, *Matematik Felsefesi*, 2. baskı, ed. Bekir S. Gür, çev. M. Sabır Kiraz ve Cezmi Kayan, Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 326, 327.

⁶⁵⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 259.

⁶⁶⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 258-260, 266, 267.

⁶⁶¹ Stewart Shapiro, *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*, Oxford: Oxford University Press, 1997, s. 77, 78.

⁶⁶² Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 262.

satranç programı tarafından ya da uygun bir tahta üzerindeki taşlar tarafından örneklenebilir.⁶⁶³ Örnekler değişse de yapının kendisi değişmemektedir. Yapıyı örnekleyen sistemlerde, pozisyonları dolduran nesneler değişmektedir, ancak pozisyonlar aynı kalmaktadır. Bir doğal sayı yapısında, üçüncü pozisyonun yerine “3” rakamını da koysak, “{{{Ø}}}}” kümesini de koysak, o pozisyon, üçüncü pozisyon aynı kalmaktadır.⁶⁶⁴

Yapısalcılık, Shapiro’nun da belirttiği üzere, Benacerraf’ın ikinci itirazını geçersiz kılmaktadır. Zira yapısalcı anlayışa göre, tıpkı herhangi bir nesnenin bir satranç tahtasında fil rolünü oynayabilmesi gibi, herhangi bir nesne de bir doğal sayı yapısını örnekleyen bir sistemde 3 rolünü oynayabilmektedir. Bunlara ZFC aksiyomatizasyonundaki 3 olan “{{{Ø}}}}” kümesi de dahildir, ZBG aksiyomatizasyonundaki 3 olan “{Ø, {Ø}, {Ø, {Ø}}}}” kümesi de dahildir. Önemli olan pozisyonu dolduran nesnenin kendisi değil, yapının kendisidir. Bu durumda Benacerraf’ın hangi tanımın gerçek “3” kabul edileceği sorusu geçerliliğini yitirmektedir.⁶⁶⁵ Zira “3”, aslında tanımlanacak bağımsız bir nesne değil, pozisyonudur.

Benzer şekilde, yapısalcılık, Frege’nin mantıkçı projesinde bir problem olarak ortaya çıkan Caesar problemini de geçersiz kılmaktadır. Zira Caesar bir nesne olduğu ve doğal sayı yapısındaki bir pozisyon olmadığı için ve “2” de bir nesne değil, bir pozisyon olduğu için, “2=Caesar” özdeşliği yanlış olmaktadır. Bununla beraber Caesar’ın, doğal sayı yapısını örnekleyen bir sistemde ikinci pozisyonu işgal ederek 2 rolünü oynaması da mümkündür. Yani yapıdaki pozisyon ile pozisyonu işgal eden tikel nesne arasında yapılan bu ontolojik ayrım, Caesar problemini geçersiz kılmaktadır.⁶⁶⁶

Shapiro ayrıca, yapısalcı bakış açısının Field’ın reel sayı yapısıyla onunla izomorfik durumda olan uzay-zaman yapısı arasında yaptığı ayrımı kabul etmeyeceğini belirtmiştir. Yapısalcı bakış açısına göre, Field’ın kabul etmediği R^4 de, Field’ın doğrudan varsaydığı uzay-zaman noktaları da alsında reel sayı yapısını örneklemektedir. Dolayısıyla Field, bu yapı üzerinde bilim yaptığı için aslında

⁶⁶³ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 258, 259, 263, 264.

⁶⁶⁴ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 263, 264.

⁶⁶⁵ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 266, 267.

⁶⁶⁶ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 265-267; Benacerraf, “What Numbers Could Not Be”, s. 291.

matematikle de uğraşmış olmaktadır. Zira yapısalcılığa göre, uzay-zaman yapısında teorem kanıtlamak da R^4 'te teorem kanıtlamak da aynı iştir.⁶⁶⁷

Resnik'e göre, yapıların veya onun ifadesiyle “kalıpların” bilgisi, yapıların örneklerinin tecrübesiyle başlar. Sonrasında bu örnekler üzerine düşünerek, örnekleri genişleterek ve karşılaştırmalar yaparak yapıların bilgisine ulaşılır.⁶⁶⁸ Shapiro'ya göre de bir yapı, soyutlama veya bir tür “kalıp tanıma” ile kavranabilmektedir.⁶⁶⁹ Yapıyı örnekleyen sistemlerin tecrübe edilmesi sonrasında, yapıyı dolduran nesnelerin bireysel nitelikleri ihmal edilerek ilişkilere odaklanılır ve sürecin sonunda yapının kendisi kavranır.⁶⁷⁰ Yani, Shapiro'ya göre önce tikel nesneler veya semboller öğrenilir, sonra bunlar bir sistemdeki veya yapıdaki pozisyonlar olarak düşünülür ve bu sayede önce sonlu sonra da sonsuz yapıların ve bunların pozisyonlarının bilgisi elde edilir.⁶⁷¹

Peki soyut yapıların ontolojik durumu nedir? Bu yapıların varlığı ontolojik olarak kabul edilmeli midir, yoksa örnek sistemlerden bağımsız bir yapı düşünülemez mi? Bu yapılar gerçekte var mıdır yoksa bunlar sistemler üzerine yapılan genellemelerden mi ibarettir? Bu konuya ilişkin, literatürde “*ante rem* yapısalcılık” ve “*in re* yapısalcılık” olmak üzere yaklaşım bulunmaktadır.⁶⁷² Shapiro ve Resnik gibi düşünürlerin benimsediği *ante rem* yapısalcılık, yapıların ve pozisyonların, onları örnekleyen her türlü sistemden bağımsız olarak var olduğunu düşünüp kendini onlara ontolojik olarak bağlar. *Ante rem* yapısalcılığa göre, mesela doğal sayı yapısını örnekleyen hiçbir sistem olmasa bile doğal sayı yapısı vardır.⁶⁷³ Bu açıdan *ante rem* yapısalcılığın özünde Platoncu bir fikir olduğunu söyleyebiliriz.⁶⁷⁴ Zaten Resnik de kendisinin bu açıdan Platoncu olduğunu söylemiştir.⁶⁷⁵ Buna karşın *in re* yapısalcılıkta, Shapiro'nun da belirttiği üzere, sistemlerden bağımsız bir yapının ontolojik varlığı reddedilmektedir. Yapılar, sistemler üzerine yapılan genellemelerden ibaret olmakla

⁶⁶⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 261.

⁶⁶⁸ Resnik, “Modeller Bilimi”, s. 328-330.

⁶⁶⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 259, 276; Shapiro, *Structure and Ontology*, s. 111.

⁶⁷⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 259.

⁶⁷¹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 276-283.

⁶⁷² Shapiro, *Structure and Ontology*, s. 9, 10;

⁶⁷³ Shapiro, *Structure and Ontology*, s. 9; Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 257.

⁶⁷⁴ Stewart Shapiro, “Epistemology of Mathematics: What Are The Questions? What Count as Answers?”, *The Philosophical Quarterly* 61/242 (2011): 130; Osman Gazi Birgül, “Sayıların Onto-Epistemolojik Statüsü: In Re ve Ante Rem Yapısalcılık Yerine In Constructio Önerisi”, *Kaygı* 19/2 (2020): 622.

⁶⁷⁵ Resnik, “Modeller Bilimi”, s. 325.

beraber bir varoluşa sahip değildir. Linnebo'nun da belirttiği üzere, bu anlayışta, bir sistemin bir yapıyı örneklediği söylendiği zaman aslında kast edilen, tikel sistemler arasındaki izomorfizmdir. Sistemlerin ortadan kalkması halinde yapı da ortadan kalkacaktır.⁶⁷⁶ Literatürde, Parsons'un kullandığı ifadelerden hareketle, *in re* yapısalcılık için “elemeci yapısalcılık” ve *ante rem* yapısalcılık için de “elemeci-olmayan yapısalcılık” da denmektedir.⁶⁷⁷ Parsons'un ifadesiyle, elemeci yapısalcılık, yapıları bir “konuşma tarzı” olarak kabul etmektedir.⁶⁷⁸ Bu tür yapısalcılığın çeşitli versiyonlarını, Benacerraf ve Hellman'ın savunduğu söylenebilir.⁶⁷⁹ *In re* yapısalcılıkta, Shapiro'nun belirttiği üzere, “3 vardır” şeklindeki bir ifade “her doğal sayı sisteminin üçüncü pozisyonunda bir nesnesi vardır” şeklinde anlaşılmaktadır ve sayılar hakkında konuşma, yapıları örnekleyen sistemler hakkında konuşma olmaktadır.⁶⁸⁰

Hellman, “modal yapısalcılık” adını verdiği eleyici yapısalcı bir yorum geliştirmiştir.⁶⁸¹ Bu yorum, yapısalcılık ile modaliteyi sentezleyerek, matematiği “mümkün yapıların bilimi” olarak tanımlamaya çalışmaktadır.⁶⁸² Buna göre yapılar, gerçek birer nesne olarak değil, bir “imkân” olarak anlaşılmaktadır. Dolayısıyla matematik, var olan değil, var olması mümkün yapıların veya sistemlerin bilimi olmaktadır. Böylece, kişi, kendini Platoncu nesnelere bağlamaksızın yapılar ve sistemler hakkında konuşabilmiş olur.⁶⁸³

Shapiro'nun belirttiği üzere, modal yapısalcılık dışındaki *in re* yapısalcı bir anlayışta, yapılar, sistemler üzerine yapılan genellemelerdir ve bu nedenle, bu sistemler hakkında konuşabilmek için, sistemin pozisyonlarını dolduran bir nesneler çokluğunun önvarsayılması, yani onun ifadesiyle bir “arka plan ontolojisi” gerekmektedir. Buna göre bir satranç yapısının arka plan ontolojisi küçük taşlar iken, aritmetik yapısının arka plan ontolojisi de kümeler veya küme rolünü oynayabilecek başka nesneler olacaktır. Dolayısıyla, aritmetiğin *in re* yapısalcı yorumu, sonsuz sayıda doğal sayı olduğu için, sonsuz bir arka plan ontolojisini; reel analizin *in re* yapısalcı yorumu ise sayılamaz

⁶⁷⁶ Shapiro, *Structure and Ontology*, s. 9; Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 156.

⁶⁷⁷ Charles Parsons, “The Structuralist View of Mathematical Objects”, *Synthese* 84/3 (1990): 307, 321, 331; Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 156.

⁶⁷⁸ Parsons, “The Structuralist View”, s. 331, 332.

⁶⁷⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 257.

⁶⁸⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 270, 271.

⁶⁸¹ Geoffrey Hellman, *Mathematics Without Numbers*, Oxford: Oxford University Press, 1989, s. 8.

⁶⁸² Hellman, *Mathematics Without Numbers*, s. 1, 6.

⁶⁸³ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 273-275; Çevik, *Matematik Felsefesi*, s. 187, 188.

sonsuzlukta bir arka plan ontolojisini önvarsaymayı gerektirmektedir. Shapiro'nun belirttiği üzere, *in re* yapısalcı bir anlayışta, bu arka plan ontolojisi, hakkında konuşulan yapının bir parçası olmamalıdır, zira bu durumda, bu yapı eleneceği için yeni bir arka plan ontolojisi daha gerekirdi. Dolayısıyla bu tarz bir *in re* yorum, yapıyı, yapıya ait olmayan önvarsayılmış ontolojik bir nesne alanı üzerinde temellendirmektedir.⁶⁸⁴ Shapiro'ya göre bu söylenenlerin modal yapısalcılık için de geçerli olduğu söylenebilir. Zira bu durumda da, arka plan ontolojisi mümkün nesneleri önvarsaymaktadır.⁶⁸⁵ Bu açıdan *in re* yapısalcılık, bir anlamda ontolojik Platonculuğa yaklaşmış olmaktadır.

Ante rem yapısalcılığı savunan Shapiro'ya göre, bir yapı hakkında konuşabilme yeteneğimiz, yapıların “uyumlu” (*coherently*) bir şekilde var olduğuna dair bir kanıttır.⁶⁸⁶ Shapiro, “uyum ilkesini” şöyle ifade etmiştir: “Eğer P, uyumlu bir cümleler grubuysa, o zaman P'yi sağlayan bir yapı vardır”.⁶⁸⁷ Burada “uyum”, modal bir terim olmaktadır ki bundan dolayı, bir *ante rem* yapısalcı, bir modal yapısalcının “mümkün” olarak ortaya koyduğu bir sistemin veya yapının bilfiil olarak var olduğunu söyler. Yani Shapiro'nun uyum ilkesine göre, uyumlu bir aksiyomatiyasyonu olan her yapı vardır ki ona göre bu görüş, Balaguer'in “her tutarlı matematiksel teori, bir nesneler çokluğuna işaret etmektedir” görüşüne çok yakındır. Shapiro burada, Balaguer'in “tutarlılık” fikrini “uyumluluk” olarak okuduğunu belirtmiştir.⁶⁸⁸ Aynı şekilde Shapiro'ya göre bu görüşün kökleri, Hilbert'in tutarlılık fikrine kadar gitmektedir.⁶⁸⁹

Shapiro'ya göre tutarlılık olarak anlaşılan uyum fikri, aksiyomlardan çelişki çıkmamasını ifade etmektedir. Ancak ona göre, bu, aksiyomlardan çıkarımla elde edilen belli bir “tipe” var olmayışını ifade ettiği için halihazırda bir soyut nesne varsayımında bulunmuş olmakta ve bir tür kısır döngüye düşmektedir. Mesela bu anlayışa göre, doğal sayı yapısının varlığı, aritmetiğin tutarlılığı üzerinden temellendirilmiş olmaktadır, ancak aritmetik zaten doğal sayı yapısını ifade etmektedir. Shapiro, bu durumu çözmek için, tıpkı Balaguer'in yaptığı gibi tutarlılığın tanımsız ve sezgisel bir temel olarak kabul edilebileceği, veya tutarlılığın yine matematik içinde tanımlanmaya çalışılabileceğini söylemiştir. Matematik içinde yapılabilecek bir tutarlılık tanımına ilişkin Shapiro,

⁶⁸⁴ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 268, 271-273.

⁶⁸⁵ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 274.

⁶⁸⁶ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 282.

⁶⁸⁷ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 286.

⁶⁸⁸ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 286.

⁶⁸⁹ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 286.

Gödel'in her tutarlı teorinin (bir cümleler kümesinin) bir modeli (teoriyi sağlayan bir küme kuramsal yapının) olduğunu ifade eden “tamlık teoreminden” yararlanarak, şöyle bir tanım vermiştir: “Bir R cümleler kümesi sağlanabilir, eğer R'nin her bir elemanı için küme kuramsal bir sistem varsa”. Burada Shapiro, yapıları küme kuramı üzerinden temellendirmeye çalışmıştır, ancak kendisinin de belirttiği üzere, küme kuramı da bir yapıdır ve onun uyumlu veya tutarlı olduğunu düşünmemiz için bir sebep yoktur. Shapiro, bu durumdan kurtulmanın bir yolunun olmadığını, uyum veya tutarlılığın sezgisel bir terim olarak kabul edilip biçimsel olarak ifade edilemeyeceğini ve küme kuramının uyumlu bir sistem olarak önvarsayılabilirliğini kabul etmek zorunda kalmıştır. Ona göre halihazırda küme kuramı, tüm matematik için arka plan olarak kullanılmaktadır ve yapısalcılık da bu varsayımı kabul ederek, küme kuramını kendisi için bir temel olarak kullanmakta ve bu sayede matematiği yine matematik içinde temellendirmiş olmaktadır.⁶⁹⁰

Çağdaş matematik felsefesinde, matematiksel nesnelerin varlıksal statüsüne ilişkin yapılan tartışmaların ve ileri sürülen temel görüşlerin genel bir listesini ve görüşlerin kısaca özetini vermekle yetindiğimiz bu bölümde, tartışmaların ontolojik bir düzeyde kaldığını ve metafiziksel bir düzeye geçilmediğini görmekteyiz. Yani belli bir dil veya bilim dili içerisinde bazı matematiksel nesnelerin varlığı varsayılmakta, ancak bunlar “nesnel” bir şekilde ele alınmamaktadır. Yani bu nesnelerin nasıl “nesne” oldukları sorgulanmamakta, yapılan varsayımların zemini ele alınmamaktadır.

İncelediğimiz düşünürlerden Gödel, kümelerin ontolojik varlığını doğrudan varsaymış olmakla beraber, bu varsayım aslında dilde ifade edilen küme kuramsal aksiyomlara bir “varlık” atfetmenin ötesine geçememektedir. Quine ve Putnam tarafından ortaya konan vazgeçilmezlik argümanı ise, doğalcı zemin kapsamında doğa bilimlerini temele alarak onların kabul ettiği nesneleri ontolojik olarak varsaymakta ve matematiksel nesneler de bu bilimlerde “vazgeçilmez” olduğu için, bu nesnelere de kendini ontolojik olarak bağlamaktadır. Maddy ise bu nesnelerin temelleri olan kümelerin dış dünyada bulunduğunu önvarsaymakta ve bunların beyindeki yine fiziksel olarak varsayılmış olan özel dedektörler fiziksel tarafından algılandığını ileri sürmektedir. Linsky, Zalta ve Balaguer gibi düşünürler ise kendilerini, hakkında tutarlı

⁶⁹⁰ Shapiro, *Thinking About Mathematics*, s. 286-289; Linnebo, *Philosophy of Mathematics*, s. 177.

bir şekilde konuşabildiğimiz her nesneye ontolojik olarak bağlamayı seçmişlerdir. Field ise matematiksel nesneleri ontolojisinden elemiş, ancak kendini uzay-zaman nokta ve bölgelerine ontolojik olarak bağlamıştır. Son olarak yapısalcı düşünürler, gerek *ante rem* olsun, gerek *in re* veya modal olsun, kendilerini soyut matematiksel veya mümkün yapılara, ya da yapıları gerçekleştirecek kümeler gibi arka plan nesnelere bağlamaktadır. Bütün bu tartışmalarda, Platonculuğa yönelttiği itirazlarla önemli bir konumda olan Benacerraf ise, itirazlarını, haklı olarak, ontolojik bir düzlemde yapmakta ve matematiksel nesnelere ontolojik bağlanmamız halinde, epistemolojik erişim sorunuyla veya bu nesnelerin özdeşliğine ilişkin sorunlarla karşılaşacağımızı vurgulamaktadır. Kısacası, çağdaş tartışmaların ontolojik olarak varsayılan nesneler üzerinden yapılan muhakemelerle ilerlediğini, ancak bu varsayımların metafiziksel zeminlerinin dikkate alınmadığını görmekteyiz.

Gerek yirminci yüzyılın ilk yarısında matematiğin temellerine ilişkin ortaya çıkmış üç akım (mantıkçılık, biçimselcilik, görüselcilik) olsun, gerekse bu bölümde incelediğimiz matematiksel nesnenin mahiyetine ilişkin tartışmalar olsun, öne sürülen görüşlerin daima kendilerini belli bir “nesneler kümesine” bağladıklarını görmekteyiz. Bu nesneler, matematiksel nesnelerin kendileri olabileceği gibi, fiziksel nesneler, uzay-zaman noktaları ve soyut yapılar da olabilmektedir. Dolayısıyla matematik, belli “nesneler” üzerine inşa edilmektedir. İşte bu nesnelerin en genel anlamıyla, bu bölümün başında da ifade ettiğimiz üzere, kümeler olduklarını söyleyebiliriz. Yani “ $\in$ ” elemanı olma ilişkisi üzerinden tanımlanan kümeler, asıl matematiksel nesneler olmaktadır. İşte matematik felsefesinde yapılan çağdaş tartışmalarda, kümelerin metafiziksel olarak ele alınmadığını görmekteyiz. Küme-eleman bağıntısının metafiziksel zemini nedir? Bir sonraki bölümde konuyu Platoncu metafizik üzerinden ele almaya çalışacağız.

2.3. Platoncu Metafizik Açısından Matematiksel Nesneler Olarak Kümeler

Platon’un düşüncesinde, tüm fiziksel ve matematiksel inşaların, asıl gerçeklik alanından, yani İdealardan pay almak suretiyle gerçekleştiğini görmüştük. Bu inşalar, ruhun tecrübesinde ortaya çıkmakta ve ruhun İdealar ile tanışıklığı sayesinde mümkün

olmaktadır. Dolayısıyla bizim tanımımız itibariyle, metafizik, ontolojileri mümkün kılmaktadır.

Önceki alt bölümlerde incelediğimiz görüşleri Platoncu metafizik açısından değerlendirecek olursak, Platoncu-olmayan düşünürlerin yanında, kendini “Platoncu” olarak ifade eden düşünürlerin de aslında metafiziksel anlamda Platon’un düşüncesinden uzak kaldığını görmekteyiz. Zira matematiksel dil veya bilim dili içerisinde “inşa edilen” nesneler varsayılmakta, yani *dianoia* düzeyinde birtakım hipotezlerden hareket edilmekte, ancak bu hipotezlerin *noetik* zemini ihmal edilmektedir. Yani nesneden hareketle “nesnel” bir dil kurmak yerine, dilden hareketle aslında nesnel olmayan nesneler ortaya konmaktadır. Kanaatimizce bu durum Benacerraf’ın itirazlarını meşrulaştırmaktadır. Zira kümelerin soyut nesneler olarak varsayılması, insanın da fiziksel bir nesne olduğu varsayımı altında, epistemolojik erişim sorununu ortaya çıkarmaktadır. Maddy’nin “küme dedektörü” açıklaması Benacerraf’ın itirazına yönelik bir cevap teşkil etse de, kanaatimizce kümeler varsayımının zemininin ne olduğu sorumuza cevap verememektedir. Zira Maddy’nin düşüncesinde tıpkı fiziksel nesneler olarak kabul edilen kümeler gibi, beyindeki nöral yapılar da aynı doğalcı çerçevede ontolojik olarak varsayılan fiziksel nesneler olmaktadır. Dolayısıyla dış dünyadaki fiziksel kümelerin küme olarak algılanmasının yine fiziksel bir nesne olan beyindeki hücrelerle gerçekleştiğini söylemek, Platon’un *Phaidon* diyalogunda eleştirdiği, büyüme ve gelişmenin yemek yeme sonucunda et ve kasların genişlemesi sayesinde olduğu şeklindeki, veya Sokrates’in o an hücrede bulunmasının onun kas hareketleri sebebiyle olduğunu şeklindeki salt fiziksel açıklamalarla aynı düzlemde olmaktadır. İlgili diyalogda Platon’un doğayı sadece doğa ile açıklamayı yeterli bulmadığını ve doğal sebepleri de mümkün kılan, “nedenin kendisi olmaksızın asla neden olamayacağı” ilk ilkeyi asıl açıklama olarak kabul ettiğini görmüştük. Dolayısıyla Platon’un metafiziği, doğalcı açıklamaları da mümkün kılan asıl teleolojik ilkeye yöneliktir.

Matematiksel inşaların temel nesneleri olan kümelerin “ $\in$ ” elemanı olma ilişkisiyle kurulduğunu söylemiştik. Mesela “ $x \in y$ ” ifadesi, x ’in y ’nin elemanı olduğunu söylemektedir. Ancak bir nesnenin, “nesne” olarak kümeye ait olması, veya bunun dilde bu şekilde tanımlanması, nesnenin kendisi sayesinde olmamaktadır. Yani mesela “ $y = \{x, z\}$ ” şeklindeki bir y kümesinde x ve z nesnelerinin birer “eleman”

olması, bu nesnelerin kendilerinden gelmemektedir ki bu Platon'un Devlet, Sofist ve Parmenides diyaloglarında "Bir" fikrinin veya Phaidon diyalogunda "Eşitlik" fikrinin duyusal nesnelerden gelmemesi yönündeki fikri olmaktadır. Tıpkı Bölünmüş Çizgi'de her türlü biliş faaliyetini gerçekleştirenin ruh olması gibi, bir kümenin küme olarak kurulması da ruhun tecrübesinde gerçekleşmektedir. Yani tıpkı ruhun önceden asıl Bir ve Eşitlik nesneleriyle tanışık olması ve bu sayede duyusal veya zihinsel çoklukları "bir" ve "eşit" olarak deneyimleyebilmesi gibi, bir nesnenin küme elemanı olması da ruhun hem genel anlamda hem genel anlamda asıl nesnelerin özleriyle, hem de Bir, Aynı ve Farklı gibi özlerle tanışık olması zemininde mümkün olmaktadır. Mesela ruh, x nesnesini "bir", "kendisiyle aynı" ve "başkasından (mesela z nesnesinden) farklı" olarak görebildiği için onu $\{x\}$ şeklinde, bir "kendinde nesne" olarak temsil edebilmekte, hakkında konuşabilmekte ve üzerinde işlem yapabilmektedir. Yani ruhun asıl kendinelikler ile tanışıklığı sayesinde, duyusal veya zihinsel çoklukları birer "küme" olarak temsil edebilmekte ve bu sayede matematik dilini inşa edebilmektedir. Yani ruh, nesnelerle tanışıklığı sayesinde anlamlı bir dil üretebilmektedir. *Kratylos* diyalogunun terminolojisiyle ifade edecek olursak, ruh, nesneler üzerinden ad koyabilmektedir. Zira bir şeyi küme parantezine almak, kanaatimizce onu belirlemektir ki, bir şeye ad koymak da onu aynı şekilde diğer nesnelerden ayırt ederek seçmektir. Dolayısıyla bir x nesnesini $\{x\}$ şeklinde temsil etmek de onu adlandırmak gibidir. Bu adlandırma da ancak bir nesne zemininde mümkün olmaktadır.

Platon'un *Phaidon* diyalogunda, "2" nesnesinin, "1+1" toplamıyla veya bir şeyin ikiye bölünmesiyle inşa edilemeyeceğini, ancak kendinde 2'nin varlığı sayesinde "1+1" ifadesinin bir ikilik belirteceğini ve bu insanın ruhun tecrübesinde "2" olarak anlaşılabilirliğini ileri sürdüğünü söylemiştik. Bu durumu, küme kuramında tanımlanan sayılar üzerinden de değerlendirebiliriz. Mesela hem ZFC hem NBG aksiyomatizasyonlarında, 1 sayısının, boş kümenin kümesi olan " $\{\emptyset\}$ " ifadesiyle tanımlandığını söylemiştik. Ancak bu ifade, bir küme ve o kümenin bir elemanını içerdigi için aslında bir çokluk belirtmektedir. Yani "birlik" fikri bu kümenin kendisinden gelmemektedir. Bu noktada Maddy'nin "küme dedektörü" de kanaatimizce bir açıklama teşkil edememektedir, zira tıpkı "bir" olarak algılanan bir yumurtanın aslında bir çokluk içermesi gibi, beyindeki dedektörler de fiziksel olarak bir çokluktur ve bu çoklukların nasıl bir "birlik" üretebildikleri bir sorun olarak durmaktadır. Platon

metafiziği açısından “ $\{\emptyset\}$ ” ifadesinin “bir” olarak anlaşılması, ancak bir “Bir” fikrine halihazırda sahip olan ruhun tecrübesinde gerçekleşmektedir. Aynı şekilde, ZFC’de 2 sayısının “ $\{\{\emptyset\}\}$ ” şeklinde “boş kümeyi içeren kümeyi içeren küme” olarak tanımlandığını belirtmiştik. Ancak bu ifade, bir açıdan düşünüldüğünde tek bir küme olmaktadır ve bu nedenle 2’lik fikri bu küme ile inşa edilememektedir. Dolayısıyla bu kümenin “2” olarak tanımlanabilmesi, ancak kümeyi aşan bir İkilik fikri ile tanışık olan ruhun tecrübesinde mümkündür. Yine NBG aksiyomatizasyonunda 2’nin “ $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ” şeklinde tanımlandığını söylemiştik ki bu küme, boş küme ile boş kümeyi içeren küme olmak üzere iki tane elemana sahiptir. Bu “iki tane elemanın” “iki tane olması”, yine ruhun kendinde İki ile tanışık olması zemininde ortaya çıkmaktadır. Peki bu kümelerin elemanları olan “boş küme” Platon’un metafiziği açısından nasıl düşünülebilir?

ZFC’nin ilk aksiyomunun “boş küme vardır” anlamına gelen, “hiçbir elemanı olmayan en az bir küme vardır” (“ $\exists y \forall x (x \notin y)$ ”) ifadesi olduğunu söylemiştik. Bu ifadenin “ $\exists y \forall x \sim (x \in y)$ ” şeklinde yazılması da mümkündür ki bu ifade şöyle okunur: “En az bir y vardır ki tüm x’ler için, x’in y’nin elemanı söz konusu değildir”. Platon, *Sofist* diyalogunda, “var olmayanlardan” söz edilip edilemeyeceğine ilişkin bir tartışma yürütmüştür. Platon burada var olmayanların ve dildeki olumsuzlamaların varlığını, beş temel ilkedен ikisi olan Varlık ve Farklılık İdeaları üzerinden temellendirmeye çalışmıştır. Buna göre mesela “güzel olmayan” bir şey, “güzel” olan her şeyden “farklıdır” ki bu açıdan var olması itibariyle “Varlık” İdeasından pay almasına rağmen, “güzel olandan” ayrılması itibariyle varlığın bir bölümünden ayrılmış olmaktadır. Yani “güzel olmayan” ifadesi de bir varlığa sahip olmaktadır. Platon buradan hareketle, Farklılık İdeasından pay alan “var olmayanların” da tıpkı “var olanlar” gibi bir varlığa sahip olduğunu söylemiştir.⁶⁹¹ Platon bu durumu, Elealı Yabancıya söylediği şu sözlerle özetlemiştir:

İmdi biz, yalnızca, varolmayan’ın (var) olduğunu sergilemekle kalmadık, aynı zamanda varolmayan’ın özünü oluşturan kavramı da gösterdik. Çünkü biz, ayrılık [Farklılık] kavramını varolan olarak ve karşılıklı ilişkilerinde tüm varolanlar üzerine yayılmış olarak gösteriyorduk. Ve bu nedenle varlığa karşıt olarak ayrılık’ın [Farklılığın] her bir bölümünün

⁶⁹¹ Platon, “Sofist”, s. 608-610, 257b-258c.

gerçekte varolmayan olduğunu her zaman gösterecek kadar yürekli olduk.⁶⁹²

Platon bu şekilde, Varlık ve Farklılık fikirleri üzerinden bir “var olmama” hâlini temellendirmiş olmaktadır. Ona göre belli şeylerden “farklı” olan her şey, Varlık’tan pay aldığı için “var” olmakla beraber, aynı zamanda farklı olması itibariyle bir anlamda zorunlu olarak “var olan” olmamaktadır.⁶⁹³ Platon’a göre bu “var olmayanların” varlığı sayesinde dildeki olumsuzluk ifade eden “yok” ve “değil” ifadeleriyle, düşüncede yanılmak ve yanılsa düşmek mümkün hâle gelmektedir.⁶⁹⁴ İşte ZFC’nin ilk aksiyomu olan boş küme aksiyomunun da Platon’un metafiziği açısından bu şekilde temellendirilmesi mümkündür. “ $\exists y \forall x \sim (x \in y)$ ” ifadesi, ruhun tecrübesinde ortaya çıkan hiçbir nesnenin elemanı “olmadığı” bir kümenin “var olduğunu” söyleyen bir önermedir. Bir küme elemanı olarak ortaya çıkan bir nesnenin Birlik, Aynılık ve Farklılık gibi fikirlerle mümkün olduğunu söylemiştik. İşte boş küme de ruhun Varlık ve Farklılık fikirleriyle ön tanışık olması zemininde mümkün olmaktadır. Ruh, Varlık İdeasıyla tanışık olması sayesinde “ $\exists y$ ” (“en az bir y ‘vardır’”) önermesini; Farklılık İdeasıyla tanışık olması sayesinde de “ $\sim (x \in y)$ ” (“x y’nin elemanı ‘değildir’”) önermesini inşa edebilmekte ve bu sayede boş kümeyi ortaya koyabilmekte ve bu kümenin kümeleri üzerinden matematiği inşa edebilmektedir.

Bu şekilde, temel matematiksel nesneler olan kümelerin kuruluşuna ilişkin Platon metafiziği zemininde bir açıklama getirmek mümkün olmaktadır. Bu noktada bir kümenin kuruluşunun, kümenin elemanları olan nesnelerin tıpkı İdealar gibi “aşkın” boyuta taşınmasıyla mümkün olduğunu söyleyebiliriz. Zira kümenin elemanları, ruh tecrübesinde, tıpkı İdealar gibi uzay-zamanı aşan kendinde “nesneler” olarak ortaya çıkmaktadır ki bu da ruhun asıl kendinelikler olan İdealarla tanışıklığı ile mümkün olmaktadır. Kanaatimizce aynı fikirler, Gödel’in matematiğin temeli olarak kabul ettiği “kümesi olma” işlemi için de; Maddy’nin fiziksel nesneleri “küme” olarak algılamaya yönelik fikri için de, Linsky ve Zalta’nın “kavrama ilkesi” ve “kodlama” yüklemi üzerinden sentetik a priori olarak inşa ettiği saf-kan Platoncu nesneler için de, Field’ın uzay-zaman noktaları için de, yapısalcıların kabul ettiği yapılar ve pozisyonları için de

⁶⁹² Platon, “Sofist”, s. 610, 258d-e.

⁶⁹³ Platon, “Sofist”, s. 610, 611, 259a.

⁶⁹⁴ Platon, “Sofist”, s. 608, 257c; 612, 260c.

geçerli olmaktadır. Bütün bu “nesneler” özünde birer küme olmaktadır ve yukarıda açıkladığımız anlamda Platoncu metafizik zeminindeki küme kuruluşu, bu nesnelerin birer “nesne” veya “küme” olarak ruhun tecrübesinde ortaya çıkması için bir açıklama olmaktadır.

Kanaatimizce bu açıklama, Benacerraf’ın itirazlarını da geçersiz kılmaktadır. Zira ruh, önceden bilgisine sahip olduğu İdealar sayesinde kümeleri ve matematiksel nesneleri kurabilmektedir ki bu epistemolojik erişim itirazını geçersiz kılmaktadır. Yine ruh, bu nesneleri farklı matematiksel dillerde (ZFC veya NBG) kurabildiği için sayı özdeşliği sorunu da çözülmüş olmaktadır. ZFC ve NBG’deki farklı sayı tanımları, ruhun tanışık olduğu İdealar sayesinde tecrübe ettiği nesneleri farklı şekillerde dile dökmesidir. Tıpkı Platon’un *Phaidon* diyalogunda söylediği gibi, 2 sayısının kendisi “1+1” toplamının ve bir şeyin ikiye bölünmesi işleminin sonucunun “2” olarak görünmesini mümkün kılması gibi, yine bu 2 İdeası ve ruhun bu İdeayla olan tanışıklığı sayesinde hem ZFC’deki “ $\{\{\emptyset\}\}$ ” ifadesi, hem de NBG’deki “ $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ” ifadesi “2” olarak anlaşılmakta ve bunlar üzerinde işlem yapılabilmektedir.

Peki Platon’un metafiziği, matematik için merkezî bir konumda olan “matematiksel doğruluk” veya “tutarlılık” fikirleri hakkında ne söylemektedir? Bu fikirlere de Platoncu metafizik açısından bir zemin bulmak mümkün müdür? Biçimselciliği ele aldığımız kısımda, Gödel’in tamamlanamazlık teoremlerinin, biçimsel sistemlerin tüm “doğru” önermeleri yakalayamayacağını ve bu sistemlerin kendi “tutarlılıklarını” sonlu ve biçimsel bir şekilde ispatlayamayacaklarını gösterdiğini ifade etmiştik. Kanaatimizce bu teoremler, hem bu bölümde ele aldığımız Platoncu metafiziğe bir destek sunmakta, hem de “doğruluk” ve “tutarlılık” fikirleri için de Platoncu bir açıklamayı mümkün kılmaktadır. Çalışmamızın son bölümünde Gödel’in tamamlanamazlık teoremlerini Platon metafiziği açısından inceleyeceğiz.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

KURT GÖDEL’İN TAMAMLANAMAZLIK TEOREMLERİNİN PLATONCU METAFİZİK AÇISINDAN DEĞERLENDİRİLMESİ

Çalışmamızın bu son bölümünde, Kurt Gödel’in tamamlanamazlık teoremlerinin, önceki bölümde ele aldığımız, küme-eleman bağıntısının Platoncu zemini açısından ne ifade ediyor olabileceğine dair bir yorum getirmeye çalışacağız ve bu konuyu “doğruluk” ve “tutarlılık” fikirlerinin Platoncu metafizikteki anlamlarıyla irtibatlandırmaya çalışacağız. Bu amaçla önce “biçimsel dizge” kavramının bir serimini yapıp ardından ana hatlarıyla Gödel’in biçimsel dizgenin eksikliğini nasıl ispatladığını göstereceğiz. Bunun ardından son olarak bu ispatın Platoncu metafiziğe nasıl destek olabileceğine dair bir değerlendirme yaparak çalışmamızı bitireceğiz.

3.1. Biçimsel Dizge Nedir?

Çalışmamızın ikinci bölümünde, matematiğin temellerine ilişkin biçimselci görüşleri ve özellikle Hilbert’in görüşünü ele almıştık. Hilbert, matematiğin tüm alanlarını tamamen biçimselleştirerek, sonlu bir şekilde belli aksiyomlardan belli çıkarım kurallarını izleyerek teoremler çıkarmak suretiyle tüm matematiği sonlu bir biçimsel sistem içinde temellendirmeyi amaçlıyordu. Güven’in aktardığı üzere Hilbert, tüm matematiksel ifadeleri somut olarak göstermek ve “tüm” matematiksel teoremlerin birer tamdeyim şeklinde belli aksiyomlardan hareketle çıkarımlarla kanıtlanarak somut olarak ortaya konmasını amaçlamıştır. Hilbert’in projesini tamamlamak için gereken son adımın da, bu somut aksiyomatik sistemin tutarlılığının yine somut ve sonlu bir şekilde ispatlanması meselesi olduğunu söylemiştik.⁶⁹⁵ Kısacası Hilbert’in amacı, “tam” (dizgenin tüm teoremlerinin aksiyomlardan hareketle kanıtlanabildiği) ve “tutarlı” (aksiyomlardan çelişik teoremlerin türetilmediği) aksiyomatik bir biçimsel dizge

⁶⁹⁵ Güven, “Hilbert”, s. 143, 144.

kurmaktı.⁶⁹⁶ Bu hedefin Gödel'in tamamlanamazlık teoremleri tarafından başarısızlığa uğratıldığını belirtmiştik. Bu teoremlerin Platoncu metafizik açısından bir yorumunu sunmadan önce, “biçimsel dizge (sistem)” kavramını biraz daha açmamız gerekmektedir.

Biçimsel bir dizge, Goldstein, Nagel ve Newman'ın da belirttiği üzere, anlamsız işaretler tarafından belirlenmiş aksiyomlardan, işaretlerin belli bir tamdeyim oluşturmak için nasıl bir araya geleceğini belirleyen “oluşum kurallarından” ve bir tamdeyimden diğer bir tamdeyimin nasıl türetilebileceğini belirleyen çıkarım kurallarından oluşan bir sistemdir.⁶⁹⁷ Bu sistem, Casti ve DePauli'nin benzetmesiyle, bir tür “doğruluk makinesidir”.⁶⁹⁸ Zira sisteme hiçbir sezgi dahil olmamakta ve Goldstein'in belirttiği şekilde tamamen mekanik bir şekilde aksiyomlardan belli kurallar izlenerek teoremler çıkarsanmaktadır.⁶⁹⁹ Dolayısıyla biçimsel bir sistem, anlam içermeyen, sentaktik bir aksiyom ve türetim zincirleri olmaktadır.⁷⁰⁰ İşte Hilbert'in amacı, bu tarz bir sistemle tüm matematiksel teoremleri tam ve tutarlı bir şekilde üretmektir.

Von Neumann'ın Hilbert programını dört aşamada özetlediğini söylemiştik ki bu dört aşamanın ilk üçü biçimsel dizgenin yapısını ortaya koymaktadır. Tekrar edecek olursak, önce sistemde kullanılacak “ $\rightarrow$ ”, “ $\sim$ ”, “0” gibi semboller belirlenmektedir. Ardından bu sembollerin nasıl bir araya getirilerek bir formül veya tamdeyim oluşturacağına dair, Nagel ve Newman'ın ifadesiyle “oluşum kuralları” belirlenmektedir ki buna göre mesela “ $p \rightarrow q$ ” şeklindeki ifade oluşum kurallarıyla oluşturulmuş uygun bir tamdeyim olmaktadır. Bunun ardından bir tamdeyimden bir diğerine geçmeyi sağlayan çıkarım kuralları belirlenir. Mesela “ $p \rightarrow q$ ” ve “ p ” tamdeyimlerinden hareketle “ q ” tamdeyiminin elde edilebileceğini söyleyen “*modus ponens*” bir çıkarım kuralıdır. Bu kuralların ardından sistemin aksiyomları belirlenir ve teoremler bu kuralları izleyerek türetilmeye başlanır.⁷⁰¹ Bu şekilde biçimsel bir dizge, Casti ve DePauli'nin de belirttiği üzere, sonlu ve somut olarak belirlenmiş aksiyom ve kurallardan hareketle

⁶⁹⁶ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlanması*, s. 74.

⁶⁹⁷ Rebecca Goldstein, *Gödel'in Tamamlanamazlık Kuramı*, çev. Sevcan Seçkin, İstanbul: Alfa Yayınları, 2018, s. 116; Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlanması*, s. 67.

⁶⁹⁸ John L. Casti ve Werner DePauli, Gödel, çev. Ergün Akça, İstanbul: Kabalcı Yayınevi, 2004, s. 29, 30.

⁶⁹⁹ Goldstein, *Tamamlanamazlık Kuramı*, s. 116, 117.

⁷⁰⁰ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlanması*, s. 55.

⁷⁰¹ Von Neumann, “The Formalist Foundations”, s. 63; Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlanması*, s. 67-69.

matematiğin tüm teoremlerini yine sonlu ve somut bir şekilde yakalamaya çalışır.⁷⁰² Bu şekilde yakalanan teoremler, baştan kabul edilen aksiyomlardan türetilmiş olduğu için de aynı zamanda “doğru” da olacaktır ki bu da “doğruluğun” “ispat edilebilirlik” ile aynı şey olduğu anlamına gelecektir. Birazdan ele alacağımız Gödel tamamlanamazlık teoremleri de tam olarak bu fikri ortadan kaldıracaktır.⁷⁰³

Biçimsel dizgede çeşitli işaretlerden oluşmuş aksiyom ve tamdeyimler, dizge içerisinde bir anlam ifade etmemektedir. Ancak bu tamdeyimlerin yorumlanarak anlamlandırılması mümkündür. Mesela dizgedeki “0” işareti, matematikteki “sıfır” sayısı olarak; “s0” ifadesi “0’ın ardılı”, yani “1” olarak; “ $0 + s0 = s0$ ” ifadesi “ $0+1=1$ ” olarak yorumlanabilmektedir.⁷⁰⁴

Biçimsel dizgenin anlamsız ifadeleri, mekanik bir matematik üretmeye çalışmaktadır. Bunun yanında, Nagel ve Newman’ın da belirttiği üzere, biçimsel dizgenin özellikleri ve ilişkileri hakkında konuşmak da mümkündür ki bu “üst-matematik” olmaktadır.⁷⁰⁵ Mesela “ $2+3=5$ ” önermesi matematiksel bir ifade belirtirken, “ $2+3=5$ matematiksel bir tamdeyimidir” ifadesi üst-matematiğe ait olmaktadır. Benzer şekilde “p” ifadesi dizgenin içindeki matematiksel bir ifade olurken, “p önermesi dizgeye aittir” şeklindeki bir önerme üst-matematiğe ait bir önermedir. Yine “ $x \neq x$ ” ifadesi dizgeye ait değildir” veya “A dizgesi tutarlıdır” şeklindeki ifadeler de üst-matematikseldir. Nagel ve Newman’ın belirttiği üzere üst-matematiksel önermeler anlamsız dizge hakkındaki anlamlı önermelerdir. İşte Hilbert, programının başarılı bir şekilde tamamlanması için, dizgenin tutarlılığına ilişkin üst-matematiksel “A dizgesi tutarlıdır” önermesini, dizge içinde sonlu bir şekilde kanıtlamak istemiştir.⁷⁰⁶

Aksiyomatik dizgenin tutarlılığını ispatlama gerekliliği, Hilbert’in 1900 yılında sunduğu ve yirminci yüzyılda çözülmesi gereken matematik problemleri listesinin ikincisi olmaktadır. Buna göre biçimsel bir dizgenin tutarlı olması, onun aksiyomlarından hiçbir çelişki türetilmemesi, yani mesela hem p önermesinin hem de $\sim p$ önermesinin çıkarsanmaması anlamına gelmektedir. Goldstein’in belirttiği üzere, tutarlılığın ispatlanması gereken bir mesele olarak ortaya çıkması, matematiğin

⁷⁰² Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 37, 38.

⁷⁰³ Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 28.

⁷⁰⁴ Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 39, 40.

⁷⁰⁵ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 55.

⁷⁰⁶ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 55-59.

biçimselleşmesinin bir sonucudur. Zira matematiğin biçimselleşmesinden önceki anlayışa göre, aksiyomların zaten anlamlı ve “doğru” olduğu varsayılıyordu. Yani bu anlayışa göre aksiyomlar zaten doğru olan nesnel bir gerçekliği ifade etmekteydi ki buna göre doğruluk da zaten tutarlılığı içerdiği için, aksiyomların tutarlılığının ayrıca ispatlanmasına da gerek duyulmuyordu. Ancak matematikte biçimselci anlayışın yükselişiyle beraber biçimsel dizgelerin her türlü anlam ve dolayısıyla “doğruluk” fikrinden bağımsızlaşması neticesinde, bu anlamsız işaretlerin kendi içinde tutarlı olup olmadığı da çözülmesi gereken bir mesele haline gelmişti.⁷⁰⁷

1910 yılında Russell ve Whitehead’ın ortaya koyduğu *Principia Mathematica* adlı eser, Russell’ın düşüncesini ele alırken gördüğümüz tipler kuramını esas alarak, Hilbert’in de isteyebileceği şekilde, matematiğin ve matematiksel mantığın tamamına ilişkin bir sistem kurma çabasıdır. Russell ve Whitehead bu çalışmadaki amaçlarının, matematiksel fikirlerin ve matematikteki kanıtlamaların analizini yapmak suretiyle kesin olarak tanımlanmamış fikirleri ve kanıtlanmamış önermeleri olabildiğince elemek, matematiksel ifadeleri sembolleştirerek netleştirmek ve sembolik mantık ile çokluklar kuramını (yani küme kuramını) tehdit eden paradoksları ortadan kaldırmak olduğunu belirtmişlerdir.⁷⁰⁸ Russell ve Whitehead’e göre onların bu çalışması, matematiğin kapsamını genişletmekte ve matematiğin temellerine ilişkin o ana kadar felsefeye terk edilen meseleleri de matematiğin kapsamına almaktadır. Bu sayede hem aksiyomlar hem de kanıtlamalar netleştirilmekte ve kesin hâle getirilmektedir.⁷⁰⁹ İşte Kurt Gödel, 1931 yılında “On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems” adıyla sunduğu çalışmasında, bu tarz bir *Principia Mathematica* ve aynı tarzdaki sistemlerin özsel “eksikliklerini”, yani sistemlerin tüm doğru önermelerini kanıtlamayacaklarını ve aynı zamanda sistemlerin kendi tutarlılıklarının sistemler içinde ispatlanamayacağını ortaya koymuştur. Şimdi Gödel’in bu teoremleri nasıl kanıtladığını inceleyelim.

⁷⁰⁷ Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 123, 124; Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 30.

⁷⁰⁸ Alfred North Whitehead ve Bertrand Russell, *Principia Mathematica I*, Cambridge: Cambridge University Press, 1963, s. 1; Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 127.

⁷⁰⁹ Whitehead ve Russell, *Principia Mathematica I*, s. v-vii.

3.2. Gödel'in Tamamlanamazlık Teoremleri

Gödel, makalesinde matematiğin büyük ölçüde biçimselleştiğini belirtmiştir. O dönemdeki en kapsayıcı biçimsel sistemlerin *Principia Mathematica* (PM) ve Zermelo-Fraenkel (ZF+C) küme kuramı olduğunu bildiren Gödel, bunlar sayesinde matematiksel kanıtların birkaç aksiyom ve çıkarım kurallarınca biçimselleştirildiğini ve dolayısıyla tüm matematiksel sorulara bu biçimsel sistemlerce karar verilebileceği düşüncesinin ortaya çıktığını belirtmiştir. İşte Gödel, makalesinde, durumun böyle olmadığını ve biçimsel sistemlerin, eğer tutarlıysalar, tüm matematiksel doğru önermeleri kendi kanıt prosedürleriyle yakalayamayacaklarını ve dolayısıyla sistemlerin özlerinde “eksik” olduğunu ispatlamıştır.⁷¹⁰ Bu noktada, Hintikka'nın da belirttiği üzere, Gödel'in bu ispatında ortaya attığı tek varsayımın, biçimsel dizgenin tutarlı olduğu varsayımı olduğunu belirtelim.⁷¹¹ Yani Gödel, sistemin tutarlı olması halinde eksik olacağını, yani tüm doğru önermeleri kendi içinde kanıtlamayacağını ispatlamıştır.

Gödel'in geliştirdiği bu ispat, onun şu gözlemine dayanmaktadır: Bir PM sistemi, bazı temel işaretlerin sonlu dizilerinden ibarettir. Hem tamdeyimler hem de kanıtlar, bu sonlu işaretlerin çeşitli yollarla dizilmelerinden oluşur. Bu noktada temel işaretler olarak hangi nesnelerin kabul edildiğinin önemli olmadığını belirten Gödel, işaretler olarak doğal sayıları almayı önermiştir. Yani bir biçimsel dizgenin tamdeyim ve kanıtları aslında sonlu doğal sayılar dizilerinden ibarettir. Aynı sebepten ötürü, üst-matematiğe ait önermeler de yine doğal sayılarla ilgili olmaktadır ki Gödel'e göre bu üst-matematiksel önermelerin, özellikle “tamdeyim”, “kanıt”, “kanıtlanabilir” gibi kavram ve önermelerin de kısmen PM'de ifade edilmeleri mümkündür. Yani Gödel, biçimsel sistemler hakkındaki üst-matematiksel önermelerin de sistemin kendi içinde temsil edilmesinin mümkün olduğunu göstermiştir. Dolayısıyla mesela, bir PM dizgesi içinde yazılabilen $Pr(x)$ yüklemi şeklinde ifade edilen bir tamdeyim, x değişkeniyle ifade edilen doğal sayılar dizisinin (yani x teoreminin) PM dizgesi içinde kanıtlanabilir olduğunu ifade eden bir yüklem olmaktadır.⁷¹² Yani Goldstein'in da belirttiği üzere,

⁷¹⁰ Kurt Gödel, *On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems*, çev. B. Meltzer, New York: Dover Publications, Inc., 1992, s. 37, 38; Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 104, 111.

⁷¹¹ Jaakko Hintikka, *On Gödel*, Belmont: Wadsworth Thomson Learning, 2000, s. 29.

⁷¹² Gödel, *Undecidable Propositions*, s. 38, 39; Goldstein, *Tamamlanamazlık Kuramı*, s. 155, 156.

$Pr(x)$ yüklemi, hem PM dizgesi içinde (matematik içinde) ifade edilebilen bir teorem olmakta, hem de “x PM içinde kanıtlanabilir” şeklinde üst-matematiksel bir anlama da sahip olmaktadır.⁷¹³ Bu şekilde Gödel, bir biçimsel dizgenin kendi diliyle, kendisi hakkında (üst-matematik) konuşmasını sağlamıştır. Hintikka bunu, bir tiyatro oyununda sahnedeki oyuncuların rol gereği söyledikleri repliklerle kendi gerçek hayattaki durumları hakkında konuşmalarına benzetmiştir. Yani Hintikka’nın ifadesiyle, tıpkı bir tiyatro oyunundaki repliklerin hem oyun içinde hem de gerçek hayata dair olmak üzere iki farklı şekilde yorumlanabileceği gibi, bir biçimsel sistemdeki sayılarla ifade edilen tamdeyimler de hem aritmetik içinde ifade edilen önermeler olarak anlaşılabilir, hem de bu aritmetik hakkında olan üst ifadeler olarak anlaşılabilir.⁷¹⁴

Gödel’in biçimsel dizgenin işaret, tamdeyim ve çıkarımlarını sayılarla ifade ederek onu aritmetik diliyle yazmasına, literatürde “Gödel sayısallaştırması” ve işaret ve tamdeyimlere atanan sayılara da “Gödel sayısı” denmektedir.⁷¹⁵ Mesela Nagel ve Newman’ın açıklamasını takip edecek olursak, biçimsel dizgenin işaretlerine Gödel sayıları şu şekilde atanabilir: “~” (genellikle “değil” anlamında yorumlanan simge) için 1; “V” (genellikle “veya” anlamında yorumlanan simge) için 2; $\rightarrow$ (“ise”) için 3; $\exists$ (“en az bir/vardır”) için 4; “=” (“eşittir”) için 5; “0” (“sıfır”) için 6; s (“ardıl”) için 7; “(” için 8; “)” için 9; “,” için 10; “+” (“artı”) için 11; “*” (“çarpı”) için 12. Bu sabit işaretlerin yanında x, y, z gibi sayı ifade eden ve 0, ss0 (yani aritmetikteki 2) şeklinde yorumlanabilecek değişkenlerin yerine 12’den sonraki asal sayılar olan 13, 17, 19 sayıları; p, q ve r şeklinde birer önerme belirten değişkenlerin yerine 12’den sonraki asal sayıların kareleri olan 13^2 , 17^2 ve 19^2 sayıları; P, Q ve R şeklinde birer yüklem belirten değişkenlerin yerine de 12’den sonraki asal sayıların küpleri olan 13^3 , 17^3 ve 19^3 sayıları atanmaktadır.⁷¹⁶ Bu işaretlerden oluşan tamdeyimler de, kendilerini oluşturan işaretlerin yerine atanan sayıların sırayla asal sayıların üsleri olarak yazılıp bu sayıların çarpılmasıyla kendi Gödel sayılarına kavuşturulmuş olur.⁷¹⁷ Örnek verecek olursak her sayının bir ardılı olduğunu ifade ettiği şekilde yorumlanacak olan “ $(\exists x)(x = sy)$ ” şeklindeki ifadenin Gödel sayısı şudur:

⁷¹³ Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 157, 158.

⁷¹⁴ Hintikka, *On Gödel*, s. 31, 32; Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 96; Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 50.

⁷¹⁵ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 84, 85.

⁷¹⁶ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 86-89.

⁷¹⁷ Gödel, *Undecidable Propositions*, s. 45; Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 90.

$2^8 * 3^4 * 5^{13} * 7^9 * 11^8 * 13^{13} * 17^5 * 19^7 * 23^{17} * 29^9$. Bu sayıya m diyelim. Nagel ve Newman'ı takip etmeye devam edersek, “ $(\exists x)(x = sy)$ ” ifadesinde, sistem kuralı gereğince, y sayısal değişkeni yerine 0 rakamını yazabiliriz ki böylece bu önermeden “ $(\exists x)(x = s0)$ ” ifadesini elde etmiş oluruz. Bu yeni ifadenin Gödel sayısına da n diyelim. “ $(\exists x)(x = sy); (\exists x)(x = s0)$ ” şeklinde bir tamdeyim çıkarımı dizisi elde etmiş oluyoruz. Yani n sayılı tamdeyim, m sayılı tamdeyimden hareketle kanıtlanabilmektedir. İşte bu kanıt dizisine de şu şekilde bir k Gödel sayısının atanması mümkündür: $k=2^m*3^n$. Bu sayede Gödel, biçimsel dizgedeki tüm işaretlere, işaretlerden oluşan tamdeyimlere ve tamdeyimlerden oluşan çıkarımlara birer doğal sayı atamayı başarmış olmaktadır.⁷¹⁸

Yukarıda da belirttiğimiz üzere, Gödel, bazı üst-matematiksel önermelerin de, Nagel ve Newman'ın da belirttiği gibi, aritmetikleştirilmesinin ve dolayısıyla dizge içinde ifade edilebilmesinin bir yolunu bulmuştur.⁷¹⁹ Yani, üst-matematiksel önermeler, aritmetiksel ifadelere dönüştürülebilmektedir. Nagel ve Newman'ın verdiği örnek şu şekildedir: “ $\sim(0 = 0)$ ” ifadesinin ilk simgesi $\sim$ 'dir” şeklindeki ifade, üst-matematiğe aittir. Bu önermenin aritmetik diliyle ifade edilmesi için önce “ $\sim(0 = 0)$ ” ifadesinin Gödel sayısı olan “ $2^1*3^8*5^6*7^5*11^6*13^9$ ” sayısı yazılır. Bu sayı a olsun. İşte bu a sayısının asal çarpanlarından birinin 2 olduğu ama 2^2 'nin sayının bir çarpanı olmadığı aritmetiksel dilde söylendiği zaman, ifadenin ilk işaretinin “ $\sim$ ” olduğu şeklindeki üst-matematiksel önerme de aritmetik dili içinde ifade edilmiş olur. Aritmetik dili içinde bu önerme, “öyle bir z sayısı vardır ki a , z 'nin 2 ile çarpımına eşittir, ve z 2^2 ile çarpıldığında a 'ya eşit olmasını sağlayan bir z sayısı yoktur” şeklinde yorumlanacak olan ilgili simgelerle yazılabilir: $\exists z(s \dots s0 = z * ss0) \& \exists z[s \dots s0 = z * (ss0 * ss0)]$.⁷²⁰

Aynı yol, Nagel ve Newman'ın da belirttiği üzere, bir tamdeyimin başka bir tamdeyimin kanıtı olduğunu söyleyen üst-matematiksel önermeler için de izlenebilir. Buradaki üst-matematiksel önerme, “ x Gödel sayılı tamdeyimler dizisi, z Gödel sayılı tamdeyimin kanıtlamasıdır” şeklindedir. Yani burada x sayısı ile z sayısı arasında saf aritmetiksel bir bağıntı söz konusudur. Mesela yukarıdaki “ $k=2^m*3^n$ ” örneğinde, öncül

⁷¹⁸ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 89-91.

⁷¹⁹ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 92-94.

⁷²⁰ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 94, 95.

durumdaki m sayısı, sonuç durumundaki n sayısı ve kanıtlamanın kendisini ifade eden k sayısı arasında bu tarz bir bağıntı vardır. Nagel ve Newman'ın notasyonuyla, kanıt zincirinin sayısı olan x sayısı ile sonuç olan z sayısı arasında “*dem (x, z)*” şeklinde aritmetiksel bir bağıntı tanımlanabilir.⁷²¹ Böylece hem biçimsel dizge içindeki kanıtlamalar, hem de kanıtlama hakkındaki üst-matematiksel önermeler, aritmetik dili içinde ifade edilebilmiş olur. Tersten okursak, salt aritmetiksel olarak yazılmış bir önerme, aynı zamanda üst-matematiksel bir önerme olan, bir kanıtlama hakkındaki bir önerme olarak okunabilir. Böylece Gödel, Goldstein'in da belirttiği üzere, aynı biçimsel dil içerisinde matematik ile üst-matematiği birbiri içine geçirmekte ve anlam katmanları oluşturmaktadır.⁷²²

Şimdi Gödel'in bir PM biçimsel dizgesinin eksikliğini nasıl ispatladığını gösterebiliriz. Burada Hintikka ve Goldstein'ı takip edecek olursak, Gödel, örtük bir şekilde, bir “köşegen lemması” tanımlamıştır ki, bu, matematikle bu matematikte temsil edilebilen üst-matematik arasında bir uyum ifade etmektedir.⁷²³ Hintikka'ya göre köşegen lemması şunu ortaya koymaktadır: Aritmetik dili (biçimsel dil) içinde yazılabilen herhangi bir $F(x)$ tamdeyimi için, öyle bir n sayısı vardır ki bu n sayısı $F(n)$ şeklindeki tamdeyimin Gödel sayısıdır. Burada n, $F(x)$ tamdeyiminde x değişkeni yerine n sayısını temsil eden işaretin (“s s0” işareti ki burada n tane s vardır) yazılmasıyla elde edilir. Hintikka'nın da belirttiği üzere burada şöyle bir durum söz konusudur: n sayısı, aritmetik dilinde bir ifadedir, ama ifade aynı zamanda n'nin kendisinin F özelliğine veya yüklemine sahip olduğunu söylemektedir.⁷²⁴

Şimdi Gödel'in tamamlanamazlık teoremini ortaya koymak için gerekli şartlar oluşmuştur. Zira köşegen lemması, Hintikka'nın da belirttiği üzere, başta belirttiğimiz $Pr(x)$ yüklemine de uygulanabilir. $Pr(x)$ ifadesi, x'in PM dizgesi içinde kanıtlanabilir olduğunu söyleyen önerme olsun. Dolayısıyla $\sim Pr(x)$ yüklemi de, x'in PM içinde kanıtlanamayacağını söylemektedir. Bu önermenin Gödel sayısallaştırması aracılığıyla PM içinde aritmetiksel olarak temsil edilebileceğini biliyoruz. Eğer burada x yerine g sayısını yazacak olursak $\sim Pr(g)$ önermesini elde ederiz. Bu $\sim Pr(g)$ önermesine G önermesi diyelim. Köşegen lemması gereğinde G önermesinin Gödel sayısı g sayısı

⁷²¹ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 96, 97.

⁷²² Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 154, 155.

⁷²³ Hintikka, *On Gödel*, s. 33, 34; Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 158.

⁷²⁴ Hintikka, *On Gödel*, s. 33.

olmuş olur. G önermesi, g Gödel sayılı tamdeyimin PM içinde kanıtlanamayacağını söylemektedir. Ancak g Gödel sayılı tamdeyim, G'nin ta kendisidir. Dolayısıyla G önermesinin ispatlanması, önermenin kendisi kendisinin ispatlanamayacağını söylediği için, $\sim G$ 'nin ispatlanması anlamına gelecektir. Ancak bu çelişkidir. Başlangıçta Gödel'in yaptığı tek varsayımın sistemin tutarlı olması, yani sistemden çelişki türetilmemesi olduğunu söylemiştik. Dolayısıyla G önermesi, PM dizgesi içinde, ne kendisi ne de olumsuzu ispatlanabildiği için “karar verilemez”, yani sistemin aksiyomlarınca kanıtlanamaz olmaktadır. Ancak bu zaten G'nin söylediği şeydir. Dolayısıyla G önermesi doğru ama kanıtlanamaz olmaktadır. Burada G önermesi, hem matematiksel hem de üst-matematiksel bir önerme olmakta ve “doğru” olduğu halde kanıtlanamaz olmaktadır. Yani Goldstein'in da belirttiği üzere G tamamen aritmetiksel bir önerme olmasının yanı sıra aynı zamanda kendi hakkında konuşur ve kendisinin ispatlanabilir olmadığını söyler ve bu doğrudur.⁷²⁵ Bu, Gödel'in birinci tamamlanamazlık teoremidir.⁷²⁶

Gödel ayrıca, Nagel ve Newman'ın da belirttiği üzere, G önermesinin PM'ye aksiyom olarak eklenmesi halinde bile yine PM içinde doğru olan ama PM'nin kurallarıyla kanıtlanamayan G' tarzı önermelerin de inşa edilebileceğini göstermiştir. Bu durum, PM tarzı biçimsel dizgelerin “özsel olarak eksik” olduğunu göstermektedir. Yani dizgeye ne kadar aksiyom eklersek ekleyelim, dizge daima “eksik” kalacaktır.⁷²⁷ Kısacası Gödel ortaya koymuştur ki, PM veya ZFC gibi tutarlı olduğu varsayılan tüm biçimsel sistemlerde, doğru olan ama sistemin aksiyomlarınca ispatlanamayan önermeler inşa etmek mümkündür.⁷²⁸

Gödel, bu birinci tamamlanamazlık teoreminden hareketle, bir biçimsel dizgenin tutarlılığının dizgenin kendi içinde sonlu ve somut bir şekilde ispatlanamayacağını ortaya koyan ikinci tamamlanamazlık teoremini de ispatlamıştır. Bu ispatı, Goldstein ve Nagel ve Newman'ı takip ederek şu şekilde verebiliriz: Birinci tamamlanamazlık teoremi, bir PM dizgesi tutarlı ise, PM içinde ispatlanamayan bir G önermesini inşa etmişti. Gödel, Nagel ve Newman'ın belirttiği üzere, “PM tutarlıdır” şeklindeki üst-matematiksel önermeyi PM içinde aritmetiksel olarak yazabilmiştir. Şöyle ki, eğer bir

⁷²⁵ Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 160, 161.

⁷²⁶ Hintikka, *On Gödel*, s. 33; Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 159-161.

⁷²⁷ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 104; Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 161.

⁷²⁸ Gödel, *Undecidable Propositions*, s. 62.

dizge tutarsız ise, onun içinde her türlü önerme türetilir. Dolayısıyla bir sistemin tutarlılığı, onun içinde en az bir tane karar verilemeyen tamdeyimin olmasını gerektirir. O halde PM dizgesi içinde PM'nin tutarlı olduğunu söyleyen aritmetiksel T önermesini şu şekilde yazabiliriz: “en az bir y Gödel sayısı vardır ki hiçbir x Gödel sayısı, y sayısı ile dem (x, y) bağıntısını sağlayamamaktadır”. Bu önermenin biçimsel yazımı şu şekildedir: “ $(\exists y) \sim (\exists x) Dem(x, y)$ ”.⁷²⁹ Böylece “PM tutarlıdır” üst-matematiksel önermesini, T önermesi ile aritmetik dili içinde ifade etmiş oluruz. Birinci tamamlanamazlık teoremi şunu söylemektedir: T ise G kanıtlanamazdır. Ancak “G kanıtlanamazdır” üst-matematiksel önermesi aritmetiksel bir önerme olan G'nin kendisidir. Dolayısıyla birinci tamamlanamazlık teoremi “ $T \rightarrow G$ ” demektedir. Yani eğer T ispatlanabilirse, o zaman G de ispatlanabilmektedir. Ancak G'nin ispatlanabilir olmadığı kanıtlanmıştı. Dolayısıyla T önermesi de, yani “PM tutarlıdır” önermesi de PM'nin kendi içinde kanıtlanamamaktadır. Dolayısıyla bir biçimsel dizge, kendi tutarlılığını kendi içinde kanıtlayamamaktadır. İşte bu da Gödel'in ikinci tamamlanamazlık teoremidir.⁷³⁰

İkinci tamamlanamazlık teoremi, Nagel, Newman, Hintikka ve Goldstein'in da belirttiği üzere, bir aritmetik sisteminin tutarlılığının hiçbir zaman ispatlanamaz olduğunu söylememektedir. Sadece sistemin, Hilbert'in istediği şekilde kendi tutarlılığını kendi içinde sonlu ve somut bir şekilde ispatlayamayacağını söylemektedir. Mesela 1936 yılında Gerhard Gentzen, aritmetiğin tutarlılığını “sonlu ötesi tümevarım yöntemi” kullanarak ispatlamıştır. Ancak bu ispat, Hilbert programının istediği tarzda bir ispat değildir. Zira sonsuz yapılara başvurmaktadır. Gödel'in ikinci tamamlanamazlık teoremi, sonlu sınırlar içinde kalarak yapılabilecek bir ispatın imkânsızlığını ortaya koyduğu için Hilbert programının başarısızlığa mahkum olduğunu göstermiştir.⁷³¹

Gödel'in tamamlanamazlık teoremleri, Hintikka'nın da belirttiği üzere, bir biçimsel sistemde tamamen mekanik bir şekilde aritmetiğin tüm doğru önermelerin

⁷²⁹ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 71, 112, 113.

⁷³⁰ Goldstein, *Tamamlanamazlık Kuramı*, s. 161, 162; Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 104; Gödel, *Undecidable Propositions*, s. 72.

⁷³¹ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 114; Hintikka, *On Gödel*, s. 38, 39; Goldstein, *Tamamlanamazlık Kuramı*, s. 162.

ispatlanamayacağını söylemektedir.⁷³² G önermesi, Casti ve DePauli'nin de belirttiği üzere, PM dizgesi içinde karar verilemez olmasına rağmen, dizgenin dışından bakıldığında bu önermenin doğru olduğu anlaşılmaktadır. Bu durum, Gödel, kanıtlamasını ilk başta ortaya konduğunda von Neumann dışında dönemin matematikçi ve filozoflarının ilgisini çekmiş olmasa da, daha sonra bu kanıt felsefe, matematik, mantık, dilbilim ve bilgisayar bilimleri gibi pek çok alanda önemli sonuç ve yeni çalışmalara sebep olmuştur.⁷³³

Teoremin gösterdiği önemli noktalardan biri, Hintikka'nın da belirttiği üzere, “doğruluk” ile “ispatlanabilirlik” arasında net bir ayrım olduğudur.⁷³⁴ Goldstein da teoremlerin, Hilbert ve biçimselcilerin istediği şekilde, matematiksel doğruluğun ispat prosedürleriyle tüketilemeyeceğini gösterdiğini ileri sürmüştür.⁷³⁵ Yine Goldstein'in belirttiği üzere, ikinci tamamlanamazlık teoremi, tutarlılığın biçimselleştirilemeyeceğini ve dolayısıyla tutarlılık ispatı için sonlu sistemin ötesine geçilmesi gerektiğini, yani bir sonlu-ötesilik ve sezgi fikrine başvurulması gerekliliğini ortaya koyduğunu söylemiştir ki Gentzen'in yukarıda bahsettiğimiz ispatı da böyledir.⁷³⁶ Casti ve DePauli de özellikle Gödel sayısallaştırmasının, biçimsel dizgenin kendisinin sadece sentaktik bir nesne değil, aynı zamanda matematiksel (semantik) bir özellik gösterdiğini ortaya koyduğunu belirtmiştir. Bu sayısallaştırma aynı zamanda dizgenin kendi kendisi üstüne konuşabilmesini sağlamaktadır. Yine onlara göre teoremler, “doğruluk” ve “tutarlılık” için ispat dizgesinin dışına çıkılması gerektiğini göstermektedir.⁷³⁷ Dawson'un aktardığına göre Gödel'in kendisi de teoremlerin “matematikte gerekli olan türdeki akıl yürütmenin tamamen mekanikleştirilemeyeceğini” gösterdiğini ileri sürmüştür.⁷³⁸ Bu durumun, Nagel ve Newman'ın da belirttiği üzere, mantık ve matematik için olumlu sonuçları da olmuştur. Yukarıda da belirttiğimiz üzere, mesela tutarlılık gibi bazı ispatlar için yeni üst-matematiksel çıkarım arayışları başlamıştır.⁷³⁹ Mesela Hintikka'nın belirttiği üzere, tamamlanamazlık teoremleri, matematikte kanıt kuramından bağımsız

⁷³² Hintikka, *On Gödel*, s. 40.

⁷³³ Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 45, 46, 58; Goldstein, *Tamamlanamazlık Kuramı*, s. 139, 142.

⁷³⁴ Hintikka, *On Gödel*, s. 39.

⁷³⁵ Goldstein, *Tamamlanamazlık Kuramı*, s. 175.

⁷³⁶ Goldstein, *Tamamlanamazlık Kuramı*, s. 163, 164, 174.

⁷³⁷ Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 49-51, 57.

⁷³⁸ John W. Dawson, Jr., *Logical Dilemmas – The Life and Work of Kurt Gödel*, Massachusetts: A K Peters, 1997, s. 263; Hintikka, *On Gödel*, s. 42.

⁷³⁹ Nagel ve Newman, *Gödel Kanıtlaması*, s. 114.

bir model kuramsal kavram ve ilkelerin vazgeçilmezliğini ortaya koymuş ve yeni model kuramlarının önünü açmıştır.⁷⁴⁰ Gödel'e göre, Goldstein'ın da belirttiği üzere, sonlu akıl yürütmenin yetersiz olması, kendi Platoncu anlayışını ve matematiksel sezgi fikrinin gerekliliğini ortaya koymaktadır.⁷⁴¹

Gödel'in tamamlanamazlık teoremleri, zihin felsefesi ve bilişsel bilim açısından da önemli tartışmalara yol açmıştır. Zira, Casti ve DePauli'nin de belirttiği üzere, teoremler, insan düşüncesinin mekanik bir dilde ispatlanan doğrulukların ötesine geçebildiğini göstermektedir.⁷⁴² Dolayısıyla bu durum, insan düşüncesinin mahiyeti ve kapasiteleriyle ilgili yeni soruların doğmasına sebep olmuştur. Mesela John Lucas'a göre teoremler, insan zihninin bir makine gibi işleyen algoritmik bir yapı olmadığını ortaya koymaktadır. Zira insan zihninin doğru olduğunu anladığı bir önerme, bir makine tarafından yakalanamamaktadır.⁷⁴³ Roger Penrose da Gödel'in tamamlanamazlık teoremlerinin, insan yapımı mekanik sistemlerin ötesinde matematiksel doğruluğun varlığını ortaya koyduğu için bir tür matematiksel Platonculuğa delil teşkil ettiğini ileri sürmüştür. Yine Penrose'a göre, mekanik sistemlerin erişemediği bu doğrulukların insan zihni tarafından erişilebilir olması, insan zihni ve sezgisinin mekanik kurallara indirgenemeyeceğini göstermektedir.⁷⁴⁴ Penrose'a göre, insan bilinci algoritmik değildir ki Gödel teoremleri de bunu göstermektedir. Buradan hareketle Penrose, bilinci, klasik anlamda "mekanik olmayan" kuantum fiziği üzerinden açıklamaya çalışmıştır.⁷⁴⁵

Ancak yine Penrose'un kendisinin de belirttiği üzere, bu görüşe karşı argümanlar da geliştirilmiştir.⁷⁴⁶ Casti ve DePauli de Gödel teoremlerinin insan zihninin mekanikleştirilemeyeceği şeklinde yorumlanması görüşüne karşı sert eleştirilerin yapıldığını bildirmiştir.⁷⁴⁷ Mesela Hintikka'nın belirttiği üzere, tamamlanamazlık teoremleri sadece birinci derece aksiyomatik aritmetik sistemlerinin eksik olduğunu göstermekte, ancak mutlak olarak hiçbir zaman kanıtlanamayacak aritmetiksel

⁷⁴⁰ Hintikka, *On Gödel*, s. 39, 45, 46.

⁷⁴¹ Gödel, "Cantor'un Süreklilik Problemi", s. 236; Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 192.

⁷⁴² Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 81.

⁷⁴³ John Lucas, "Minds, Machines and Gödel", *Philosophy* 36/137 (1961): 112, 116; Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 175-177.

⁷⁴⁴ Roger Penrose, *The Emperor's New Mind*, Oxford: Oxford University Press, 1999, s. 144-146; Roger Penrose, *Shadows of the Mind*, Oxford, New York ve Melbourne: Oxford University Press, 1994, s. 64, 65; Goldstein, *Tamamlanmamışlık Kuramı*, s. 177, 178.

⁷⁴⁵ Penrose, *Mind*, s. 532, 533, 538-540, 558-560.

⁷⁴⁶ Penrose, *Mind*, s. 539.

⁷⁴⁷ Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 149, 150.

önermelerin varlığını iddia etmemektedir. Aynı şekilde hem Hintikka'nın hem de Casti ve DePauli'nin belirttiği üzere, tamamlanamazlık teoremleri, sistemin tutarlı olduğu varsayımına dayanmaktadır ki buna göre G cümlesinin varlığı için tutarlılığın var olması gerekir, ancak insan zihninin tutarlılığı bu varsayımın ötesinde nasıl bileceği meçhuldür. Yine Hintikka'ya göre, tamamlanamazlık teoreminden hareketle makinelerin insan gibi “düşünemeyeceğini” ileri sürmek, “düşünmekten” kast edilen şeyin aksiyomlardan çıkarım kurallarıyla elde edilen sonuçlar olduğu varsayımına dayanmaktadır. Ancak Hintikka'ya göre “düşünme” edimi sadece belli kuralları takip etmeyi değil, hangi kuralların uygulanması gerektiğine dair “stratejik” düşünmeyi de içermektedir ki bir makine bu yönden de insan zihnine benzeyebilir.⁷⁴⁸ Şunu da belirtelim ki Wang'ın aktardığına göre Gödel'in kendisi de kendi tamamlanamazlık teoremlerinden insan zihninin asla makineleştirilemeyeceği konusunda kesin bir sonuç çıkarmamıştır. Gödel'in düşüncesine göre insan zihni, kendisinin tüm matematiksel sezgilerini biçimselleştirmek için yeterli değildir, ancak ona göre matematiksel sezgiye denk olan teorem kanıtlayıcı bir makinenin yapılması teorik olarak mümkündür. Burada önemli olan nokta, Gödel'e göre böyle bir makinenin gerçekten tüm doğrulukları elde edip edemeyeceğinin kanıtlanamaz olmasıdır. Yine Gödel, Wang'ın aktardığına göre, konuyla ilgili olarak şu iki ihtimalden birini öne sürmüştür: Ya insan zihni tüm mümkün makinelerden üstündür, ya da insan zihni tarafından karar verilemeyen matematiksel sorular vardır. Ancak Wang'ın aktardığına göre Gödel ikinci alternatifi reddetmeye yakın durmaktadır. Zira Gödel'e göre insan zihni irrasyonel değildir ve matematikteki ve özellikle küme kuramındaki yeni gelişmeler, insan zihninin sürekli yeni doğrulukları yakalamak üzere geliştiğini göstermektedir. Gödel'e göre insan zihninin aşamalarının mekanik bir açıklamasını vermek mümkün olabilse de, bu, insan zihnine dair derin bir anlayış gerektirmektedir.⁷⁴⁹

Özetleyecek olursak, Gödel'in tamamlanamazlık teoremleri, öncelikle bir biçimsel sistemin kendisinin aritmetik diliyle yazılmasını sağlayarak sistemi kendi hakkında konuşur hale getirmekte; ardından sistemde, sistemin aksiyomları ve çıkarım kuralları tarafından yakalanamayacak doğru önermeler olduğunu ve aynı şekilde

⁷⁴⁸ Hintikka, *On Gödel*, s. 70; Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 150.

⁷⁴⁹ Hao Wang, *From Mathematics to Philosophy*, Londra ve New York: Routledge, 2016, s. 324-326; Goldstein, *Tamamlanamazlık Kuramı*, s. 178-180; Casti ve DePauli, *Gödel*, s. 151, 152.

sistemin tutarlılığının sistem içinde ispatlanamayacağını göstermektedir. Peki bu sonuçlar çalışmamızda ele aldığımız Platoncu metafizik açısından nasıl yorumlanabilir? Şimdi Gödel teoremlerine, matematiğin ve özellikle kümelerin kuruluşu için öne sürdüğümüz Platoncu metafizik zemini açısından bir yorum getirmeye çalışacağız.

3.3. Tamamlanamazlık Teoremleri ve Platoncu Metafizik

Gödel'in tamamlanamazlık teoremleri, biçimsel dizgenin ve biçimsel dizge hakkındaki “üst” önermelerin aritmetik diliyle ifade edilebilir olmasına dayanmaktadır. Platoncu metafizik, *Devlet* diyalogundaki Bölünmüş Çizgi analogisinde gördüğümüz üzere, gerek *pistis* alanına ait fiziksel nesnelerin, gerekse *dianoia* alanına ait matematiksel nesnelerin veya muhakeme nesnelerinin *noesis* alanındaki İdealardan (özlerden) pay alarak hem ontolojik olarak var olduklarını, hem de epistemolojik olarak ruh tarafından bilinebilir olduklarını söylüyordu. Özellikle Platon'da ruh fikrini ele aldığımız kısımlarda, nesnelerin ruh tecrübesinde birer “nense” ortaya çıkmasının da ruhun İdealarla tanışık olması sayesinde olduğunu söylemiştik. Dolayısıyla, Platoncu metafizik açısından, biçimsel dizgenin bir “dizge” olarak ruhun tecrübesinde ortaya çıkması, yani ruh tarafından bilinebilmesi de bu İdealardan varlığıyla mümkün olmalıdır. Bu nokta, matematiksel nesnelerin ortaya çıkışına dair ikinci bölümde söylediklerimiz ekseninde açılabilir.

Çalışmamızın ikinci bölümünde, matematiksel nesnelerin özünde birer küme olduğunu ve bir nesnenin bir kümenin elemanı olmasının, nesnenin ruhun tecrübesinde tüm uzay-zamansal özelliklerden bağımsız, adeta bir İdea gibi bir “nesne” hâline gelmesi olduğunu belirtmiştik. Küme elemanı olarak ortaya konmuş bir matematiksel nesne, fiziksel, zihinsel veya dilsel inşaları aşan, aşkın bir boyuttadır. Platoncu metafiziğe göre, bu küme elemanı olan nesnelerin zemini, kendisi de aşkın bir yapıda olan ruhun, asıl “kendinde nesneler” olan İdealarla tanışıklığıdır. Yani ruhun kümeler üzerinden matematik yapabilmesinin imkânı, ruhun ezeli-ebedî olan nesnelerle irtibatıdır ki Platon, *Phaidon* diyalogunda ruhun bu durumu onun ölümsüz olmasının bir kanıtı olarak ileri sürmüştü. Aynı diyalogda Platon, kendinde “Eşitlik” İdeasının ruhun fiziksel ve matematiksel düzlemdeki eşitlikleri tecrübe etmesi için bir standart

olduğunu, yine 2 sayısının özünün, bir toplama veya ayırma şeklindeki zihinsel inşalarla meydana gelmeyip bu inşaları aşan, dahası bu inşaları mümkün kılan bir İdea olduğunu söylemişti. Demiştik ki ZFC aksiyomatizasyonuna göre “ $\{\{\emptyset\}\}$ ” kümesi şeklinde tanımlanan 2 sayısının varlığı, Platoncu metafiziğe göre, ruhun bu kendinde 2 İdeasıyla olan tanışıklığı sayesinde mümkün olmaktadır. Yine *Kratylos* diyalogunda gördüğümüz üzere, Platon, önce bu İdeaların temaşa edilip ardından bu İdealar üzerinden adlara ve muhakemelere geçilmesi gerektiğini söylüyordu ki bu İdealar ile İdeaları temaşa eden ruh, küme-eleman bağıntısının ve dolayısıyla matematiğin aşkın zemini olmaktadır.

İşte biçimsel sistemlerin varlığının ve bilgisinin zemini de, Platoncu metafizik açısından İdealar ve ruh olmaktadır. Biçimsel sistemler, kağıttaki mürekkepler veya bilgisayar yazıları şeklinde fiziksel düzeyde (*pistis*) var olabileceği gibi, Gödel sayısallaştırmasının gösterdiği üzere matematiksel düzeyde de (*dianoia*) var olabilmektedir. Bu sistemler, özünde belli aksiyom kümelerinden çıkarımlarla ilerlediği için de Platon’un *dianoia* dediği ve ruhun muhakemesini ifade eden zihin durumuna karşılık gelmektedir. Platon, *dianoia*’nın tek başına bilgi veremeyeceğini, onun başta *noesis* düzeyindeki İdealar’ın ışığıyla hakiki bilgiyi ifade edeceğini savunmuştu. Yani öncül ve sonuçlardan oluşan muhakeme, muhakemeyi aşan İdealar ile temellendirilmelidir. Bunun yolu da ruhun *anamnesis* edimiyle önceden tanışık olduğu İdeları yakalaması, yani hatırlamasıdır. Bu dediklerimizi biçimsel sistem üzerine de uygulayabiliriz. Mesela biçimsel sistemde her sayının bir ardılı olduğunu söyleyen “ $(\exists x)(x = sy)$ ” önermesi, aslında $2^8 * 3^4 * 5^{13} * 7^9 * 11^8 * 13^{13} * 17^5 * 19^7 * 23^{17} * 29^9$ sayısına karşılık gelmektedir. Aynı şekilde, gördüğümüz üzere, sistemdeki çıkarımsal kanıt dizileri de çeşitli sayı ve bağıntılara karşılık gelmektedir. Sayıların ontolojik düzlemde kümelere indirgenebileceğini bildiğimiz için, biçimsel sistemdeki tüm önermelerin de birer küme elemanı olduğunu söyleyebiliriz. Dolayısıyla kağıt üzerinde veya zihinde çeşitli unsurların senteziyle oluşmuş olan “ $(\exists x)(x = sy)$ ” ifadesinin bir anlam ifade etmesi, ruhun aşkın İdealarla teması sayesinde, bu işaret dizisini bir “küme” olarak aynı aşkın boyuta taşımasıyla mümkün hâle gelmektedir. Yani ruh, çeşitli işaret dizilerinden oluşan biçimsel dizgeyi ve dizgenin önerme ve çıkarımlarını bir küme elemanı olarak “tanıyabilmektedir” ki ruhun bu eylemi yapabilmesinin zemini, onun aşkın İdealarla olan temasıdır. Mesela, ruhun “ $(\exists x)(x = sy)$ ” önermesini bir küme nesnesi olarak kendine sunabilmesi, ruhun Aynılık İdeası sayesinde bu önermenin işaretlerinin her

birinin kendinde “aynı” olmasını görmesi; Farklı İdeası sayesinde de her birinin diğerlerinden “farklı” olmasını görmesi sayesinde bunların her birini aynı kümenin “elemanları” olarak tecrübe edebilmesi yoluyla gerçekleşmektedir. Yine ruh, “Bir” İdeası sayesinde bu önermeyi “bir” nesne olarak karşısına koymaktadır. Kısacası, üzerine matematiğin temelleneceği biçimsel dizge, ruhun onu *noesis* alanıyla olan irtibatı sayesinde nesneleştirmesi ile anlamlı bir şekilde var olmaktadır.

İşte kanaatimizce Gödel’in tamamlanamazlık teoremleri, bu anlamdaki Platoncu metafiziğe de bir destek sunmaktadır. Zira Gödel, üst-matematiksel önermelerin de aritmetik diline, yani sayılara ve dolayısıyla bizim ifade ettiğimiz şekilde küme diline çevrilebileceğini göstermişti ki bu sayede sistemin kendi hakkında konuşması mümkün olmaktadır. Birinci tamamlanamazlık teoreminde “ $\sim Pr(g)$ ” şeklinde yazılan G önermesi, Gödel sayısı g olan önermenin ispatlanamayacağını söylemektedir ki bu önermenin kendisinin Gödel sayısı da, köşegen lemması gereğince, g ’dir ve dolayısıyla kendi kendisinin ispatlanamayacağını söylemektedir. Gödel, sistemin tutarlı olduğu varsayımı altında G’nin ispatlanamayacağını göstermiştir ki bu zaten G’nin söylediği şeydir. Dolayısıyla G doğru ama ispatlanamaz olmaktadır. Platoncu metafizik açısından düşünersek, ruh, bu g Gödel sayılı G önermesini de kendine bir nesne olarak sunmaktadır. Ancak ruhun bunu yapabilmesi, onun aşkın İdealarla irtibatı sayesinde mümkün olmaktadır. Zira gerek g sayısı, gerekse “ $\sim Pr(g)$ ” önermesi, kağıt üzerinde sentetik nesneler olmalarına rağmen, ruh bunları kendine bir kümenin elemanları gibi birer “nesne” olarak sunmaktadır. Gödel sayısallaştırması sayesinde, bu önermenin ileri sürdüğü “ispat edilemezlik” düşüncesi de aritmetiksel bir ifadeye dönüşmüş olduğu için bu “ispat edilemezlik” de bir küme elemanı haline, dolayısıyla bir nesne haline gelmiştir. Yani ruh, “ispat edilebilirlik” ve “ispat edilemezlik” gibi özellikleri de bir küme halinde kendine sunmaktadır ki burada, *Sofist* diyalogundaki terminolojiyi takip edecek olursak, ruh, “ispat edilemezlik” nesnesinin Varlıktan pay alması sayesinde “var” olduğunu, ancak Farklılık İdeası sayesinde “ispat edilebilirlikten” “farklı” olarak “var” olduğunu bilmektedir. Dolayısıyla eğer ruhun bu aşkın boyutlarla teması olmasaydı, dilde “ispat edilemezlik” şeklinde ifade ettiğimiz soyut anlamı da kendine konu edinemezdi. Dolayısıyla G önermesinin kendi kendisinin kanıtlanamayacağı anlamını ifade edebilmesi de ruhun bu faaliyetinin bir sonucudur. Ruhun aşkın İdealarla bir irtibatı olmasaydı, “ $\sim Pr(g)$ ” ifadesini de kendine, “kendinde” bir nesne olarak

sunamayacaktı ve ifade sadece işaret dizilerinden ibaret kalacaktı. Ancak ruhun Bir İdeasıyla olan bağı sayesinde bu önerme “bir” nesne halinde gelmekte; “Aynı” ve “Farklı” İdealarıyla olan bağı sayesinde bu nesne kendisiyle özdeş olarak kavranmakta ve diğer nesnelerden ve özellikle “ispat edilebilirlik” nesnesinden veya “anlamından” ayırt edilmektedir.

Ruh bu şekilde tanıdığı G önermesinin “doğru” olduğunu da bilmektedir. Ancak bu önerme, kendi içinde biçimsel veya aritmetiksel bir ifade olmakta ve “doğru” olduğunu kendi içinde taşımamaktadır. Ancak ruh yine de bu ifadenin doğru olduğunu anlayabilmektedir. İşte bu durum da ruhun “Doğru” ile olan bağı sayesinde mümkün olmakta ve ruh bu önermenin ifade ettiği anlamın doğru olduğunu anlamaktadır. Dolayısıyla Platoncu metafizik açısından, eğer ruhun *noetik* alanla bir irtibatı olmasaydı bu G önermesini kendine sunması da, onu anlaması da, ve nihayetinde onun doğru olduğunu anlaması da mümkün olmazdı. Dolayısıyla Platoncu metafiziğe göre, Gödel’in birinci tamamlanamazlık teoremi, ruhun İdealarla olan irtibatı için bir delil olarak düşünülebilir. Tersten düşünersek de, ruhun İdealarla irtibatı sayesinde bu teorem mümkün olmaktadır.

Söylediklerimizin ikinci tamamlanamazlık teoremi için de geçerli olduğunu ileri sürebiliriz. İkinci tamamlanamazlık teoremi, dizgenin tutarlılığının ispatlanması halinde, birinci tamamlanamazlık teoremiyle çelişkiye düşüleceği için dizgenin tutarlılığının dizge içinde ispatlanamayacağını söylüyordu. Gödel, “PM tutarlıdır” şeklindeki T üst-matematiksel önermenin de Gödel sayısallaştırması aracılığıyla aritmetik diline yansıtılabileceğini göstermişti. Bu önerme, dizide kendisine kanıt sunulamayan en az bir teoremin bulunduğunu ileri sürüyordu. Bu teoreme y Gödel sayısını ve herhangi bir kanıt dizisine de x Gödel sayısını atarsak, T önermesinin biçimsel dil içerisinde şu şekilde yazılacağını söylemiştik: “ $(\exists y) \sim (\exists x) Dem(x, y)$ ”. Platoncu metafizik açısından değerlendirirsek, bu ifadenin de bir Gödel sayısı vardır ki bu nedenle bu ifade de aritmetiksel bir önerme olmaktadır ve dolayısıyla bir küme nesnesi haline gelebilmektedir. Yani ruh, “PM tutarlıdır” önermesini de bir küme elemanı olarak kendine sunabilmektedir. Ruhun bunu yapabilmesinin de onun yine “Bir”, “Varlık”, “Aynı ve “Farklı” İdeasıyla irtibat halinde olması sayesinde olduğunu söyleyebiliriz. Aynı şekilde bu ifadenin “PM tutarlıdır” şeklinde anlaşılması da ifadenin kendisinden gelmemektedir. Bu ifadenin ruh tecrübesinde bir “tutarlılık” anlamı

belirtmesinin de zemininin ruhun bir “Tutarlılık” İdeasıyla olan irtibatı olduğunu söyleyebiliriz. Yani “ $(\exists y) \sim (\exists x) Dem(x, y)$ ” şeklinde çeşitli işaretlerden yazılmış T ifadesi, tek başına bir şey söylememektedir. Tıpkı Platon’un *Phaidon* diyalogunda, ruhun “Eşit” İdeası sayesinde duyulardan gelmeyen fiziksel eşitlikleri tecrübe ettiğini söylemesi gibi, ruhun T ifadesinin “PM tutarlıdır” nesnesi olarak algılayabilmesi de onun Tutarlılık İdeasıyla olan irtibatının bir sonucudur. Aynı şekilde ruhun “ $T \rightarrow G$ ” önermesini kendine sunabilmesi de onun “Birlik”, “Tutarlılık”, “İspat Edilebilirlik” gibi İdealarla olan irtibatının bir sonucudur ki bu sayede ruh, “PM’nin tutarlılığının PM içinde ispatlanamayacağını” bilebilmektedir.

Özetleyecek olursak, kanaatimizce, Gödel teoremleri, Platoncu metafiziğin, yani fiziksel ve matematiksel dünyanın İdealardan pay alarak var olmasının ve bunların anlam ifade etmesinin, ruhun da İdealarla irtibatı sonucu mümkün olması gerçeğinin sonucunda ortaya çıkmaktadır. Bu noktada Gödel sayısallaştırması argümanımız için temel konumdadır. Zira bu sayısallaştırma, hem biçimsel dizgenin kendisinin ve önermelerinin, hem de biçimsel dizge hakkındaki “anlamli” konuşmalar olan üst-matematiğin birer sayı olarak aritmetiksel nesne olduğunu göstermektedir ki aritmetiksel nesnelerin birer küme elemanı olarak anlaşılabilmesinin de ruhun İdealarla irtibatı zemininde mümkün olduğunu çalışmamızın ikinci bölümde ileri sürmüştük. Dolayısıyla biçimsel dizge hakkındaki anlamli ifadeler olan “ispat edilebilirlik”, “ispat edilemezlik”, “doğruluk” ve “tutarlılık” şeklindeki anlamli ifadeler de aslında birer küme nesnesi olarak, ruhun bu İdealarla olan *noetik* irtibatı zemininde ortaya çıkmaktadır. Ruh, bu irtibatı sayesinde, dizge içinde “ispatlanamayan” “doğru” önermeleri ve dizgenin “tutarlılığının” kendi içinde “ispatlanamayacağını” anlayabilmektedir.

SONUÇ

Belli bir dilsel çerçeveyi aşan bir “nesnenin” imkânının olup olmadığını ve böyle bir nesne fikri üzerinden “nesnel” bir matematik yapılıp yapılamayacağı meselesini incelediğimiz bu çalışmamızda, Platon metafiziğinin, genel olarak matematik, özel olarak da kümeler için “nesnel” bir boyut sunmaya yönelik bir imkâna sahip olduğunu göstermeye çalıştık. Bu amaçla ilk bölümde, dile dönük açıklama olarak “ontoloji” ile nesneye dönük açıklama olarak “metafizik” arasında bir ayrım yaptık çağdaş dönemde matematik felsefesine ilişkin yürütülen tartışmaların ontolojik düzeyde, yani dil veya muhakeme düzeyinde kaldığını ve bu muhakemenin nesnel, yani metafiziksel zeminini sorgulamadığını, dolayısıyla meselenin “nesne” boyutunu ihmâl ettiğini gösterdik. Platon’un ortaya koyduğu metafizik anlayışının, çağdaş dönemde yürütülen matematik ve matematik felsefesi tartışmaları için de bu nesnel zemin için bir imkân sağladığını göstermeye çalıştık.

Platon, yapmış olduğu “Bölünmüş Çizgi” benzetmesinde, gerek fiziğin nesnelerinin ve ruhun bu nesnelere ilişkin inancının (*pistis*), gerekse matematiğin nesnelerinin ve ruhun bu nesnelere ilişkin akıl yürütmesinin (*dianoia*), ancak “kendinde” asıl nesneler olan İdeaları kavraması (*noesis*) zemininde “doğru” olacağını ve hakiki “bilgiyi” üretebileceğini ortaya koymuştur. Yani Platon, salt muhakeme yoluyla ortaya konan nesneyi gerçek bilgi kabul etmemekte, ancak bu muhakemenin gerçek nesnelerden pay alması yönüyle gerçek bilgiyi “ifade edebileceğini” ileri sürmüştür. Platon bu durumu, *Kratylos* diyalogunda, nesneden hareketle adların konulması gerektiği şeklinde ifade etmiştir. Platon’un, kendinde nesne (İdea) ile nesnenin fiziksel veya dilsel inşaları arasında yaptığı bu ayrımı, onun geometri ile aritmetiğe dair söylediklerinde net bir şekilde görülmektedir. Örneğin “Dairenin kendisi” ile, dairenin tahtaya çizilen şekiller gibi fiziksel inşaları veya “bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesi” şeklindeki dilsel inşası arasında bir fark vardır. Zira Platon’a göre fiziksel şekiller ile dilde kullanılan kelimeler değişmekte ve “dinamik” bir yapı arz etmektedir. Ancak Daire’nin kendisi hiçbir değişime ve inşaya konu olmamakta, aksine bu inşalar, Daire’den pay almaları sayesinde mümkün olmaktadır. Yine mesela, Bir sayısının kendisi ile duyusal ve zihinsel birlikler arasında; İki sayısının

kendisi ile duyuşal ve zihinsel ikilikler arasında fark vardır. Zira duyuşal bir nesne, aslında hem bir hem de çok görünebilmektedir; aynı şekilde İki İdeası da iki farklı birimin toplanması veya bölünmesiyle elde edilememektedir.

Platon'un bu metafizik anlayışında, ruh çok önemli bir konumda bulunmaktadır. Zira hem genel olarak evrendeki hem de tikel canlılardaki hareketin ve canlılığın "ilkesi" durumunda olan ruh, aynı zamanda her türlü biliş faaliyetinin de temeli olmaktadır. Ruhun kendinde nesneler olan İdealar ile tanışıklığı sayesinde, fiziksel ve dilsel veya matematiksel inşalar da mümkün hâle gelmektedir. Zira yukarıda dediğimiz, duyuşal ve zihinsel çoklukların "bir" olarak "görülebilmesi", ruhun daha önce asıl Bir'i "görmüş" olması ve bu çokluklarla karşılaştığında bu Bir'i "hatırlaması" (*anamnesis*) sayesinde. Aynı şekilde dilsel bir tanımın veya yuvarlak bir şeklin "daire" olarak görülmesi, veya "1+1" toplamının veya bir nesnenin ikiye bölünmesinin "iki" olarak "görülmesi" de, ruhun Daire ve İki gibi İdealarla ön tanışıklığı zemininde mümkündür. Benzer şekilde ruh Varlık, Aynı ve Farklı gibi İdealarla tanışıklığı sayesinde, nesneleri, "var olan", "kendisiyle aynı" ve "başkalarından farklı" olarak tecrübe etmekte, yani onları birer "nesne" olarak deneyimleyebilmektedir. Dolayısıyla ruh, bu "nesnelerle" olan tanışıklığı sayesinde, bu nesneleri "dilde" temsil edebilmekte ve dil üzerinden inşai faaliyetlerde bulunarak "nesnel" bir şekilde matematik yapabilmektedir.

Ruhun bu İdealarla olan tanışıklığı, onun İdealara "benzer" olması sayesinde mümkündür ki bu durum, ruhun da her türlü fiziksel ve zihinsel "inşaları" aşan bir "kendinelik" olduğunu göstermektedir. Platon'un ruhun ölümsüzlüğüne yönelik kanıtlarının da zemini budur. Zira tıpkı bir kendinelik olan Üç'ün özsel olarak "Tek" olması ve pay verdiği nesnelerin hem "üç" hem de "tek" olmasını sağlaması gibi, ruh da özü gereğince "Hayat" sahibidir ve pay verdiği nesnelere hayat vermektedir. Tıpkı Üç'ün, özsel olarak tek olması ve kendisiyle beraber üçlük özelliğine sahip nesnelerin de asla tekin zıddı olan çift olamaması gibi ruh da özsel olarak hayat sahibi olduğu için, hayatın ölümü olan zıddı asla kabul etmeyecektir. Bu durum Platon'un metafiziğinin getirdiği sonuçlardan biridir.

Çalışmamızın ikinci bölümünde ele aldığımız çağdaş matematik felsefesinde ileri sürülen görüşler, belli matematiksel nesneleri "varsaymakta", ancak bu varsayımların zeminine ilişkin bir tartışma yürütmemektedir. Bu nesneler; Frege, Russell, Wright ve Hale gibi düşünürlerin savunduğu mantıkçılıkta kavram kaplamaları;

Hilbert ve Curry gibi düşünürlerin savunduğu biçimselcilik düşüncesinde biçimsel dilin işaretleri; Brouwer ve Heyting gibi düşünürlerin savunduğu görüselcilik düşüncesinde ise zaman anları veya duyusal nesnelerden soyutlanan “şey” fikri olmaktadır. Benzer şekilde, ele aldığımız diğer filozoflardan Gödel soyut kümeleri, Quine ve Putnam doğal bilimde kullanılan matematiksel nesneleri, Maddy fiziksel nesne kümelerini ve onları algılayan nöral dedektörleri, Linsky, Zalta ve Balaguer kodlanan veya tutarlı bir şekilde kurulan matematiksel nesneleri, Field uzay-zaman nokta ve bölgelerini, Shapiro, Resnik, Benacerraf ve Hellman gibi düşünürler de soyut yapıları, yapıların pozisyonlarını işgal eden nesneleri veya modal yapıları varsaymaktadır. Bu nesnelerin tamamı matematiğin temeli olarak kullanılabilecek “kümeler” olarak düşünülebilir. Dolayısıyla bu kümelerin kuruluşunun “nesnel” zemini de ruhun asıl “nesnelerle” olan irtibatıdır. Ruh Bir, Varlık, Aynı, Farklı gibi nesnelerle olan tanışıklığı sayesinde fiziksel veya matematiksel nesneleri, “bir”, “var”, “kendisiyle aynı” ve “başkasından farklı” olarak deneyimleyebilmekte ve bu sayede onları diğer nesne ve özelliklerden soyutlayarak bir küme “elemanı” olarak temsil edebilmekte ve bu sayede matematik yapabilmektedir.

Gödel’in tamamlanamazlık teoremleri ise, hem biçimsel dizgelerdeki işaret ve çıkarımların, hem de dizgeye dair üst-matematiksel önermelerin aritmetik diliyle temsil edilebileceğini göstermiş ve ardından hem dizgede dizgenin kurallarıyla ispatlanamayan ama “doğru” olan tamdeyimlerin kurulabileceğini, hem de dizgenin “tutarlılığının” dizge içinde ispatlanamayacağını göstermiştir. Bu durum Platon metafiziği açısından şu şekilde yorumlanabilir: Biçimsel dizgedeki işaret, tamdeyim ve çıkarımlar, aritmetiksel dilde yazılabileceği için kümelere de indirgenebilir. Aynı şekilde “doğruluk”, “ispat edilebilirlik” ve “tutarlılık” gibi üst-matematiksel önermeler de aritmetiğe ve dolayısıyla kümelere indirgenebilmektedir. Kümelerin metafiziksel zemini de ruh ve ruhun tanışık olduğu kendinde nesneler olduğu için, bu önermelerin söylediği “Doğruluk”, “İspat Edilebilirlik” ve “Tutarlılık” gibi fikirler de bu fikirlerin İdeaları ile mümkün olmaktadır. Ruh, bu İdealarla tanışıklığı sayesinde, dizgede “ispat edilemeyen” “doğru” önermeleri inşa edebilmekte ve dizgenin “tutarlılığının” dizge içinde “ispatlanamayacağını” söyleyebilmektedir.

Platon metafiziğinde ve matematiksel nesnelerin inşasının zemininde, ruhun son derece merkezî bir konum işgal ettiği görülmektedir. Çalışmamız başında ortaya

koyduğumuz problematik olan nesne-dil ikileminde, ruhun “nesne” tarafında yer aldığı ve bu sayede “dilin” mümkün olduğunu görmekteyiz. Bu açıdan, yukarıda da belirttiğimiz ve Platon’un kendisinin de söylediği üzere ruh da bir “ilke” veya bir “kendindelik”, “kendinde nesne” olmaktadır. Yani tıpkı 2 nesnesinin “1+1” toplamıyla inşa edilememesi gibi, ruh da bir inşa sonucunda oluşmamaktadır ki Platon’un düşüncesinde bu ruhun ölümsüzlüğü için kanıt olmaktadır. Yine “kendinde bir nesne” olan ruh, “kendinde nesnelerle” olan tanışıklığı sayesinde, tıpkı kendinde bir nesne gibi olan ve matematiksel inşaların temeli olan kümeleri ortaya koyabilmektedir. Kanaatimizce, “kendinde nesne” olarak anlaşılan bu ruh fikri, çağdaş matematik felsefesi tartışmalarının yanında, çağdaş zihin felsefesi tartışmaları için de yeni imkânlar sunmaya açıktır. Mesela zihin felsefesinde tartışılan, bilincin ve zihinsel durumların beden ve bedensel durumlara indirgenip indirgenemeyeceği, bilincin birinci tekil şahıs farkındalık deneyiminin sebebi, kişisel deneyimlerin açıklanması gibi sorunlar, bilinci tıpkı Platon’daki ruh gibi bir “kendindelik” olarak kabul etme üzerinden değerlendirilmeye uygundur. Peki bu anlamda bir “kendindelik” olan ruh, fiziksel bedene nispetle nasıl değerlendirilebilir? Ruh bedenle nasıl etkileşebilmektedir? Ruh bedeni de tıpkı matematiksel nesneleri kurarken yaptığı gibi bir “nesneleştirme” faaliyeti neticesinde mi kurmaktadır? Bu gibi sorular, Platoncu metafizik açısından zihin felsefesinde incelenebilecek sorulardır.

Çalışmamızda ele aldığımız “kendinde nesne” olarak İdealar ve ruhun bu İdealarla olan tanışıklığı, ahlâk felsefesi açısından da değerlendirilebilir. Ahlâkî normların kaynağı ve hangi eylemlerin ahlâkları sayılacağı meselesi, felsefe tarihi boyunca tartışılmıştır. Platon’un Cesaret ve Dürüstlük gibi ahlâkî fikirleri de birer İdea olarak gördüğünü biliyoruz. Dolayısıyla ahlâkî eylemlerin ve erdemlerin de bir tür “kendindelik” olarak değerlendirilmesi ve bu merkezde bir ahlâk felsefesinin geliştirilmesi mümkün müdür? Bu soru, Platoncu metafizik açısından bir ahlâk felsefesinin imkânına yönelik bir sorudur.

Çalışmamızda ele aldığımız, kendinde nesne üzerinden dilsel matematik inşasının gerçekleştirilmesi fikrinin aynı zamanda matematik pratiği açısından yeni imkânları da haiz olabileceğini söylememiz mümkündür. Zira tıpkı ZFC ve NBG gibi farklı küme kuramı aksiyomatizasyonlarının olması gibi, *noesis*’te yakalanan nesnelerin *dianoia* düzeyinde daha farklı şekillerde “ifade edilmeleri” de mümkün olabilir.

Dolayısıyla matematiksel problemleri çözmeye yönelik farklı teoremlerin üretilmesi, matematiğin daha farklı ve daha yeni bir şekilde üretilmesi ve bu yeni matematiğin dünyayı açıklayan fizik bilimi için de kullanılması mümkündür. Bu çerçevede bu tarz yeni matematiklerin nasıl kurulabileceği meselesini, gerek matematik felsefesi gerek matematik pratiğinde çalışılabilecek yeni bir konu olarak ortaya koymamız mümkündür.

Dilden bağımsız ve dilin ötesinde bir nesne fikrinin nasıl mümkün olabileceğini soruşturduğumuz ve bu hususta matematiğin temeline ilişkin bir açıklama önerisi getirdiğimiz bu çalışmamızda, son olarak şöyle bir soruyu sormamız da mümkündür: *Noesis* düzeyinde kavranan kendineliklerin *dianoia* (muhakeme) yoluyla, dil içerisinde doğru bir şekilde ifade edildiğinden nasıl emin olabiliriz? Yani muhakeme içerisinde ifade edilen bir söylemin gerçekten ayağını asıl nesnel hakikat zeminine bastığını nasıl bilebiliriz? Bu noktada Platon'a ilişkin olarak, özellikle Haşlakoğlu'ndan hareketle aktardığımız *sophos* yorumunu hatırlamamız mümkündür. Bu yoruma göre, Mağara İstiaresindeki mağaranın "dışına çıkarak" asıl kendinelikleri görmüş olan "*sophos*" (bilge) figürü, tekrar mağaraya inerek diğer mahkumları eğiterek onların da ruhlarını kurtarma işlevi görüyordu. Dolayısıyla bu yorum altında asıl kendineliklerin görülüp onların dilde doğru bir şekilde ifade edilmesinin, bir *sophos* fikri sayesinde ve *sophos*'tan gelen bilgilerle mümkün hâle gelebileceğini söyleyebiliriz. Ancak bu durumda *sophos*'un gerçekten bir "*sophos*" olduğunu nasıl bileceğimiz sorusu yeni bir problem olarak karşımıza çıkmaktadır. Dolayısıyla bu çalışmada ele aldığımız nesne-dil ilişkisi tartışmasının, Platon'da *sophos* fikri tartışması zeminine çekilmesi de mümkün hâle gelmiş olmaktadır.

Kısacası çalışmamız, bir "kendinelik" fikrinin imkânını ve bu imkân üzerinden dil içindeki matematiksel bir insanın nasıl mümkün olabileceğini ortaya koymaya çalışmıştır. Bu imkânın matematik felsefesi ve matematiksel pratiğin yanında, zihin felsefesi, dil felsefesi, ahlâk felsefesi, Platon okumaları ve diğer alanlarda nasıl yeni açılımlar getirebileceğine yönelik soru ve sorunları önümüzdeki çalışmalara bırakıyoruz.

KAYNAKLAR

- Aristoteles. *Metafizik*. Çev. Y. Gurur Sev. 5. baskı. İstanbul: Pinhan Yayıncılık, 2019.
- Aristoteles. *Physics*. Çev. C. D. C. Reeve. Indianapolis/Cambridge: Hackett Publishing Company, Inc., 2018.
- Arslan, Ahmet. *İlkçağ Felsefe Tarihi 2 – Sofistlerden Platon'a*. İstanbul: İstanbul Bilgi Üniversitesi Yayınları, 2006.
- Balaguer, Mark. *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*. New York ve Oxford: Oxford University Press, 1998.
- Baltzly, Dirk C. “‘To an Unhypothetical First Principle’ in Plato’s ‘Republic’”. *History of Philosophy Quarterly* 13/2 (1996): 149-165.
- Benacerraf, Paul. “Matematiksel Hakikat”, *Matematik Felsefesi*. 2. baskı. Ed. Bekir S. Gür. Çev. Muharrem Özlük. Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 239-264.
- Benacerraf, Paul. “What Numbers Could Not Be”, *Philosophy of Mathematics*. 2. baskı. Ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam. Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 272-294.
- Berto, Francesco ve Matteo Plebani. *Ontology and Metaontology*. Londra ve New York: Bloomsbury Academic, 2015.
- Birgül, Osman Gazi. “Sayıların Onto-Epistemolojik Statüsü: In Re ve Ante Rem Yapısalılık Yerine In Constructio Önerisi”. *Kaygı* 19/2 (2020): 611-635.
- Brouwer, L. E. J. “Consciousness, Philosophy, and Mathematics”, *Philosophy of Mathematics*. 2. baskı. Ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam. Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 90-96.
- Brouwer, L. E. J. “Intuitionism and Formalism”, *Philosophy of Mathematics*. 2. baskı. Ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam. Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 77-89.
- Carnap, Rudolf. “Empiricism, Semantics and Ontology”, *Philosophy of Mathematics*. 2. baskı. Ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam. Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 241-257.
- Casti, John L. ve Werner DePauli. *Gödel*. Çev. Ergün Akça. İstanbul: Kabalcı Yayınevi, 2004.

- Cevizci, Ahmet. *Felsefe Sözlüğü*. 3. baskı. İstanbul: Paradigma Yayınları, 1999.
- Cevizci, Ahmet. “Platon’un Devlet’teki Bölünmüş Çizgi Analjisi”. *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Felsefe Bölümü Dergisi* 15 (1994): 31-134.
- Ceylan, Tuncay. “İdealar Kuramında Matematik ve Matematiksel Yöntemin Ontolojik ve Epistemolojik Değeri”. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi* 23 (2019): 1963-1977.
- Chihara, Charles. *Constructibility and Mathematical Existence*. Oxford: Oxford University Press, 1990.
- Cornford, F. M. “Mathematics and Dialectic in the Republic VI.-VII. (I.)”, *Mind* 41/161 (1932): 37-52.
- Cornford, F. M. *Platon’un Bilgi Kuramı*. Çev. Ahmet Cevizci. 2. baskı. Ankara: Gündoğan Yayınları, 1989.
- Cornford, Francis Macdonald. *Platon’un Kozmolojisi*. Çev. Özgüç Orhan. İstanbul: Albaraka Yayınları, 2022.
- Curry, Haskell B. “Remarks on the Definition and Nature of Mathematics”, *Philosophy of Mathematics*. 2. baskı. Ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam. Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 202-206.
- Çevik, Ahmet. *Matematik Felsefesi ve Matematiksel Mantık*. 2. baskı. İstanbul: Nesin Yayıncılık, 2021.
- Çitil, Ahmet Ayhan. *Çağdaş Felsefe I*. Ed. Semiha Akıncı. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları, 2018.
- Çitil, Ahmet Ayhan. *Matematik ve Metafizik*. İstanbul: Alfa Yayınları, 2012.
- Dawson, John W. Jr. *Logical Dilemmas – The Life and Work of Kurt Gödel*. Massachusetts: A K Peters, 1997.
- Dorter, Kenneth. “Equality, Recollection and Purification”. *Phronesis* 17/3 (1972): 198-218.
- Dorter, Kenneth. *Plato’s Phaedo: An Interpretation*. Toronto, Buffalo, Londra: University of Toronto Press, 1982.
- Dummett, Michael. *Frege – Philosophy of Mathematics*. Londra: Duckworth, 1991.
- Dürüşken, Çiğdem. *Antikçağ Felsefesi*. İstanbul: Alfa Yayınları, 2014.

- Field, Hartry. “Matematikte Realizm ve Karşı-Realizm”, *Matematik Felsefesi*. 2. baskı. Ed. Bekir S. Gür. Çev. Muharrem Özlük ve Cezmi Kayan. Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 265-298.
- Field, Hartry. *Science Without Numbers*. 2. baskı. Oxford: Oxford University Press, 2016.
- Frege, Gottlob. *Aritmetiğin Temelleri*. Çev. H. Bülent Gözkân. İstanbul: Yapı Kredi Yayınları, 2007.
- Frege, Gottlob. *The Basic Laws of Arithmetic*. Çev. Montgomery Furth. Berkeley, Los Angeles, Londra: University of California Press, 1964.
- Frege, Gottlob. “Basic Laws of Arithmetic II”, *Gottlob Frege: Basic Laws of Arithmetic*. Çev. ve Ed. Philip A. Ebert, Marcus Rossberg ve Crispin Wright. Oxford: Oxford University Press, 2013.
- Gabriel, Markus. *Fields of Sense*. Edinburgh: Edinburgh University Press, 2015.
- Glock, Hans-Johann. *Analitik Felsefe Nedir?*. Çev. Osman Baran Kaplan. İstanbul: Albaraka Yayınları, 2021.
- Goldstein, Rebecca. *Gödel’in Tamamlanmamışlık Kuramı*. Çev. Sevcan Seçkin. İstanbul: Alfa Yayınları, 2018.
- Gödel, Kurt. “Cantor’un Süreklilik Problemi Nedir?”, *Matematik Felsefesi*. 2. baskı. Ed. Bekir S. Gür. Çev. Cezmi Kayan ve Bekir S. Gür. Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 217-238.
- Gödel, Kurt. *On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems*. Çev. B. Meltzer. New York: Dover Publications, Inc., 1992.
- Gödel, Kurt. “Russell’s Mathematical Logic”, *Philosophy of Mathematics*. 2. baskı. Ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam. Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 447-469.
- Gödel, Kurt. “What is Cantor’s Continuum Problem?”, *Philosophy of Mathematics*. 2. baskı. Ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam. Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 470-485.
- Gür, Bekir S. “Matematik Felsefesine Giriş”, *Matematik Felsefesi*. 2. baskı. Ed. Bekir S. Gür. Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 13-71.
- Güven, Özgüç. “Hilbert, Matematiğin Temelleri ve Görü”. *Felsefe Arkivi* 52 (2020): 113-149.

- Güven, Özgüç. “Platon’da Sayının Temellendirilmesi”. *Felsefe Arkivi* 43 (2015): 51-61.
- Hale, Bob ve Crispin Wright. *The Reason’s Proper Study*. Oxford: Clarendon Press, 2001.
- Haşlakoğlu, Oğuz. “Politeia Diyalogunda Epistêmê Tasnifi ve Dialektikê Methodos’un Anlamı”. *Felsefe Tartışmaları* 34 (2005): 67-90.
- Haşlakoğlu, Oğuz. “Silenus Maskesinde Bir Ayna: Platon Diyaloglarında Sokrates Figürü”. *Kaygı* (12) 2009: 109-115.
- Heath, Thomas L. *A History of Greek Mathematics I*. Oxford: Clarendon Press, 1921.
- Heidegger, Martin. *Varlık ve Zaman*. Çev. Kaan H. Ökten. İstanbul: Agora Kitaplığı, 2008.
- Hellman, Geoffrey. *Mathematics Without Numbers*. Oxford: Oxford University Press, 1989.
- Heyting, Arend. “Disputation”, *Philosophy of Mathematics*. 2. baskı. Ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam. Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 66-76.
- Heyting, Arend. *Intuitionism*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1956.
- Hilbert, David. “Matematğin Temelleri”, *Matematik Felsefesi*. 2. baskı. Ed. Bekir S. Gür. çev. Cezmi Kayan. Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 143-161.
- Hilbert, David. “Sonsuz Üzerine”, *Matematik felsefesi*. 2. baskı. Ed. Bekir S. Gür. Çev. Halim Güner. Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 117-142.
- Hilbert, David. *The Foundations of Geometry*. Çev. E. J. Townsend. LaSalle: The Open Court Publishing Company, 1950.
- Hintikka, Jaakko. *On Gödel*. Belmont: Wadsworth Thomson Learning, 2000.
- Hlyton, Peter ve Gary Kemp, “Willard Van Orman Quine”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <https://plato.stanford.edu/archives/spr2020/entries/quine/> (erişim 8.3.2022).
- Horsten, Leon. “Philosophy of Mathematics”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/philosophy-mathematics/> (erişim 12.10.2021).
- Kenny, Anthony. *Ancient Philosophy*. Oxford: Clarendon Press, 2006.

- Linnebo, Øystein. *Philosophy of Mathematics*. Princeton ve Oxford: Princeton University Press, 2017.
- Linsky, Bernard ve Edward N. Zalta. “Naturalized Platonism versus Platonized Naturalism”. *The Journal of Philosophy* 29/10 (1995): 525-555.
- Lucas, John. “Minds, Machines and Gödel”. *Philosophy* 36/137 (1961): 112-127.
- Maddy, Penelope. “Kümeler ve Sayılar”, *Matematik Felsefesi*. 2. baskı. Ed. Bekir S. Gür. Çev. Murat Özoğlu. Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 299-324.
- Maddy, Penelope. “Perception and Mathematical Intuition”. *The Philosophical Review* 89/2 (1980): 163-196.
- Maddy, Penelope. *Realism in Mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 1990.
- Mohr, Richard D. “The Number Theory in Plato’s Republic VII and Philebus”. *Isis* 72/4 (1981): 620-627.
- Nagel, Ernest ve James R. Newman. *Gödel Kanıtlaması*. Çev. Bülent Gözkan. 3. baskı. İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınevi, 2010.
- Nesin, Ali. *Sezgisel Kümeler Kuramı*. 6. baskı. İstanbul: Nesin Yayıncılık, 2015.
- O’Brien, D. “The Last Argument of Plato’s Phaedo I”. *The Classical Quarterly* 17/2 (1967): 198-231.
- Öklid. *The Thirteen Books of The Elements I*. Çev. ve Ed. Thomas L. Heath. 2. baskı. Cambridge: Cambridge University Press, 1908.
- Öklid. *The Thirteen Books of The Elements II*. Çev. ve Ed. Thomas L. Heath. 2. baskı. Cambridge: Cambridge University Press, 1908.
- Parsons, Charles. “The Structuralist View of Mathematical Objects”. *Synthese* 84/3 (1990): 303-346.
- Penrose, Roger. *Shadows of the Mind*. Oxford, New York ve Melbourne: Oxford University Press, 1994.
- Penrose, Roger. *The Emperor’s New Mind*. Oxford: Oxford University Press, 1999.
- Platon. *Büyük Hippias*. Çev. Furkan Akderin. İstanbul: Say Yayınları, 2016.
- Platon. *Devlet*. Çev. Sabahattin Eyüboğlu ve M. Ali Cimgöz. 20. baskı. İstanbul: Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, 2010.

- Platon. “Kratylos”, *Diyaloglar*. 7. baskı. Ed. Mustafa Bayka. Çev. Teoman Aktürel. İstanbul: Remzi Kitabevi, 2010, s. 189-260.
- Platon. *Mektuplar*. Çev. Furkan Akderin. 3. baskı. İstanbul: Say Yayınları, 2020.
- Platon, “Menon”, *Diyaloglar*. 7. baskı. Ed. Mustafa Bayka. Çev. Adnan Cemgil. İstanbul: Remzi Kitabevi, 2010, s. 137-188.
- Platon. *Parmenides*. Çev. Saffet Babür. 5. baskı. İstanbul: İmge Kitabevi, 2018.
- Platon. *Phaidon*. Çev. Suut K. Yetkin ve Hamdi R. Atademir. İstanbul: Millî Eğitim Basımevi, 1989.
- Platon. *Phaidros*. Çev. Hamdi Akverdi. İstanbul: Maarif Matbaası, 1943.
- Platon. *Philebos*. Çev. Sabri Esat Siyavuşgil. İstanbul: Çağdaş Matbaacılık Yayıncılık Ltd. Şti., 1998.
- Platon. *Plato's Phaedo*. Çev. F. J. Church. New York: The Liberal Arts Press, 1951.
- Platon. “Sofist”, *Diyaloglar*. 7. baskı. Ed. Mustafa Bayka. Çev. Ömer Naci Soykan. İstanbul: Remzi Kitabevi, 2010, s. 541-628.
- Platon. *Şölen*. Çev. Eyüp Çoraklı. İstanbul: Alfa Yayınları, 2014.
- Platon. *The Timaeus of Plato*. Çev ve Ed. R. D. Archer-Hind. Londra: Macmillan and Co., 1888.
- Platon. “Theaitetos”, *Diyaloglar*. 7. baskı. Ed. Mustafa Bayka. Çev. Macit Gökberk. İstanbul: Remzi Kitabevi, 2010, s. 447-540.
- Platon. *Timaios*. Çev. Furkan Akderin. İstanbul: Say Yayınları, 2015.
- Platon. *Yasalar*. Çev. Candan Şentuna ve Saffet Babür. 3. baskı. İstanbul: Kabalcı Yayınevi, 2007.
- Putnam, Hilary. *Mathematics, Matter and Method*. 2. baskı. Cambridge: Cambridge University Press, 1979.
- Putnam, Hilary. *Philosophy of Logic*. Oxford: Routledge, 2010.
- Quine, W. V. O. *Philosophy of Logic*. 2. baskı. Cambridge, Massachusetts, Londra: Harvard University Press, 1986.
- Quine, Willard V. O. ve J. S. Ullian. *Bilgi Ağı*. Çev. A. Hadi Adanalı. Ankara: Kitâbiyât, 2001.

- Quine, Willard V. O. "Epistemology Naturalized", *Ontological Relativity*. Ed. Willard V. O. Quine, New York: Columbia University Press, 1969, s. 69-90.
- Quine, Willard V. O. "Existence and Quantification", *Ontological Relativity*. Ed. Willard V. O. Quine. New York: Columbia University Press, 1969, s. 91-113.
- Quine Willard V. O. "Natural Kinds", *Ontological Relativity*. Ed. Willard V. O. Quine. New York: Columbia University Press, 1969, s. 114-138.
- Quine, Willard V. O. "On What There Is", *From a Logical Point of View*. Ed. Willard V. O. Quine. 2. baskı. New York, Hagerstown, San Francisco, Londra: Harper Torchbooks, 1961, s. 1-19.
- Quine, Willard V. O. "Ontological Relativity", *Ontological Relativity*. Ed. Willard V. O. Quine. New York: Columbia University Press, 1969, s. 26-68.
- Quine, Willard V. O. "The Scope and Language of Science". *The British Journal for the Philosophy of Science* 8/29 (1957): 1-17.
- Quine, Willard V. O. *Theories and Things*. 2. baskı. Cambridge, Massachusetts ve Londra: Harvard University Press, 1982.
- Quine, Willard V. O. "Two Dogmas of Empiricism", *From a Logical Point of View*. Ed. Willard V. O. Quine. 2. baskı. New York, Hagerstown, San Francisco, London: Harper Torchbooks, 1961, s. 20-46.
- Resnik, Michael D. "Modeller Bilimi Olarak Matematik: Ontoloji ve Referans", *Matematik Felsefesi*. 2. baskı. Ed. Bekir S. Gür. Çev. M. Sabır Kiraz ve Cezmi Kayan. Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 325-357.
- Rorty, Richard. "Introduction - Metaphilosophical Difficulties of Liguistic Philosophy", *The Linguistic Turn*. Ed. Richard Rorty. Chicago ve Londra: The University of Chicago Press, 1992, s. 1-39.
- Russell, Bertrand. *Introduction to Mathematical Philosophy*. 2. baskı. Londra: George Allen & Unwin, Ltd., New York: The Macmillan Co., 1920.
- Russell, Bertrand. "Letter to Frege", *From Frege to Gödel*. Ed. Jean van Heijenoort, Cambridge ve Massachusetts: Harvard University Press, 1967, s. 124-125.
- Russell, Bertrand. "Matematiksel Felsefeye Giriş'ten Seçmeler", *Matematik Felsefesi*. 2. baskı. Ed. Bekir S. Gür. Çev. Muharrem Özlük. Ankara: Kadim Yayınları, 2004, s. 73-103.
- Russell, Bertrand. *The Philosophy of Logical Atomism*. Londra ve New York: Routledge Classics, 2010.

- Shapiro, Stewart. "Epistemology of Mathematics: What Are The Questions? What Count as Answers?". *The Philosophical Quarterly* 61/242 (2011): 130-150.
- Shapiro, Stewart. *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*. Oxford: Oxford University Press, 1997.
- Shapiro, Stewart. *Thinking About Mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 2000.
- Smith, Barry. "Ontology", *A Companion to Metaphysics*. 2. baskı. Ed. Jaegwon Kim, Ernest Sosa ve Gary S. Rosenkrantz. Oxford: Blackwell Publishing, 2009, s. 463-465.
- Taylor, A. E. *Plato*. 7. baskı. Londra: Methuen & Co. Ltd., 1960.
- Temizkan, Vedi. "Platon'un Felsefesinde Ruhun Doğası ve İşlevleri Üzerine Bir İnceleme." Doktora Tezi. T. C. Ege Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. 2015.
- Tennant, Neil. "Logicism and Neologicism", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/logicism/> (erişim 12.10.2021).
- Van Inwagen, Peter. "Being, Existence and Ontological Commitment", *Metametaphysics*. Ed. David J. Chalmers, David Manley ve Ryan Wasserman. Oxford: Clarendon Press, 2009, s. 472-506.
- Van Inwagen, Peter. *Metaphysics*. 3. baskı. Boulder: Westview Press, 2009.
- Varzi, Achille C. "On Doing Ontology Without Metaphysics". *Philosophical Perspectives* 25 (2011): 407-423.
- Von Neumann, Johann. "The Formalist Foundations of Mathematics", *Philosophy of Mathematics*. 2. baskı. Ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam. Cambridge, Londra, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney: Cambridge University Press, 1983, s. 61-65.
- Wang, Hao. *From Mathematics to Philosophy*. Londra ve New York: Routledge, 2016.
- Wedberg, Anders. *Plato's Philosophy of Mathematics*. Stockholm: Almqvist & Wiksell, 1955.
- Whitehead, Alfred North ve Bertrand Russell. *Principia Mathematica I*, Cambridge: Cambridge University Press, 1963.
- Wright, Crispin. "On the Philosophical Significance of Frege's Theorem", *The Reason's Proper Study*. Ed. Bob Hale ve Crispin Wright. Oxford: Clarendon Press, 2001, s. 272-306.

Yablo, Stephen. “Go Figure: A Path Through Fictionalism”. *Midwest Studies in Philosophy* XXV (2001): 72-102.

Yablo, Stephen. “The Myth of the Seven”, *Fictionalism in Metaphysics*. Ed. Mark Eli Kalderon, Oxford: Oxford University Press, 2005, s. 88-115.

Yıldırım, Cemal. *Matematiksel Düşünme*. 15. baskı. İstanbul: Remzi Kitabevi, 2019.

Zafer, Baha. “Roger Penrose’da Matematiksel Platonculuk”. *Dîvân* 19/36 (2014): 63-104.



ÖZGEÇMİŞ			
Adı, Soyadı	Sinan		TANRIKULU
Doğum Yeri ve Yılı			
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		Arapça
ve Düzeyi	İyi		Orta
Eğitim Durumu	Başlama - Bitirme Yılı	Kurum Adı	
Lise	2009	2013	Kadıköy Anadolu İmam Hatip Lisesi
Lisans	2013	2018	İstanbul 29 Mayıs Üniversitesi, Uluslararası İslam ve Din Bilimleri Fakültesi, İslam ve Din Bilimleri Bölümü
Yüksek Lisans	2018		İstanbul 29 Mayıs Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Felsefe Anabilim Dalı
Doktora			
Çalıştığı Kurum/lar	Başlama - Ayrılma Yılı	Çalışılan Kurumun Adı	
1.			
2.			
3.			
Üye Olduğu Bilimsel ve Mesleki Kuruluşlar			
Katıldığı Proje ve Toplantılar			
Yayımlar:			
Diğer:			
İletişim (e-posta):			
Tarih İmza Adı Soyadı		21.06.2022 Sinan TANRIKULU	

